素粒子・原子核物理入門 改訂新版

B.ポッフ／K.リーツ／C.ショルツ／F.サッチャ 著
柴田利明 訳

丸善出版

Translation from the English language edition:
Particles and Nuclei by Bogdan Povh, Klaus Rith, Christoph Scholz, Frank Zetsche

第 6 版序

深非弾性散乱についての章は 1993 年に書かれたものだったが，その後，ハンブルクの DESY の電子–陽子衝突型実験施設 HERA において多くの新しい実験データが得られた．この衝突型実験施設は 2007 年の夏に稼働が終了した．第 7 章と第 8 章は，深非弾性散乱についての顕著な新しい実験結果を取り入れて部分的に書き直した．

図を準備してくれた Tina Pollmann と，第 6 版を編集してくれた Jürgen Sawinski に感謝する．

ハイデルベルクにて　　2008 年 2 月　　ボグダン・ポッフ

第 4, 5 版序

最近の 2 つの版では，ゼロでないニュートリノ質量の証拠としてのニュートリノ振動についての新しい結果を取り入れた．

この版ではニュートリノの性質を系統的に示すために「弱い相互作用の現象論」の章（第 10 章）を書き直した．更に,「原子核の熱力学」の章（第 19 章）を拡張した．

ハイデルベルクにて　　2006 年 7 月　　ボグダン・ポッフ

第 1 版序

本書を書くにあたっての私たちの基本的な考えは，原子核物理と素粒子物理を統一的に記述することにあった．原子核や核子の内部構造を明らかにするのに適した実験は，互いに概念的に似ている．実験的および理論的な方法が発達するにつれて，20 世紀には原子，原子核，核子，そしてクォークが次々に分析されてきた．私たちの複雑な世界は 2, 3 の基本的な要素から構成されているという直観的な仮説は魅力的ではあるが自明ではない．しかしこれまでの研究で確認されてきたと思われる．更に，物質の構成要素の間の相互作用もいわゆる「標準模型」でうまく記述でき，概念的にも簡単に理解できるものとなっている．

物質の構造についてこのような知識が得られた現在となっては，身の回りの複合物がどのようにして合成されてできたのかという問題に直面する．基本的な構成要素から核子をつくり，更にそれから原子核をつくると，複合系を構成している要素間の相互作用の「基本的」な法則はその過程で次第にわかりにくくなる．多体の相互作用によって複雑さが生ずるからである．この多体相互作用は大きな系にはより大きな複雑さを与える．

このようなわけで本書は 2 つの部分に分かれている．前半では複雑な構成を持つ物質を基本的な構成要素と相互作用とに還元することを行う．後半では基本的な要素からハドロンと原子核を組み立てる．

様々な実験の概念を説明することには重きを置くが，技術的な詳細な説明は省略する．付録には加速器と測定器の原理を簡単に項目別に記述してある．練習問題は，本書で学ぶ人々が原子核・素粒子物理の現象の大きさの階層を理解できるようになることを第 1 の目的としている．

原子，原子核およびハドロンの類似性を可能な限り提示しようと思う．類似性を考えて学ぶことは，専門的な研究においてばかりでなく，基礎的な物理学の理解のためにもたいへん役立つからである．

簡潔な表現をこころがけたが，すべての重要な概念をわかりやすく表現するように注意を払った．題材は特に教育的な配慮によって選択した．したがって，今日の観点から最も容易に解釈できる実験を取り上げて記述した．歴史的には重要な実験でも，今日ではもっと簡単な方法で同じ結果が得られるものについては意識的に本書に取り上げなかった．

本書 *Teilchen und Kerne*（英語版は *Particles and Nuclei*）はハイデルベルク大学の第 6 学期（学部 3 年後期）の原子核・素粒子物理学の講義に基づいて書かれたものであり，この分野を大学で学ぶ学生に必要な基礎知識を伝えることを目的としている．大学の講義の伝統に基づき，本書も物理的な概念を示すことに重きを置いている．

本書の原子核物理の部分に対し貴重な寄与をしてくれた J. Hüffner (Heidelberg)

と M. Rosina (Ljubljana) に特に感謝する．各章を読んで批判的な助言をしてくれた D. Dubbers (Heidelberg), A. Fäßler (Tübingen), G. Garvey (Los Alamos), H. Koch (Bochum), K. Königsmann (Freiberg), U. Lynen (GSI Darmstadt), G. Mairle (Mannheim), O. Nachtmann (Heidelberg), H.J. Pirner (Heidelberg), B. Stech (Heidelberg) および Th. Walcher (Mainz) に感謝する．多くのハイデルベルクの学生が 1991 年および 1992 年の夏学期の講義に出席し，本書を批判することによって誤りを取り除き，わかりにくい箇所を改良するのを助けてくれた．特に，M. Bech, Ch. Büscher, S. Fabian, Th. Haller, A. Laser, A. Mücklich, W. Wander および E. Wittmann の名を挙げたい．

本書のドイツ語から英語への翻訳の大部分を行った M. Lavelle (Barcelona) の協力に感謝する．英語への翻訳は H. Hahn と M. Moinester (Tel Aviv) によって始められた．彼らに深く感謝する．

多くの図のドイツ語版から英語版への変換は，ハイデルベルクの原子核物理のマックス・プランク研究所の J. Bockholt, V. Träumer, G. Vogt によって行われた．

Springer-Verlag 社の協力にも感謝する．特に W. Beiglböck には本書ドイツ語版，そして後に英語版の準備に際して受けた支持と助言に感謝する．

ハイデルベルクにて　　1995 年 5 月

ボクダン・ポッフ
クラウス・リーツ
クリストフ・ショルツ
フランク・サッチャ

目 次

第II部　合成　173

第1章
はじめに

計算に努力するだけでなく，知恵の教えに喜んで耳を傾けることが大切である．

ヴィルヘルム・ブッシュ
『マックスとモーリッツ』（4 番目のいたずら）

1.1 物質の基本的構成要素

物質の基本的な構成要素を探し求めて物理学の研究者は常により小さな構成物を発見してきたが，それらは後になって更に分解できるものであることが明らかになった．19 世紀の終わりまでには，すべての物質は原子から成っていることがわかっていた．しかし，元素がほぼ 100 種類も存在し周期的な性質を持っていることは，原子自体に内部構造があって分解することが可能であるということを示唆していた．

20 世紀の初めには，特にラザフォード (Rutherford) の実験によって，人類は原子の現代的な描像に達した．原子には密度の高い原子核があり，そのまわりに電子の雲がある．原子核それ自体も更に小さい部分に分解される．1932 年に中性子が発見されて以来，原子核が陽子と中性子（両者をまとめて核子と呼ぶ）から組み立てられていることはもはや疑いのないものになった．電子，陽子，中性子に更に 4 つ目の粒子がつけ加わった．それはニュートリノである．ニュートリノは，β 崩壊をエネルギー，運動量，角運動量の保存則と矛盾しないようにするために 1930 年に提案された粒子である．

このようにして 1930 年代の半ばには 4 種類の粒子が知られており，これにより当時知られていた原子および原子核物理のすべての現象を記述することができた．この 4 つの粒子は今日においても物質の主要な構成要素である．しかし基本的な粒子と当時は見なされたこれらの粒子から成る単純で完結した描像は後になって不完全で

あることがわかった.

1950年代と60年代には粒子加速器を用いた実験によって，陽子と中性子は今日**ハドロン**と呼ばれる粒子の一族の代表者にすぎないことがわかってきた．100種類以上のハドロンが今日までに知られており，しばしば「ハドロンの動物園」と呼ばれることがある．ハドロンは原子と同様に，似かよった性質を持ったグループに分類できるので，物質の基本的な構成要素と見なすべきではないと推測された．1960年代の後半にクォーク模型が「ハドロンの動物園」に秩序をもたらした．知られているすべてのハドロンを2つないし3つのクォークの組み合わせとして説明することができたのである.

図1.1は物質の構造の階層における様々な大きさを示している．原子をだんだん拡大して観察すると，より小さな構造が見えてくる：原子核，核子，そして最終的にクォークである.

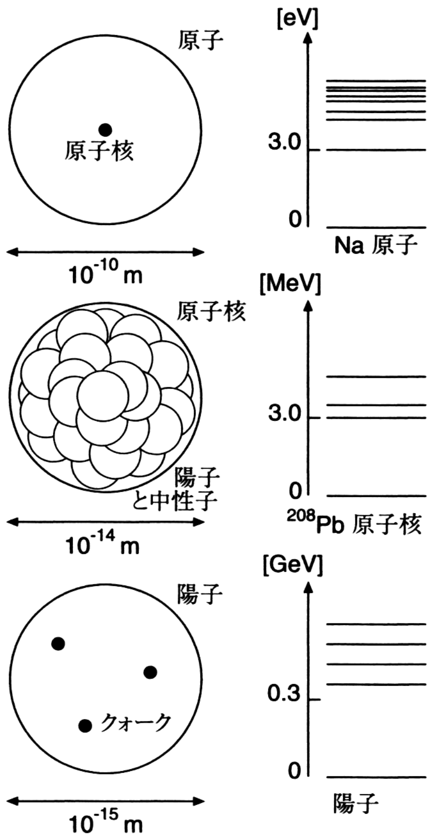


図1.1　原子の構造における階層と典型的な長さ．典型的な励起エネルギーと励起スペクトルもその右側に示してある．束縛された系が小さいほど励起エネルギーは大きい.

■**レプトンとクォーク**　基本的な構成要素には2つの種類，すなわち**レプトン** (lepton) と**クォーク** (quark) がある．レプトンには電子とニュートリノが属する．散乱実験によって示されたところによれば，レプトンとクォークは 10^{-18} m より小さく，点状の粒子であるかもしれない．これに対し陽子の大きさは約 10^{-15} m である．レプトンとクォークはスピン 1/2 を持っており，**フェルミ粒子** (fermion) である．原子や原子核，ハドロンとは違って，クォークやレプトンには励起状態がこれまでのところ見つかっていない．したがって基本粒子であるように思われる．

しかし，今日では6種類のレプトンと6種類のクォークおよびそれぞれ6種類の反粒子が知られており，ある決まった基準によって，いわゆる「世代」ないし「ファミリー」と呼ばれるグループに分類することができる．これらの数がまだ多いこと，そしてそれぞれの世代において粒子の性質が繰り返されて現れることは，レプトンとクォークが物質の基本的な構成要素ではないことを示唆するものであると考える研究者もいる．これは将来の実験によってのみ明らかになることである．

1.2　基本的な相互作用

基本粒子に対する人類の考えが変化するにつれて，自然における基本的な力および素粒子の間に働く基本的な相互作用に対する考えも変化してきた．

1800年頃には，基本的な力として4つの力が知られていた．**重力** (gravitation)，**電気力** (electricity)，**磁気力** (magnetism)，そしてあまりよくわかっていなかったが原子間および分子間に働く力である．19世紀の終わり頃には，電気と磁気は，同一の力すなわち**電磁気力** (electromagnetism) の2つの異なった現れ方にほかならないということが知られていた．その後，原子は内部構造を持っており，正電荷を帯びた原子核と電子から成っていることがわかった．原子において原子核と電子は電磁相互作用によって結合されている．原子は全体として電気的に中性である．しかし，短距離では原子の構成要素が持つ電荷は完全には打ち消されず，隣の原子あるいは分子と影響を与え合う．こうした様々な「化学的な力」（例えばファンデルワールス (Van-der-Waals) 力）は電磁気力に起因するものである．

原子核物理の発展に伴い，短い到達距離を持った2つの新しい力がつけ加わった．2つの核子間に働く**核力** (nuclear force) と，原子核の β 崩壊に際して現れる**弱い力** (weak force) である．今日では，核力は基本的な力ではないことがわかっている．原子間の力は電磁気力によるものでありそして原子そのものも電磁気力によってつくられているのと同様に，核力はクォークを結合させて陽子や中性子をつくる**強い力** (strong force) に基づくものである．

強い力と弱い力という基本的な力のそれぞれに対応して素粒子間には基本的な相互

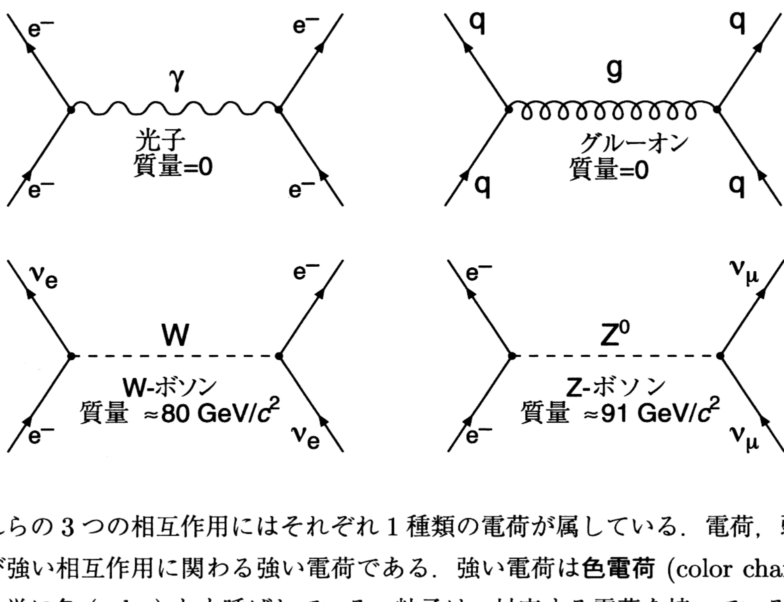
作用が働く.

■相互作用を媒介するボソン　4つの基本的な相互作用が知られており，すべての物理的現象はこの相互作用によるものである.

- 重力
- 電磁相互作用
- 強い相互作用
- 弱い相互作用

重力は星や銀河や惑星系（そして我々の日常生活）の存在に重要であるが，原子より小さい領域においてはあまりに弱いので基本的粒子の間の相互作用に影響を与えることはなく，これといった役割を果たさない．完全を期すために言及しているだけである.

今日の考えでは，相互作用はベクトルボソン，すなわちスピン1の粒子の交換によって媒介される．電磁相互作用の場合はそれは**光子** (photon) であり，強い相互作用の場合は**グルーオン** (gluon) であり，弱い相互作用の場合は $\mathbf{W^+}, \mathbf{W^-}, \mathbf{Z^0}$ **ボソン**である．ベクトルボソンの交換による2粒子間の相互作用の例を次のスケッチに示す．我々のスケッチではレプトンとクォークを直線で，光子を波線で，グルーオンを螺旋で，$W^\pm$ と Z^0 ボソンを点線で表すことにする.



これらの3つの相互作用にはそれぞれ1種類の電荷が属している．電荷，弱電荷，および強い相互作用に関わる強い電荷である．強い電荷は**色電荷** (color charge) あるいは単に**色** (color) とも呼ばれている．粒子は，対応する電荷を持っている場合にのみその相互作用が働く.

- レプトンとクォークは弱電荷を持っている.
- レプトンのうちいくつかのもの（例えば電子）およびクォークは電荷を持っている.
- 色電荷はクォークだけが持っているものであり，レプトンは持っていない.

W と Z ボソンは質量 M_W と M_Z がそれぞれ約 80 GeV/c^2, 91 GeV/c^2 であって，たいへん重い粒子である．これらは散乱過程において交換される仮想粒子としては，ハイゼンベルク (Heisenberg) の不確定性原理によってきわめて短い時間のみ生成されうる．したがって弱い相互作用の到達距離はたいへん短い．光子は静止質量がゼロなので，電磁相互作用の到達距離は無限である.

グルーオンの静止質量は光子と同様ゼロである．しかし光子が電荷を持っていないのに対し，グルーオンは自分自身が色電荷を持っている．したがってグルーオン同士が相互作用することができる．後の章で見るように，このことによって強い相互作用の到達距離はたいへん短い.

1.3 対称性と保存則

対称性は物理において大きな役割を果たす．古典物理における保存則（エネルギー，運動量，角運動量）は，相互作用が正準共役量（時刻，位置，角度）に関して不変であること，すなわち物理の法則は事象がいつ，どこで，空間的などちらの方向に起こったかに依存しない，ということに起因する.

非相対論的量子力学では鏡映対称[注1]も重要な性質の 1 つである．鏡映反転によって波動関数の符号が変わるか変わらないかによって**パリティ** (parity) が負または正であると呼ぶ．例えば角運動量が $\ell\hbar$ の束縛された系の空間の波動関数はパリティ $P = (-1)^\ell$ である．もし自然法則が左右対称であるならば，すなわち空間的な鏡映反転 $\mathcal{P}$ に対して不変であるならば，その系のパリティ量子数 P は保存される．パリティの保存は例えば原子物理において電磁気的遷移の選択則をもたらす.

相対論的量子力学においてはパリティの概念は拡張される．粒子と反粒子が存在し，それらに**内部パリティ** (intrinsic parity) P が与えられる．ボソンと反ボソンの内部パリティは同じであるが，フェルミ粒子と反フェルミ粒子の内部パリティは反対である.

このほかに重要な対称性が粒子と反粒子の間にある．粒子から反粒子をつくったりその反対の働きをする演算子 $\mathcal{C}$ を導入する．その際に電荷の符号が変わるので，**荷電共役変換** (charge conjugation) とも呼ばれる．相互作用が $\mathcal{C}$ に関して対称である

[注1] よく知られているように，点対称は鏡映変換をしてそれに続いて鏡の面に垂直な軸のまわりに回転することと同じである.

場合は，$\mathcal{C}$ の固有状態は***C*-パリティ** (C-parity) という量子数を保存量として持っている．

1群の粒子（「多重項 (multiplet)」）が強い相互作用ないし弱い相互作用において同じように振舞うのでそのことから更なる対称性が導かれる．そのような多重項に属する粒子は1つの粒子のいくつかの状態であるとして記述することができる．こうした状態は**強いアイソスピン** (isospin) ないし**弱いアイソスピン**と呼ぶ量子数によって特徴づけられる．これらの量にも保存則が存在する．

1.4　実験

原子核物理や素粒子物理の実験は加速器を用いて行われる場合が多い．より高いエネルギーとビーム強度を持つ加速器を開発し建設することによってより多くの素粒子を発見することが可能となったのである．重要な種類の加速器や加速の原理は巻末の付録に簡単に記述してある．

実験は簡単に言えば2つのグループ，**散乱実験** (scattering experiment) と**スペクトロスコピー** (spectroscopy)，に分類される．

■散乱実験　散乱実験においては，研究すべき対象（**標的** (target)）にエネルギーと運動量のわかっている粒子のビームを当てる．粒子が対象と相互作用をする際に引き起こされるビームの運動学的量の変化から対象および相互作用の性質を知ることができる．

例として電子弾性散乱を考えてみよう．これは原子核物理において原子核半径を測る有効な方法として実証されている．電子のド・ブロイ (de Broglie) 波長 $\lambda = h/p$ が対象の大きさと同じくらいになって初めて回折効果によって対象の構造を知ることができる．散乱された粒子の回折像から原子核の大きさを正確に知ることができる．

図1.1には対象の幾何学的拡がりがスケッチしてある．原子の大きさを決めるためにはエネルギー約 10^4 eV の X 線を用いれば十分である．原子核の大きさは約 10^8 eV の電子ビームによって測れる．陽子には，10^8 から 10^9 eV のオーダーの電子ビームが用いられる．クォークやレプトンの内部構造に関しては，加速粒子の今日到達しうるエネルギー（電子では $\sim 9 \times 10^{10}$ eV，陽子では $\sim 10^{13}$ eV）では内部構造の兆候は見えない．

■スペクトロスコピー　「スペクトロスコピー」とは，特に励起状態の崩壊生成物を判定する実験を意味する．それにより励起状態の性質や構成要素の間の相互作用について知ることができる．

図1.1からわかるように，その系が空間的に小さいほど系の励起エネルギーが大き

い．励起状態を生成するためには高エネルギーの粒子が必要である．散乱の実験では対象の大きさを決定するためにも励起状態をつくるためにも同じくらい高いエネルギーのビームが必要である．

■測定器 荷電粒子と，気体，液体，非晶質ないし結晶の固体との相互作用は，粒子を検出するためにありとあらゆる方法を使って利用されている．最終的な効果としては，これらの媒質中で電気的ないし光学的な信号が発生する．電荷を持っていない粒子は間接的に 2 次粒子によって検出される．すなわち光子は光電効果またはコンプトン効果によって自由な電子を発生するか，電子対生成によって電子–陽電子対を生成する．中性子とニュートリノは原子核との反応によって荷電粒子を発生する．

粒子を検出するための測定器はいくつかのグループに分類される：

- シンチレータは，空間分解能はさほどよくないが時間情報を速く伝える．
- 広い面積を覆う気体の測定器（多芯ワイヤーチェンバー）は空間分解能がよく，すぐれた位置情報を与える．磁場とともに用いて運動量を測るのに用いられる．
- 半導体検出器はたいへんよいエネルギーおよび位置情報を与える．
- チェレンコフ (Čherenkov) 検出器と TRD（Transition Radiation Detector：遷移放射検出器）は粒子識別に役立つ．
- カロリメータは高いエネルギー領域において粒子の合計のエネルギーを測る．

荷電粒子の検出のための測定器の基本的な種類は付録 A.2 にまとめてある．

1.5 単位系

原子核・素粒子物理において使われている長さやエネルギーの単位は**フェムトメートル**（femtometer (fm)，**フェルミ** (Fermi) と呼ばれることもある）と**電子ボルト** (electron volt (eV)) である．フェムトメートルは標準的な国際単位系 (SI) であり，10^{-15} m と定義され，陽子の大きさにほぼ対応する．電子ボルトは $1e$ の電荷を持つ粒子が 1 V の電位差を通り過ぎたときに得るエネルギーである：

$$1\,\mathrm{eV} = 1.602 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}. \tag{1.1}$$

これの 10^3, 10^6, 10^9 倍を表すのに keV, MeV, GeV をそれぞれ用いる．粒子の質量は質量–エネルギー等価原理 $E = mc^2$ により eV/c^2 （ないし MeV/c^2, GeV/c^2）で与えるのが通常である．

原子以下の領域の物理では長さとエネルギーの大きさは不確定性原理によって結びつけられている．プランク (Planck) 定数 h を 2π で割った量 $\hbar$ は特に

$$\hbar c \approx 200\,\mathrm{MeV} \cdot \mathrm{fm} \tag{1.2}$$

の形で容易に記憶することができる．

頻繁に使われるもう1つの量は電磁相互作用の結合定数で，それは

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137} \tag{1.3}$$

と定義される．歴史的な理由から**微細構造定数** (fine structure constant) とも呼ばれている．

素粒子物理では質量，運動量，エネルギー，長さの逆数，時間の逆数が同じ次元を持つ物理量の系が使われる．そのような系では，$\hbar = c = 1$ であるように単位を定義することができる．原子物理では $4\pi\varepsilon_0 = 1$ と定義するのが普通である．したがって $\alpha = e^2$ となる（ガウス (Gauss) 系）．素粒子物理では $\varepsilon_0 = 1, \alpha = e^2/4\pi$ （ヘヴィサイド (Heavyside)–ローレンツ (Lorentz) 系）がより一般に用いられる．しかし本書では物理の他のすべての分野で使われる国際単位系 [SY78] を用いる．そして定数はそれぞれの場合に省略せずに書くことにする．

第I部

分析 —— 物質の構成要素を求めて

知性が物質を動かす.

ウェルギリウス

アエネーイス 6, 727

第2章
原子核の全般的性質

19 世紀の末に**電子**と**放射能** (radioactivity) が発見され，物質の探求の新しい時代が始まった．当時すでに物質が原子から組み立てられていることを示すはっきりとした兆候があった．例えば化学における整数比例の性質，気体の熱力学，元素の周期律あるいはブラウン運動である．しかし原子の存在は一般的にはまだ受け入れられていなかった．その理由は簡単であった．物質の構成要素すなわち原子の描像を具体的に示すことが誰にもできなかったからである．しかしこの新しい発見によって初めて「粒子」を検出することができた．この粒子は物質から出てきたものであり，物質の構成要素と解釈されなければならないものであった．

放射性崩壊に際して発生した粒子を他の元素にぶつけ，その元素の構成要素を研究することがすぐに可能になった．このような実験手段の発展が契機となって現代の原子核・素粒子物理学の基礎が築かれた．原子核の系統的な研究は 1930 年代の終わりに粒子加速器が導入されて可能となった．しかし原子の基本的な構成要素である電子，陽子，中性子はすでに発見されていた．これらの発見が可能になったのは真空技術や粒子検出において重要な技術的発展があったからである．こうした歴史的な実験について次の節で簡単に述べた後に，今日の観点から見た原子核の全体的な性質について見ていこう．

2.1　原子とその構成要素

■電子　原子の構成要素のうち，最初に識別されたのは電子である．**トムソン** (Thomson) は 1897 年に放電管の中で自由粒子のビームとして電子を生成した．更に電子が電場および磁場の中で曲がることを利用して，電子の速度と，電荷と質量の比（比電荷）を決めることができた．この結果は，陰極や気体の種類に依存しなかった．つまり彼は物質の普遍的な構成要素を見つけたのである．彼は後に，**ミリカン** (Millikan)

が1910年に重要な改良を行った方法（液滴法）を用いて**電子の電荷**を測定した．これにより**電子の質量**も明らかとなった．

■原子核 それに引き続き様々な原子模型が議論された．例えば**トムソン模型**によると，電子と同じだけの数の正電荷の担い手が原子の体積の中に一様に分布していて原子全体としては電気的に中性になっている．この描像は**ラザフォード**，ガイガー(Geiger)，マースデン (Marsden) によって否定された．彼らは α 粒子を重い原子によって散乱させる有名な実験で，正の電荷は空間的にたいへん集中しているということを見出した．これは散乱された α 粒子の角度分布から導いたものである．この角度分布は，一様な電荷分布では説明できない大きな角の散乱が発生することを示していた．これは，中心にある正電荷を持った重い原子核によるクーロン場による散乱として説明されうるものである．散乱された入射粒子の角度分布から散乱の原因となったポテンシャルを決定する方法は，原子核・素粒子物理において常に重要なものであり，後の章でも何度も扱うことになるだろう．この実験により，正電荷を持ち空間的に集中した原子核とそれを取り巻く負の電荷を持つ電子から成る原子の存在が確立した．

■陽子 ラザフォードは α 粒子を軽い原子核にぶつける実験もやってみた．α 粒子そのものは He 原子が電離したものとわかっていた．この反応で彼は元素変換を見つけようとした．放射性 α 崩壊も元素変換であるが，その逆反応を探したのである．α 粒子を窒素にぶつけたとき異常に長い飛程を持つ正電荷の粒子を観測した．これも原子から放出されたものに違いなかった．彼はそれから次のような結論を出した．窒素原子はこの反応によって破壊され，原子核から軽い構成要素が飛び出したのである．同様に大きな飛程を持つ粒子を，水素を標的とした反応で彼はすでに発見していた．そこで彼は，自分が測定した粒子は水素の原子核であり，これが窒素の構成要素であるに違いないと結論した．実際，彼が観測したのは

$$^{14}\mathrm{N} + {}^{4}\mathrm{He} \longrightarrow {}^{17}\mathrm{O} + \mathrm{p}$$

という反応であった．窒素の原子核が酸素の原子核に変わり，陽子 (p) が 1 つ放出される．このようにして水素の原子核が原子核の基本的な構成要素であることがわかった．ラザフォードは当時彼の手に入るよりももっとエネルギーの高い α 粒子があれば窒素以外の原子核も破壊し，その構成要素を研究できるようになるだろうと推測した．このようにして彼は現代の原子核物理への道を開いたのである．

■中性子 中性子も α 粒子を原子核にぶつけることによって発見された．ラザフォードの方法，つまり ZnS の膜のシンチレーションを目で見て粒子を検出し数えるという方法は，電気的に中性の粒子には応用することができない．当時発展した電離箱や

霧箱によって荷電粒子の検出はたいへん容易になったが，それを中性の粒子に直接使うことはできない．中性の粒子は間接的な方法によってのみ検出することができる．**チャドウィック** (Chadwick) は 1932 年に適切な実験方法を見つけた．ポロニウム線源から出る α 粒子をベリリウムにぶつけることによって中性子が原子核の基本的な構成要素であることを証明したのである．それまでにも同様な実験で「中性な放射線」が観測されていたが，その素性と種類は説明できていなかった．チャドウィックはこの中性の放射線を水素，ヘリウム，窒素に衝突させ，これらの原子核の反跳エネルギーを電離箱で測った．そして中性の放射線の粒子は陽子とおよそ同じ質量を持っていることを衝突の法則を用いて導いた．チャドウィックはそれを「中性子」と名づけた．

■核力と結合エネルギー　このようにして原子の構成要素は見つけられた．イオン源と質量分析器の発展により原子核の構成要素である陽子と中性子の結合する力を調べることができるようになった．この力は原子を形づくるのに働いている電磁気力よりずっと強いに違いないだろう．原子核は高いエネルギーの α 粒子をぶつけることによってのみ破壊されるからである．

1 つの系の**結合エネルギー** (binding energy) は結合と安定性についての情報を与える．結合エネルギーとは，その系の構成物の質量の和とその系の質量との差のことである．安定な原子核については結合エネルギーは正の値を持つ．原子核の結合エネルギーは原子核の質量のほぼ 1% に相当する．歴史的な理由により**質量欠損** (mass defect) とも呼ばれるこの現象は質量–エネルギー関係式 $E = mc^2$ の初めての実験的証拠の一例である．強い相互作用によって束縛された系の研究において質量欠損は基本的な重要性を持つものである．そこで我々はこの章の大部分を使って原子核の質量とその系統性について述べる．

2.2　原子核

■原子番号　原子番号 (atomic number) Z は原子核内の陽子の数を与える．したがって原子核の電荷は $Q = Ze$ である．素電荷 e は 1.6×10^{-19} C である．中性の原子では原子の雲の中に Z 個の電子が存在し，原子核の電荷とつりあいがとれている．原子核の原子番号によって化学的性質が決定される．

原子核の電荷を決定する古典的な方法は，研究しようとしている原子の特性 X 線を測ることである．原子はそのために電子，陽子ないしはシンクロトロン放射光によって励起される．測定された K_α 線のエネルギーは**モーズリー** (Moseley) **の法則**により $(Z-1)^2$ に比例している．今日では，特性 X 線の検出は物質の分析における元素の決定に応用することができる．

原子は電気的に中性である．このことは陽子の正の電荷と電子の負の電荷の絶対値が等しいことを示唆している．電場の中で分子ビームが曲がるかどうかを測る実験により，陽子と電子の**電荷**の差の上限が与えられている [Dy73]：

$$|e_\mathrm{p} + e_\mathrm{e}| \leq 10^{-18} e. \tag{2.1}$$

今日の宇宙論的な推定によれば電荷の差に対する上限は更に小さいものとなっている．

■質量数　原子核の中には Z 個の陽子とともに N 個の中性子がある．**質量数** (mass number) A は原子核中の核子の数を示す：$A = Z + N$．Z と N（あるいは Z と A）の様々な組み合わせを**核種** (nuclide) と呼ぶ．

- 質量数 A が同じ原子核を**同重体**（**アイソバー**：isobar），
- 原子番号 Z が同じ原子核を**同位体**（**アイソトープ**：isotope），
- 中性子数 N が同じ原子核を**同中性子体**（**アイソトーン**：isotone）

と呼ぶ．

原子の質量の方が原子核の質量よりも正確に測ることができるので，結合エネルギー B は原子の質量を用いて定義されるのが普通である [AM93]：

$$B(Z, A) = \left[ZM(^1\mathrm{H}) + (A - Z)M_\mathrm{n} - M(A, Z)\right] \cdot c^2. \tag{2.2}$$

ここで $M(^1\mathrm{H}) = M_\mathrm{p} + m_\mathrm{e}$ は水素原子の質量である（水素原子の原子としての結合エネルギーは 13.6 eV で無視できるほど小さい）．M_n は**中性子の質量**，$M(A, Z)$ は Z 個の電子と A 個の核子を持つ原子核による原子の質量である．これらの粒子の静止質量は

$$\begin{aligned} M_\mathrm{p} &= 938.272\,\mathrm{MeV}/c^2 = 1836.149\, m_\mathrm{e}, \\ M_\mathrm{n} &= 939.566\,\mathrm{MeV}/c^2 = 1838.679\, m_\mathrm{e}, \\ m_\mathrm{e} &= 0.511\,\mathrm{MeV}/c^2. \end{aligned}$$

国際単位系に変換するには変換因子 $1.783 \times 10^{-30}\,\mathrm{kg}/(\mathrm{MeV}/c^2)$ を掛ければよい．

原子核物理では核種は記号 $^A\mathrm{X}$ と書かれる．X は元素の種類を表す**元素記号**である．その一例は炭素の安定同位体 $^{12}\mathrm{C}$ と $^{13}\mathrm{C}$，および年代測定によく使われる放射性同位体 $^{14}\mathrm{C}$ である．しばしば $^A_Z\mathrm{X}$ や $^A_Z\mathrm{X}_N$ という書き方も用いる．原子番号 Z と，場合によっては中性子数 N もはっきりと示すためである．

■質量分析法による質量の決定　原子核の結合エネルギーは原子の質量を正確に知れば計算することができる．質量分析法によって原子の質量を正確に決定し，それにより原子核の結合エネルギーを決定する方法が 20 世紀のはじめに発達した．たいていの質量分析器では質量を決定するために電荷 Q のイオンが電場および磁場中で曲が

ることを利用して運動量 $p = Mv$ と運動エネルギー $E_{\text{kin}} = Mv^2/2$ を同時に測る方法を使う.

電場 E の中ではイオンの軌道の曲率半径 r_{E} はエネルギーに比例している：

$$r_{\text{E}} = \frac{M}{Q} \cdot \frac{v^2}{E}. \tag{2.3}$$

磁場 B の中ではイオンの曲率半径 r_{M} は運動量に比例している：

$$r_{\text{M}} = \frac{M}{Q} \cdot \frac{v}{B}. \tag{2.4}$$

図 2.1 は通常の分析器の配置を示す. イオンはイオン源から出て電場の中で約 40 keV まで加速される. 電場の中でエネルギーについて分離され, 磁場の中で運動量について分離される. 磁場をうまく設計すると同一の比電荷 Q/M を持ったイオンが, イオン源からはいろいろな角度で出たにもかかわらず分析器の終わりのところで焦点を結ぶので 1 つの測定器によって検出することができる.

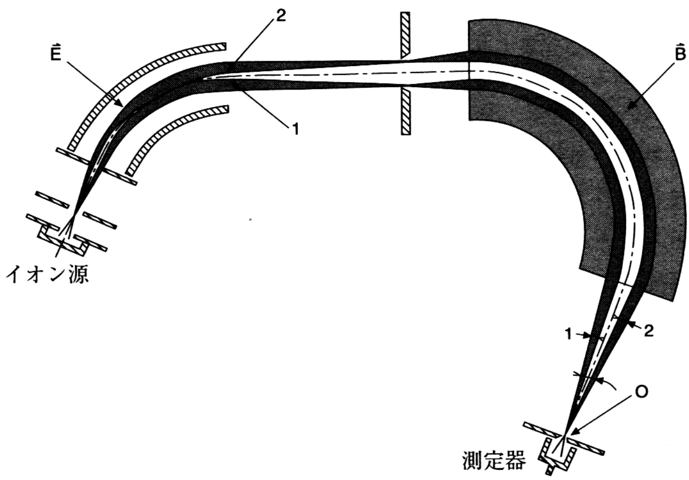


図 2.1　2 重集束の質量分析器（[Br64] による）. このスペクトロメータは特定の比電荷 Q/M を持つイオンのみを集束させる. 見やすくするためにビームの縁の粒子の軌跡のみが描かれている（1 と 2）. 扇型の電場と磁場がイオンをイオン源から測定器まで導く. 異なる Q/M 比を持ったイオンは磁場の中で分離されスリット O を通り抜けない.

測定技術上の理由から質量の基準としては核種 ^{12}C を使うと特に便利である. 炭素とその化合物は分析器による測定で扱いやすく, 質量の較正にたいへん適しているからである. そこで原子質量単位 u は核種 ^{12}C の原子の質量の 1/12 と定義された：

$$1u = \frac{1}{12} M_{^{12}\text{C}} = 931.494\,\text{MeV}/c^2 = 1.660\,43 \times 10^{-27}\,\text{kg}.$$

質量分析器は今日でも研究および工業に用いられている.

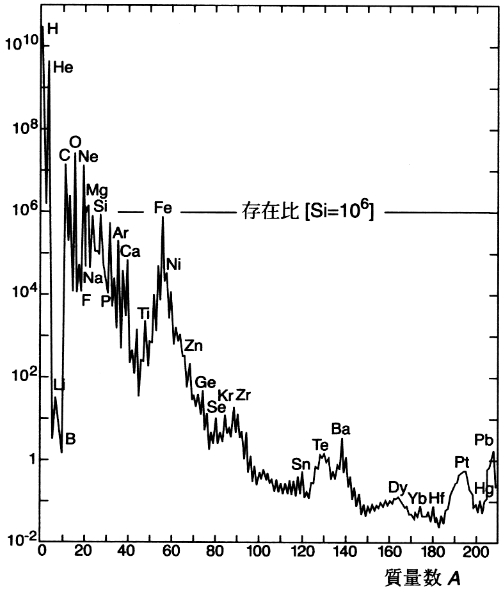


図 2.2　太陽系における元素の存在比を質量数 A の関数として表している．Si の存在比を 10^6 に規格化してある．

■原子核の存在比　基礎的研究における質量分析法の具体的な応用の 1 つは太陽系における同位体の存在比の決定である．核種の相対的存在比は図 2.2 に質量数 A の関数として示してある．地球，月，および隕石の試料の同位体存在比はわずかな例外を別とすれば同じであり，太陽系外からの宇宙線の核種の存在比とも一致する．現在我々のまわりにある重水素やヘリウムは宇宙創成の初期に（**ビッグバン** (big bang) から数分後に [Ba80]）大部分合成されたものと今日では考えられている．最も安定な原子核 ^{56}Fe までの原子核は，星の中で**核融合** (nuclear fusion) によって生成された．更に重い原子核はたいへん重い星の爆発によって発生した（超新星）[Bu57].

一般的には同位体存在比からのずれは放射性崩壊によって核種が発生した場合に局所的に起こりうる．図 2.3 は 10 km の深さまでのボーリングから発見された Xe 同位体の存在比を示す．同位体分布は地球の大気における分布とはたいへん異なる．このずれは，大気における Xe は基本的には地球が誕生した際にすでに存在したものであるのに対し，ボーリングによる Xe 同位体は放射性崩壊（ウラン同位体の自発核分裂）によるものだからである．

■原子核反応による質量の決定　結合エネルギーは原子核反応の系統的な研究によっても決定することができる．例として水素による熱中性子 ($E_{\mathrm{kin}} \approx 1/40\,\mathrm{eV}$) の捕獲を考えよう．

$$\mathrm{n} + {}^{1}\mathrm{H} \longrightarrow {}^{2}\mathrm{H} + \gamma \tag{2.5}$$

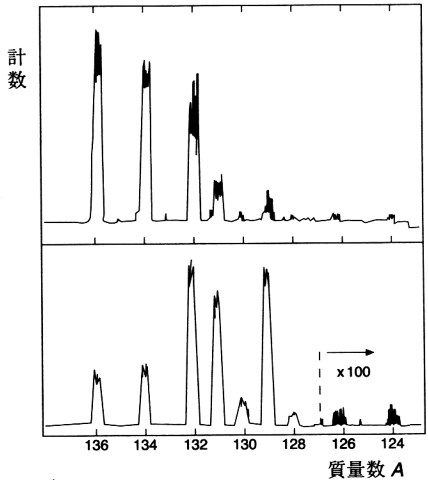


図 2.3　Xe 同位体の質量スペクトル．上の図はコラ半島（ロシア）でのボーリングから得た約 27 億年前にできた片麻岩について調べたもの．比較のために大気中の Xe 同位体の組成のスペクトルが下の図に示してある．片麻岩中の Xe 同位体はウランの自発核分裂によるものである．(この図は原子核のマックス・プランク研究所の Klaus Schäfer の厚意による.)

放出される光子のエネルギーは重水素 ^{2}H 原子核の結合エネルギー B と直接関係している：

$$B = (M_{\rm n} + M_{^1{\rm H}} - M_{^2{\rm H}}) \cdot c^2 = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2M_{^2{\rm H}}c^2} = 2.225\,{\rm MeV}. \tag{2.6}$$

ここで最後の項は重水素の反跳エネルギーを考慮したものである．反跳の運動量は E_γ/C である．別の例として

$$^1{\rm H} + {}^6{\rm Li} \longrightarrow {}^3{\rm He} + {}^4{\rm He}$$

という反応を考えよう．この反応のエネルギー収支は次の式で与えられる：

$$E_{^1{\rm H}} + E_{^6{\rm Li}} = E_{^3{\rm He}} + E_{^4{\rm He}}. \tag{2.7}$$

ここでエネルギー $E_{\rm X}$ は核種 X の全エネルギー，すなわち静止質量と運動エネルギーを足したものを表す．核種の質量のうち 3 つがわかっていて，運動エネルギーがすべて測れれば，4 番目の核種の結合エネルギーを決定することができる．

原子核反応による結合エネルギーの測定は主に低いエネルギーの加速器（ヴァン・デ・グラーフ (van de Graaff)，サイクロトン，ベータトロン）を用いて行われた．1950 年代と 60 年代のほぼ 20 年間にわたる測定により，結合エネルギーを決めるこの 2 つの方法（質量分析法と原子核反応のエネルギー収支）の系統的誤差を大いに減らすことができた．両者は互いに一致する精度のよい測定結果を提供するようになった．図 2.4 はそのようにして測られた安定した原子核の核子あたりの結合エネル

ギーを示したものである．原子核反応の方法によると，質量分析法によって測定できないほどの短寿命の原子核の質量も決めることができる．

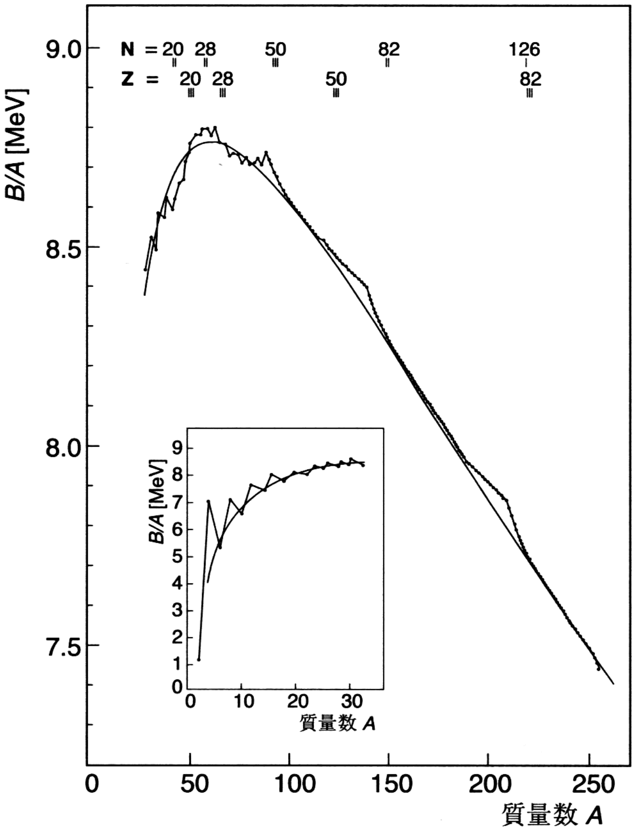


図 2.4　質量数 A が偶数の原子核について核子あたりの結合エネルギーを示したもの．曲線はヴァイツゼッカーの質量公式 (2.8) を表す．核子数が少ない原子核は全般的な傾向から大きくずれており，別途に検討しなければならない．重い原子核においては特定の陽子数ないし中性数のとき核子あたりの結合エネルギーが図中のデータからわかるようにいくらか増加する．このいわゆる「魔法数」については 17.3 節で扱う．

2.3　結合エネルギーのパラメータ化

軽い原子核を別とすれば核子あたりの結合エネルギーはたいていの原子核で約 8–9 MeV である．結合エネルギーは質量数にわずかにしか依存しないので，わずかな数のパラメータで記述することができる．原子核の質量を A と Z に依存するものとしてパラメータ化することは 1935 年に初めて導入されたもので [We35, Be36]，**ヴァイツゼッカーの質量公式** (Weizsäcker mass formula) という名でよく知られている．

それを用いると，式 (2.2) によって結合エネルギーを計算することができる．Z 個の陽子と N 個の中性子を持つ原子の質量は次のような現象論的な式で与えられる：

$$M(A,Z) = NM_\mathrm{n} + ZM_\mathrm{p} + Zm_\mathrm{e} - a_\mathrm{v}A + a_\mathrm{s}A^{2/3} + a_\mathrm{c}\frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_\mathrm{a}\frac{(N-Z)^2}{4A} + \frac{\delta}{A^{1/2}} \quad (N = A - Z). \tag{2.8}$$

パラメータ a_v, a_s, a_c, a_a, δ の正確な値はこれらのパラメータを最適化するときに質量数のどの領域を使ったかに依存する．パラメータとして次のような値を用いることができる：

$$\begin{aligned} a_\mathrm{v} &= 15.67\,\mathrm{MeV}/c^2, \\ a_\mathrm{s} &= 17.23\,\mathrm{MeV}/c^2, \\ a_\mathrm{c} &= 0.714\,\mathrm{MeV}/c^2, \\ a_\mathrm{a} &= 93.15\,\mathrm{MeV}/c^2, \\ \delta &= \begin{cases} -11.2\,\mathrm{MeV}/c^2 & (Z \text{ と } N \text{ が偶数の場合（偶偶核）}) \\ 0\,\mathrm{MeV}/c^2 & (A \text{ が奇数の場合（奇偶核）}) \\ +11.2\,\mathrm{MeV}/c^2 & (Z \text{ と } N \text{ が奇数の場合（奇奇核）}) \end{cases}. \end{aligned}$$

原子の質量は基本的には構成要素（陽子，中性子，電子）の質量の和で与えられるものである．原子核の結合がこの質量の和からのずれを生じさせるのだが，それは式 (2.8) の第 4 項から第 8 項までの 5 つの項に反映している．これらの寄与の物理的解釈は，原子核半径 R と質量数 A は

$$R \propto A^{1/3} \tag{2.9}$$

という関係にあるということを考慮すれば容易に理解できるものである．この関係の実験的な検証および比例係数の定量的な決定は 5.4 節で述べる．個々の項は次のように解釈することができる．

■体積項 この項は結合エネルギーの主要な部分を占めるものであるが，核子の数に比例する．1 つの（大きな）原子核の中にいるそれぞれの核子は約 16 MeV の寄与をする．この事実から，核力の到達距離は短く，2 つの核子の間の距離にほぼ相当することがわかる．この現象を飽和と呼ぶ．もし原子核の中の核子がそれぞれ他の核子と相互作用をしたならば，合計の結合エネルギーは $A(A-1)$ あるいは近似的に A^2 に比例するはずである．しかしそうはなっていない．飽和の現象のゆえに，わずかな例外を除けばどの原子核でも原子核の密度はその中央部において同じである．その値は

$$\varrho_{\text{原子核}} \approx 0.17\ \text{核子}/\mathrm{fm}^3 = 3 \times 10^{17}\,\mathrm{kg/m}^3 \tag{2.10}$$

である．原子核の平均の密度は，質量と半径から得られる（式 (5.56) を参照せよ）の

であるが，0.13 核子/fm^3 であって，上記の中央部での値より少し小さい．原子核の中の核子の平均距離は約 1.8 fm である．

■**表面項**　原子核の表面にある核子にとっては，結合エネルギーは減少する．表面にある核子は中心部にある核子よりも少ない数の核子によって囲まれているからである．この効果による結合エネルギーの減少の程度は原子核の表面積（R^2 つまり $A^{2/3}$）に比例する．

■**クーロン項**　原子核の中の陽子の間に働く電気的斥力は結合エネルギーを更に減少させる．この項は

$$E_{\text{Coulomb}} = \frac{3}{5}\frac{Z(Z-1)\alpha\hbar c}{R} \tag{2.11}$$

と計算される．したがって近似的には $Z^2/A^{1/3}$ に比例する．

■**非対称項**　質量数が小さな場合は原子核は同じ数の陽子と中性子を持つ傾向がある．原子核の質量数が大きくなるとクーロン斥力を核力で部分的に帳消しにするためにだんだん多くの中性子を含む．それにより中性子と陽子の数の非対称が生じる．例えば ^{208}Pb の場合には $N-Z=44$ である．核力が原子核における中性子過剰度に依存することは非対称項 $(N-Z)^2/(4A)$ によって記述される．このことから原子核の質量が大きくなるにつれて対称性は減少することがわかる．それについては 17.1 節でもう一度扱う．これまでに話してきた 4 つの項の A-依存性が図 2.5 に示してある．

■**対結合エネルギー項**　原子核の質量を系統的に考察してみると陽子数および中性子数が偶数だと原子核がより安定であることがわかる．このような観測結果は陽子の対結合および中性子の対結合によるものと解釈できる．この対結合エネルギーは質量数に依存する．大きな原子核ほど核子の波動関数の重なりが小さくなるからである．この効果を経験的に式 (2.8) の $\delta \cdot A^{-1/2}$ という項で記述する．

総合的に見ると，核力の全般的性質は質量公式 (2.8) によってたいへんよく記述されている．しかし原子核の構造の詳細は，後に（特に第 17 章で）扱うが，式 (2.8) では考慮に入れられていない．

ヴァイツゼッカーの質量公式は**液滴模型** (liquid drop model) に関連してしばしば言及される．実際，公式は液滴について知られているいくつかの性質に基づいている．一定の密度，力の到達距離が短いこと，飽和，変形しうること，そして表面張力である．しかし重要な違いは粒子の平均自由行程である．液滴中の分子にとって平均自由行程は液滴の大きさよりもずっと小さいが，原子核の中の核子にとってはそれは大きい．したがって原子核は古典的流体としてではなく量子流体として扱うべきである．低い励起エネルギーにおいては原子核は更に**フェルミ気体** (Fermi gas)，つまり

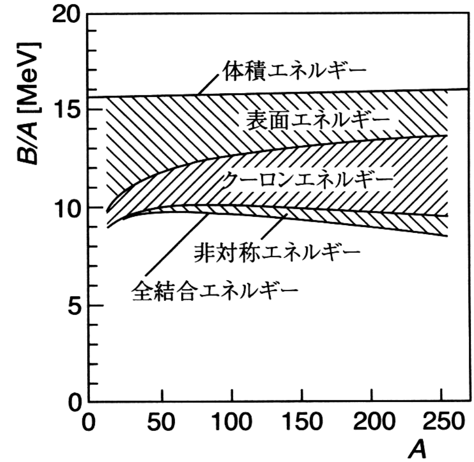


図 2.5　核子あたりの結合エネルギーに対するいろいろな効果の寄与．横軸は質量数 A．約 16 MeV の水平の線は体積エネルギーの寄与を示す．表面，クーロン，非対称エネルギーの寄与を含めると約 8 MeV（一番下の線）まで減少する．A が増すにつれクーロンエネルギーと非対称エネルギーの（負の）寄与は増えるが，表面エネルギーの寄与は減る．

互いの相互作用が弱い自由粒子の系として記述される．17.1 節でそれについてより詳しく扱う．

2.4　核力の荷電独立性およびアイソスピン

陽子と中性子はほとんど同じ質量を持っているだけでなく相互作用においても同じように振舞う．**鏡映核** (mirror nuclei) を研究すればこのことが特にわかる．鏡映核とは 1 組の同重体であってしかも一方の核種の陽子数が他方の核種の中性子数に等しく，また逆も成り立つ場合を指す．

図 2.6 に鏡映核 ${}^{14}_{6}C_8$ と ${}^{14}_{8}O_6$ の低いエネルギー準位が ${}^{14}_{7}N_7$ のそれとともに示してある．準位の量子数 J^P ばかりでなく準位の間隔まで互いにたいへんよく似ている．わずかな違いや，${}^{14}_{8}O_6$ の状態の ${}^{14}_{6}C_8$ の状態に対する全体的なずれは，クーロンエネルギーの違いによって説明できる．その他の鏡映核の例は 17.3 節（図 17.7）で言及する．${}^{14}_{6}C_8$ と ${}^{14}_{8}O_6$ のエネルギー準位はそれらの同重体の原子核である ${}^{14}_{7}N_7$ にも存在する．これに対し，${}^{14}_{7}N_7$ のその他の状態は両隣の原子核に同等の状態が存在しない．つまり状態には 3 重状態と 1 重状態がある．

状態のこのような多重項は，角運動量（スピン）の結合に際して生じる多重度を思い出させる．そこで陽子と中性子の対称性を同様の形式を用いて記述する．**アイソスピン** (isospin) I と呼ばれる 2 重項 (I=1/2) を成す核子の 2 つの状態として陽子と中性子を扱う．

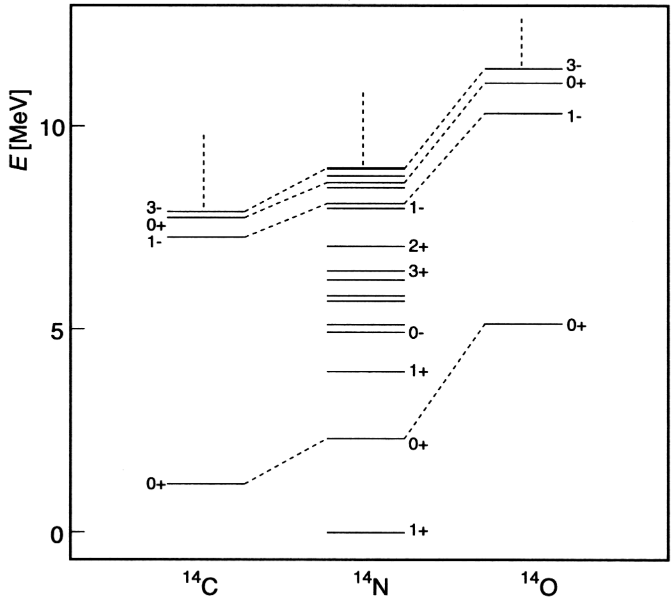


図 2.6　$A = 14$ の 3 つの最も安定な同重体の低いエネルギー準位．重要な準位には角運動量 J とパリティ P を示した．3 つの原子核のアナログ状態は点線で結んである．縦軸のエネルギーは $^{14}_{7}\mathrm{N}_7$ の基底状態を原点にとった．

$$\text{核子：}\quad I = 1/2 \quad \begin{cases} \text{陽子：} & I_3 = +1/2 \\ \text{中性子：} & I_3 = -1/2 \end{cases} \tag{2.12}$$

アイソスピンは形式上，量子力学的な角運動量と同じように扱われる．例えば陽子と中性子の対は合成アイソスピンが 1 ないし 0 の状態に存在しうる．アイソスピンの第 3 (z) 成分は加算しうる量である：

$$I_3^{\text{原子核}} = \sum I_3^{\text{核子}} = \frac{Z - N}{2}. \tag{2.13}$$

これによって**アナログ状態** (analogous state) が図 2.6 の中で生じる理由を説明することができる．$^{14}_{6}\mathrm{C}_8$ と $^{14}_{8}\mathrm{O}_6$ はそれぞれ $I_3 = -1$, $I_3 = +1$ である．したがってアイソスピンは $I = 1$ より小さくなることはできない．これらの原子核の状態は必然的に $^{14}_{6}\mathrm{C}_8$, $^{14}_{7}\mathrm{N}_7$ と $^{14}_{8}\mathrm{O}_6$ のアナログ状態の 3 重項に属する．これに対し $^{14}_{7}\mathrm{N}_7$ の I_3 成分は 0 なので更にアイソスピン $I = 0$ の状態が生じうる．

$^{14}_{7}\mathrm{N}_7$ は $A = 14$ の同重体のうち最も安定なものであるので，その基底状態はアイソスピン 1 重項でなければならない．さもなければそれのアナログ状態が $^{14}_{6}\mathrm{C}_8$ に存在するであろう．そして $^{14}_{6}\mathrm{C}_8$ の方がクーロン斥力が小さいのでよりエネルギーが低くなりその結果 $^{14}_{6}\mathrm{C}_8$ の方が安定になるであろう．

$I = 2$ の状態は図 2.6 に示されていない．そのような状態には $^{14}_{5}\mathrm{B}_9$ と $^{14}_{9}\mathrm{F}_5$ にアナログ状態が存在するはずである．しかしこれらの原子核はたいへん不安定（エネル

ギーが高い）なので，図のエネルギー領域よりも上にはみ出している．

$A = 14$ の同重体は比較的軽い原子核なのでクーロンエネルギーはあまり大きくない．しかし重い原子核ではクーロンエネルギーの影響はもっと大きく，アイソスピン対称性をもっと歪めている．

アイソスピンの概念は原子核物理においてだけでなく素粒子物理においても重要な意味を持っている．後の章で見るように，クォークおよびクォークによって構成された粒子をアイソスピンの助けを借りてアイソスピン多重項に分類することができる．強い相互作用によって起こる力学的過程では系のアイソスピンは保存される．

【問　題】

1　アイソスピン対称性　^{3}H や ^{3}He の原子核の中にある 3 つの核子は球形の剛体のような形をしていると単純化して考える．そしてこの 2 つの原子核の結合エネルギーの差は単純に ^{3}He の中の 2 つの陽子の静電気的斥力によるものだとすると，陽子間の距離はどのくらいか？（^{3}H の β^- 崩壊の際の電子の最大エネルギーは 18.6 keV である．）

第3章

原子核の安定性

安定な原子核は Z-N 平面上でたいへん狭い帯の中にのみ存在している（図 3.1）．それ以外のすべての原子核は不安定であり，様々な方法で自発的に崩壊する．

中性子がたいへん過剰な同重体は，1 つの中性子が陽子に変わることによってエネルギー的により安定になる．陽子が過剰な場合はその逆の反応が起こる．このような変換を **β 崩壊** (decay) と呼ぶ．β 崩壊は弱い相互作用の現象の 1 つの例である．第 10 章で弱い相互作用を議論した後 15.5 節と 17.6 節で β 崩壊を詳しく議論する．この章では，一般的な性質，特に β 崩壊のエネルギー収支についてのみ考察する．

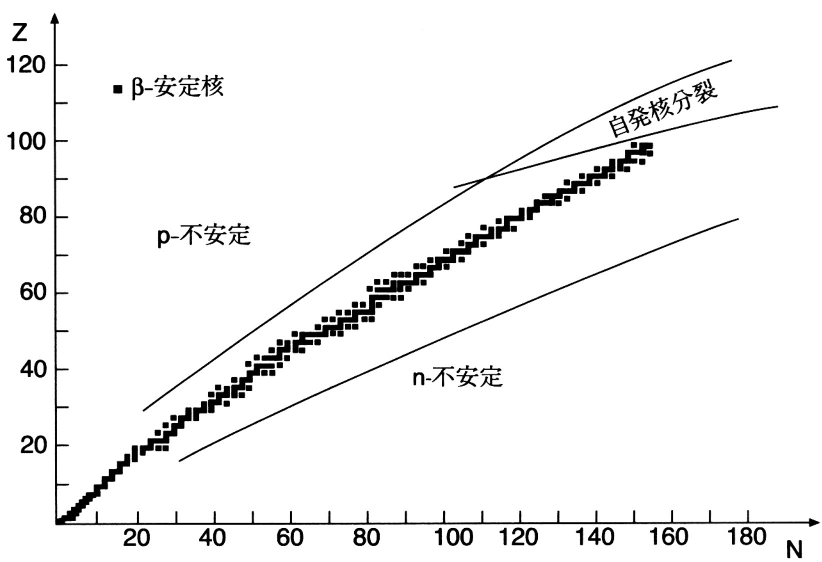


図 3.1　Z-N 平面における β 安定核（[Bo69] による）．

核子あたりの結合エネルギーは鉄およびニッケルの同位体において最大である．し

たがってこれらは最も安定な核種である．より重い原子核ではクーロン斥力が増えるので結合エネルギーは減少する．更に質量数が増えると原子核は不安定になり，2 つないしそれ以上の軽い原子核に自発的に分裂する．ただしその際，もともとの原子（親原子）の質量が崩壊後の原子（娘原子）の質量の総和より大きいことが条件である．2 体に崩壊する場合は，次のような条件が課せられる：

$$M(A,Z) > M(A-A',Z-Z') + M(A',Z'). \tag{3.1}$$

この条件には陽子数と中性子数が保存することを考慮に入れている．しかし，この条件からはそのような崩壊が起こる可能性の高さについては何もわからない．1 つの同位体の寿命が太陽系の年齢よりずっと長いとき，安定であると呼ぶ．多体崩壊は一般的に 2 体崩壊よりずっとまれなので，以下では扱わない．娘核の 1 つが ^{4}He 原子核，つまり $A' = 4$, $Z' = 2$ の原子核になる崩壊は頻繁に起こる．この崩壊モードを **α 崩壊**と呼び，ヘリウム原子核を **α 粒子**と呼ぶ．

重い原子核がほぼ同じくらいの質量の 2 つの娘核に崩壊することを**自発核分裂** (spontaneous nuclear fission) と呼ぶ．それが起こる確率は $Z \geq 110$ になって初めて α 崩壊よりも高くなる．自然に存在する重い元素においては自発核分裂はあまり重要な過程ではない．

■崩壊定数　放射性原子核が単位時間あたりに崩壊する確率を**崩壊定数** (decay constant) λ と呼ぶ．それは**寿命** (lifetime) τ および**半減期** (half life) $t_{1/2}$ と次のような関係にある：

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad \text{および} \quad t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}. \tag{3.2}$$

放射性原子核の崩壊定数は**放射能** (activity，単位時間あたりの崩壊数）を測ることによって決定される：

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N. \tag{3.3}$$

ここで N は試料中の放射性原子核の数である．放射能の単位はベクレル (Bq) で，それは

$$1\,\mathrm{Bq} = 1\,\text{崩壊/秒} \tag{3.4}$$

と定義される．寿命の短い核種については，放射能が時間とともに減少するのを検出器と高速のエレクトロニクスで測る：

$$A(t) = \lambda N(t) = \lambda N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t}. \tag{3.5}$$

ここで N_0 は $t = 0$ における N の値である．この測定方法は寿命が 1 年ぐらいのものまでに使える．それよりも寿命の長い核種の場合は式 (3.3) によって崩壊定数を決めるので，放射能ばかりでなく試料中の原子核の数も測定しなければならない．

3.1 β 崩壊

質量数 A が同じ原子核（同重体）を考えてみよう．式 (2.8) は $N = A - Z$ であることを用いると次のように変形することができる：

$$M(A,Z) = \alpha \cdot A - \beta \cdot Z + \gamma \cdot Z^2 + \frac{\delta}{A^{1/2}}, \tag{3.6}$$

$$\text{ただし,}\quad \alpha = M_{\rm n} - a_{\rm v} + a_{\rm s}A^{-1/3} + \frac{a_{\rm a}}{4},$$
$$\beta = a_{\rm a} + (M_{\rm n} - M_{\rm p} - m_{\rm e}),$$
$$\gamma = \frac{a_{\rm a}}{A} + \frac{a_{\rm c}}{A^{1/3}},$$
$$\delta = \text{式 (2.8) のとおり.}$$

この式では，原子核の質量は Z についての 2 次式として表されている．質量数 A が一定のとき原子核の質量を電荷数 Z の関数として描くと，A が奇数のときは 1 本の放物線になる．A が偶数のときは，陽子数・中性子数ともに偶数（偶偶）の場合および両方とも奇数（奇奇）の場合について，質量が垂直にずれた 2 本の放物線になる．奇奇核の放物線は偶偶核の放物線より対結合エネルギーの 2 倍 $(2\delta/\sqrt{A})$ だけ上にずれている．放物線の最小値は $Z = \beta/2\gamma$ の場合である．同重体のうち最も質量が小さい原子核が β 崩壊に関して安定な原子核である．

■奇核の β 崩壊　$A = 101$ の同重体を例にとって様々な種類の β 崩壊を議論しよう．この質量数の場合，質量の放物線の最小値は $Z = 44$ の ${}^{101}_{44}\mathrm{Ru}$ のところにある．${}^{101}_{44}\mathrm{Ru}$ より多くの中性子を持つ同重体，例えば ${}^{101}_{42}\mathrm{Mo}$ および ${}^{101}_{43}\mathrm{Tc}$ は

$$\mathrm{n} \longrightarrow \mathrm{p} + \mathrm{e}^- + \bar{\nu}_{\rm e} \tag{3.7}$$

という変換によって電荷数が 1 だけ大きい原子核と電子と電子反ニュートリノに崩壊する（図 3.2）：

$${}^{101}_{42}\mathrm{Mo} \longrightarrow {}^{101}_{43}\mathrm{Tc} + \mathrm{e}^- + \bar{\nu}_e$$
$${}^{101}_{43}\mathrm{Tc} \longrightarrow {}^{101}_{44}\mathrm{Ru} + \mathrm{e}^- + \bar{\nu}_{\rm e}$$

このような崩壊では負の電荷を持つ電子が放出されるので，歴史的に **β^- 崩壊**と呼ばれている．β^- 崩壊は，その原子の質量 $M(A,Z)$ よりも娘原子の質量 $M(A,Z+1)$ が小さければエネルギー的には常に可能である：

$$M(A,Z) > M(A,Z+1). \tag{3.8}$$

ここでは原子核の質量だけではなくて原子全体の質量を考えているので，崩壊によって発生する電子の静止質量は自動的に考慮に入っている．（反）ニュートリノの質量は

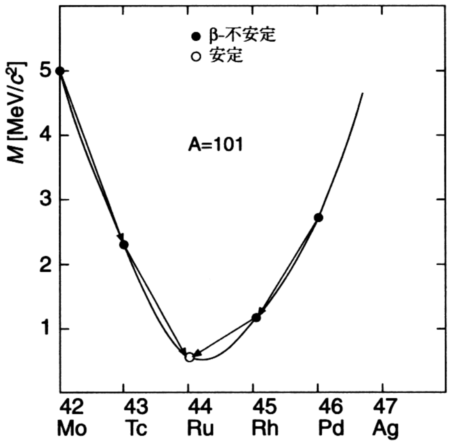


図 3.2　$A = 101$ の同重体の質量の放物線（[Se77] による）．可能な β 崩壊は矢印で示してある．横軸は原子番号 Z．縦軸の質量のスケールのゼロ点は任意に選んである．

小さい ($< 15\,\mathrm{eV}/c^2$) [PD98] ので，質量収支には関しては無視できる．

一方，${}^{101}_{44}\mathrm{Ru}$ より陽子の多い同重体は，陽子の

$$\mathrm{p} \longrightarrow \mathrm{n} + \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e} \tag{3.9}$$

という変換によって最終的に安定な同重体 ${}^{101}_{44}\mathrm{Ru}$ に崩壊する：

$${}^{101}_{46}\mathrm{Pd} \longrightarrow {}^{101}_{45}\mathrm{Rh} + \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e}$$
$${}^{101}_{45}\mathrm{Rh} \longrightarrow {}^{101}_{44}\mathrm{Ru} + \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e}$$

この崩壊は **β^+ 崩壊**と呼ばれている．自由な中性子は自由な陽子より大きな質量を持っているので，式 (3.9) の過程は原子核の中でのみ起こりうる．これに対し，中性子の崩壊 (3.7) の方は，自由な中性子でも起こる．β^+ 崩壊は親原子の質量 $M(A,Z)$ と娘原子の質量 $M(A,Z-1)$ の間に次のような関係式があるときにエネルギー的に可能である：

$$M(A,Z) > M(A,Z-1) + 2m_\mathrm{e}. \tag{3.10}$$

この関係式には，陽電子が 1 つ発生し，更に親原子の電子が 1 つ余分になることが考慮に入れられている．

■偶核の β 崩壊　質量数が偶数の同重体においては，すでに述べたように偶偶核と奇奇核の 2 本の分離した放物線があって，両者の間隔は対エネルギーの 2 倍に相当する．

特に $A > 70$ の領域では β 崩壊に関して安定な同重体がしばしば 1 つ以上ある．例として $A = 106$ の核種を見てみよう（図 3.3）．同重体 ${}^{106}_{46}\mathrm{Pd}$ と ${}^{106}_{48}\mathrm{Cd}$ は偶偶核

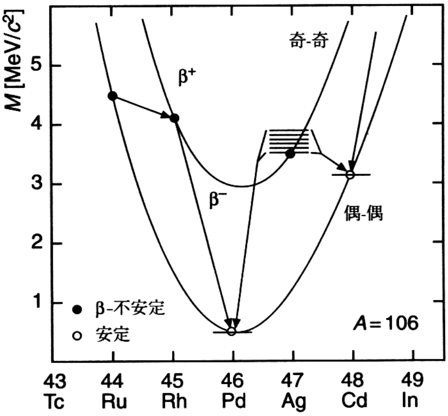


図 3.3 $A = 106$ の同重体の質量の放物線（[Se77] による）．可能な β 崩壊は矢印で示してある．横軸は原子番号 Z．縦軸の質量のスケールのゼロ点は任意に選んである．

なので両方とも下側の放物線上にあり，${}^{106}_{46}\mathrm{Pd}$ が最も安定した同重体である．${}^{106}_{48}\mathrm{Cd}$ は β 崩壊に関してそのすぐ隣の 2 つの奇奇核がいずれもエネルギー的により高いので，β 崩壊に対し安定である．したがって ${}^{106}_{48}\mathrm{Cd}$ から ${}^{106}_{46}\mathrm{Pd}$ への変換は **2 重 $\boldsymbol{\beta}$ 崩壊**によってのみ可能である：

$$ {}^{106}_{48}\mathrm{Cd} \longrightarrow {}^{106}_{46}\mathrm{Pd} + 2\mathrm{e}^+ + 2\nu_\mathrm{e} $$

しかしそのような過程の確率は非常に小さいので，${}^{106}_{48}\mathrm{Cd}$ を安定な原子核と見なすことができる．

すべての奇奇核は，同重体の質量グラフにおいて，より深く束縛された偶偶核が隣に少なくとも 1 つはあるので，不安定である．この規則の例外はたいへん軽い核の場合のみで，${}^{2}_{1}\mathrm{H}$, ${}^{6}_{3}\mathrm{Li}$, ${}^{10}_{5}\mathrm{B}$, ${}^{14}_{7}\mathrm{Ni}$ は安定である．もし β 崩壊すれば対エネルギーが減少することよりも非対称エネルギーが増えることの方が大きな効果を持つからである．いくつかの奇奇核は β^- 崩壊だけでなく β^+ 崩壊もする．そのよく知られた例は ${}^{40}_{19}\mathrm{K}$（図 3.4）と ${}^{64}_{29}\mathrm{Cu}$ である．

■電子捕獲　もう 1 つの可能な過程は，原子を取り巻く雲からの電子の捕獲である．電子は原子核の位置にゼロでない存在確率を持っている．したがって陽子と電子から

$$ \mathrm{p} + \mathrm{e}^- \longrightarrow \mathrm{n} + \nu_\mathrm{e} \tag{3.11} $$

という反応によって中性子とニュートリノが発生する．重い原子核では，原子核の半径が大きく電子軌道の半径は小さいのでこのようなことが起こる．電子はたいてい最も内側の殻，すなわち K 殻から捕獲される．電子が原子核に最も近く，波動関数の動径部分が座標の原点（原子核の中心）で最大値を持つことがその理由である．**K 電子捕獲** (electron capture) が起こると K 殻の電子が突然 1 つ足りなくなるので，上

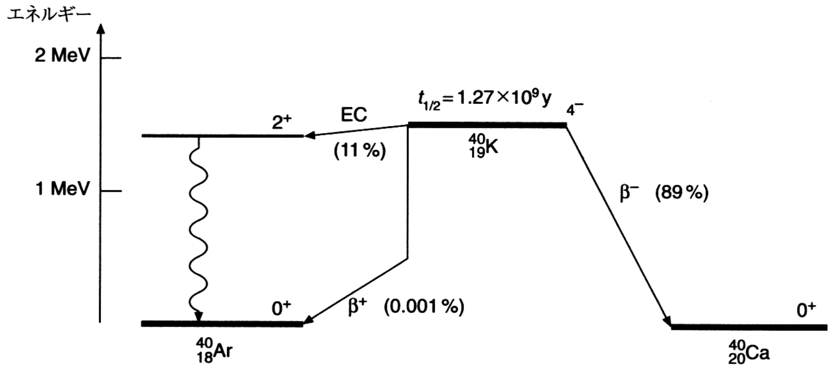


図 3.4　^{40}K の β 崩壊．^{40}K の原子核変換には β^- 崩壊と β^+ 崩壊と電子捕獲 (EC) が競争する．これらの崩壊の相対的な頻度は括弧の中に示してある．β^+ 崩壊の際の折れ曲がった矢印は，^{40}Ar 原子の電子が 1 つ余る上に陽電子を 1 つつくるので 1.022 MeV が必要で，残りが陽電子とニュートリノの運動エネルギーに使われることを示している．電子捕獲が起こると ^{40}Ar の励起状態に遷移し，γ 放出によって基底状態に遷移する．

の方のエネルギー準位にある電子が次々と下の方へカスケードを起こして移動し，その際に特性 X 線を発生する．

電子捕獲は β^+ 崩壊と競争する．エネルギーの保存から条件

$$M(A, Z) > M(A, Z-1) + \varepsilon \tag{3.12}$$

が得られる．ここで ε は娘核の原子の雲の励起エネルギーである．電子捕獲の結果，電子の雲に常に 1 つの穴ができるからである．電子捕獲では β^+ 崩壊と比べて $2m_ec^2 - \varepsilon$ だけ余分に運動エネルギーに使うことができる．したがって始めと終わりの原子の質量数の差がたいへん小さくて K 電子捕獲は起こりうるが β^+ 崩壊は起こらないという場合もある．

■**寿命**　β 崩壊に対し不安定な原子核の寿命 τ は数 ms から 10^{16} y までの値をとりうる．寿命は解放されるエネルギー E に強く依存するし ($1/\tau \propto E^5$)，親核と娘核の性質にも強く依存する．自由な中性子が，陽子，電子，反ニュートリノに崩壊する際には 0.78 MeV が解放されるが，その寿命 $\tau = 886.7 \pm 1.9$ s である [PD98]．

同重体の隣接した原子核が両方ともに β 崩壊に対して安定であるという例はない[注1]．

寿命の長い β 放出核のよく知られた例は ^{40}K である．^{40}K は β^- 崩壊によっても β^+ 崩壊によっても他の同重体に遷移することができる．更に電子捕獲が β^+ 崩壊と

注1 ただし同重体の隣接した原子核の片方は安定でももう一方はたいへん長寿命であるという例はある．インジウムの最も存在比の高い同位体 (^{115}In, 96%) が安定な原子核 ^{115}Sn に β^- 崩壊する寿命はたいへん長く $\tau = 3 \times 10^{14}$ y なので ^{115}In を安定核と見なすことができる．同様にレニウム (^{187}Re, 63%) が安定な原子核 ^{187}Os に β^- 崩壊する寿命も $\tau = 3 \times 10^{11}$ y である．

競争する．安定な娘核は ^{40}Ar および ^{40}Ca であり，同じ質量数 A で安定した原子核が 2 つある例である（図 3.4）．

^{40}K を例として選んだのは人や他の生物系の放射線被曝に重要な影響を与えるからである．カリウムは生命に必須な元素である．例えば神経系の信号の伝播はカリウムイオンの交換によって機能する．天然のカリウム中の放射性同位体 ^{40}K の割合は 0.01% である．そして体内での ^{40}K の崩壊は人の自然被曝の 16% にあたる．

3.2　α 崩壊

重い原子核でも陽子や中性子は約 8 MeV の結合エネルギーで束縛されており（図 2.4），したがって原子核から出てくることは一般にはできない．しかし数個の核子の束縛された系が放出されることはエネルギー的に可能である．というのは，その系の結合エネルギーの分だけ余計に運動エネルギーに使うことができるからである．そのような系が原子核の中で形成される確率は，必要な核子の数が増えると急激に減少する．^{4}He の原子核，すなわち 2 つの陽子と 2 つの中性子から成る系の放出が実際上特に重要である．このいわゆる **α 粒子**は，2 つないし 3 つの核子から成る系とは対照的に，核子あたり 7 MeV という非常に強い結合エネルギーを持っている（図 2.4 と比べよ）．このような崩壊の仕方を **α 崩壊**と呼ぶ．

図 3.5 は，α 粒子のポテンシャルエネルギーを原子核の中心からの距離の関数として示している．原子核ポテンシャルの外側では α 粒子は**クーロンポテンシャル** $V_{\mathrm{C}}(r) = 2(Z-2)\alpha\hbar c/r$ のみを感じる．クーロンポテンシャルは原子核に近づくと大きくなる．原子核の内側で重要な役割を果たすのは強い引力の原子核ポテンシャルである．その強さはポテンシャルの深さで記述される．エネルギーが十分あって原子核ポテンシャルから出てくることができる α 粒子を考えているのであるから，α 粒子の全エネルギーは正である．このエネルギーが崩壊の際に解放される．

重い原子核の α 崩壊の寿命はたいへん様々である．実験によると 10 ns から 10^{17} y までの寿命が報告されている．寿命は α 粒子を波束として取り扱うことによって量子力学的に計算することができる．α 粒子が原子核から出てくる確率は**クーロン障壁** (Coulomb barrier) を透過する**トンネル効果** (tunnel effect) の確率によって決まる．クーロン障壁をポテンシャルの薄い壁の足し合わせと考え，図 3.6 に示すような薄いポテンシャルの壁を α 粒子が透過する確率をまず考える．**透過率** T は

$$T \approx \mathrm{e}^{-2\kappa \Delta r} \quad \left(\kappa = \sqrt{2m|E-V|}/\hbar\right) \tag{3.13}$$

で与えられる．ここで Δr は障壁の厚さ，V は高さ，E は α 粒子のエネルギーである．クーロン障壁は，高さの異なる薄いポテンシャルの壁が寄り集まったものと考えることができるので，透過率は同様に

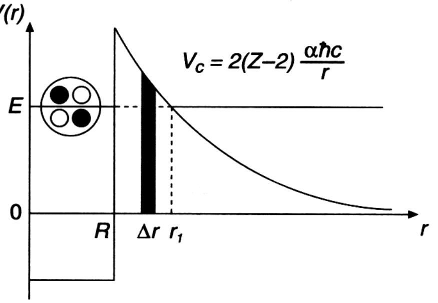


図 3.5 α 粒子のポテンシャルエネルギーを原子核の中心からの距離の関数として表したもの．クーロン障壁をトンネル効果により透過する確率は，厚さ Δr のポテンシャルの薄い壁の透過を重ね合わせることによって計算できる（図 3.6 参照）．

$$T = \mathrm{e}^{-2G} \tag{3.14}$$

と書くことができる．**ガモフ因子** (Gamow factor) G は積分によって近似的に得られる [Se77]：

$$G = \frac{1}{\hbar}\int_R^{r_1} \sqrt{2m|E-V|}\,dr \approx \frac{\pi \cdot 2 \cdot (Z-2) \cdot \alpha}{\beta}. \tag{3.15}$$

ここで $\beta = v/c$ は放出された α 粒子の速度，R は原子核半径である．

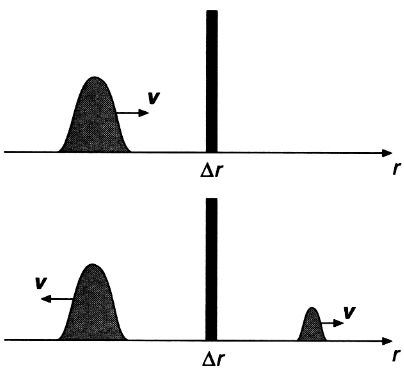


図 3.6 エネルギー E，速度 v の波束が高さ V，厚さ Δr のポテンシャル障壁を透過する確率を図式的に示したもの．

α 粒子が原子核から出てくる単位時間あたりの確率 λ は，α 粒子が原子核の中に存在する確率 $w(\alpha)$，α 粒子が原子核の壁にぶつかる回数 ($\propto v_0/2R$)，そして透過率に比例する：

$$\lambda = w(\alpha)\frac{v_0}{2R}\mathrm{e}^{-2G}. \tag{3.16}$$

ここで v_0 は原子核の中での α 粒子の速度（典型的には $v \approx 0.1c$）である．寿命が

様々なのは，指数関数の中にガモフ因子が現れるからである．$G \propto Z/\beta \propto Z/\sqrt{E}$ なので α 粒子のエネルギーが少し違うと寿命に大きく影響する．

たいていの α 放出核は鉛より重い原子核である．$A = 140$ ぐらいまでの軽い原子核では，α 崩壊はエネルギー的に可能だが解放されるエネルギーが小さいので原子核の寿命がたいへん大きく，通常は崩壊が観測されない．

α 崩壊に対して不安定な寿命の長い核種の崩壊系列の例として ^{238}U の崩壊系列を図 3.7 に示す．ウラン化合物は花崗岩の中にあるので，ウランとその放射性の娘核は建物の石壁に含まれている．したがってそこに居住する人の放射線被曝に関与する．特に重要なのは希ガスとして壁から出てきて気管を通って肺に入る ^{222}Rn である．^{222}Rn の α 崩壊は人の平均的な自然放射線被曝の約 40%に相当する．

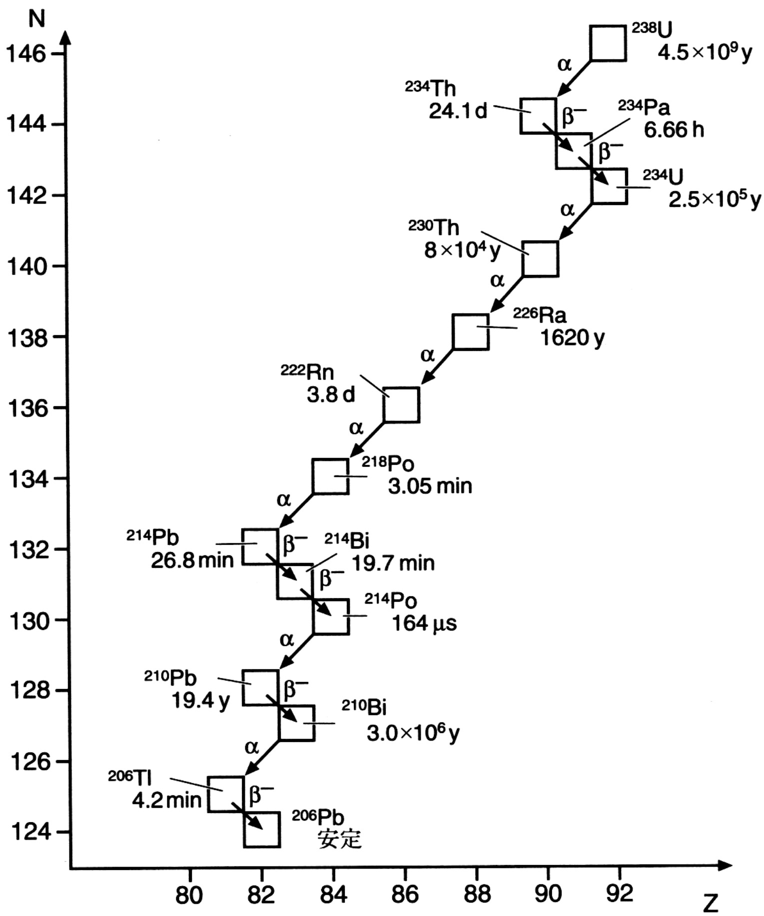


図 3.7 *N-Z* 平面における ^{238}U の崩壊系列．個々の核種の崩壊様式と半減期が示してある．

3.3　核分裂

■自発核分裂　核子あたりの結合エネルギーは ^{56}Fe 近辺の質量の原子核で一番大きく，重い原子核では質量数が増すにつれ小さくなる（図 2.4）．$Z>40$ の原子核は原理的には2つのより軽い原子核に分裂しうる．しかしその際透過しなければならないポテンシャル障壁がたいへん大きいので，自発核分裂は一般に確率がたいへん小さい．

自発核分裂の確率が α 崩壊と同等に競争するような原子核のうち一番軽いものはウラン同位体である．**核分裂障壁** (fission barrier) の様子が図 3.8 に示してある．

自発核分裂についてどのくらいの原子番号 Z から不安定になるのか，つまりどのくらいの電荷数から陽子間のクーロン斥力が核力の引力の効果に打ち勝つようになるのか，を見出すことは興味深い．原子核が変形する際の表面エネルギーとクーロンエネルギーを考えることによってそれを概算することができる．原子核が変形すると表面エネルギーが増加し，クーロンエネルギーは減少する．変形するとエネルギー的により有利な状態になるならば，この原子核は不安定である．このような計算は定量的には次のように行われる．原子核の体積を一定として，球体から軸が $a=R(1+\varepsilon)$ と $b=R/\sqrt{1+\varepsilon}$ の**回転楕円体** (ellipsoid) に変形する（図 3.9）．

すると表面エネルギーは

$$E_{\mathrm{s}}=a_{\mathrm{s}}A^{2/3}\Big(1+\frac{2}{5}\varepsilon^2+\cdots\Big), \tag{3.17}$$

クーロンエネルギーは

$$E_{\mathrm{c}}=a_{\mathrm{c}}Z^2A^{-1/3}\Big(1-\frac{1}{5}\varepsilon^2+\cdots\Big) \tag{3.18}$$

になる．したがって変形による全エネルギーの変化は変形度 ε の関数として

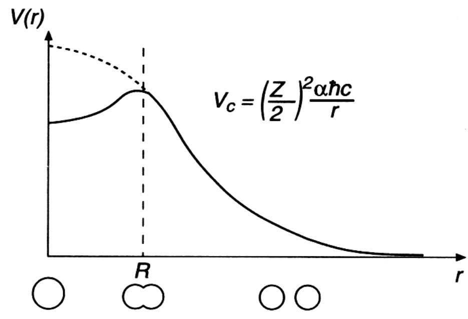


図 3.8　原子核分裂のそれぞれの段階でのポテンシャルエネルギー．電荷 Z の原子核が2つの娘核に自発核分裂する．実線は親核のポテンシャルの形を表す．核分裂障壁の高さが自発核分裂の確率を決める．$Z^2/A\geq 48$ の原子核では核分裂障壁がなくなり，ポテンシャルの形は点線の曲線のようになる．

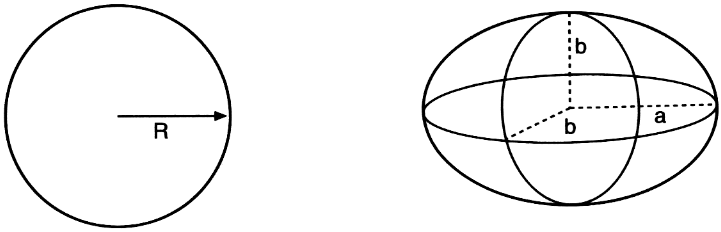


図 3.9　重い原子核の変形．体積 V が一定の場合，つまり $4\pi R^3/3 = 4\pi ab^2/3$ の場合，変形すると原子核の表面エネルギーは増し，クーロンエネルギーは減る．

$$\varDelta E = (E_\mathrm{s} + E_\mathrm{c})(\varepsilon) - (E_\mathrm{s} + E_\mathrm{c})(\varepsilon = 0) = \frac{\varepsilon^2}{5}\left(2a_\mathrm{s}A^{2/3} - a_\mathrm{c}Z^2A^{-1/3}\right) \quad (3.19)$$

となる．$\varDelta E$ が負ならば変形することによってエネルギー的に得をする．核分裂障壁は

$$\frac{Z^2}{A} \geq \frac{2a_\mathrm{s}}{a_\mathrm{c}} \approx 48 \quad (3.20)$$

のときに消失する．これは $Z > 114$, $A > 270$ の原子核の場合にあてはまる．

■誘導核分裂　ウランの領域 ($Z \approx 92$) のたいへん重い原子核では核分裂障壁はおよそ 6 MeV にすぎない．このエネルギーを低エネルギーの中性子を用いた**中性子捕獲** (neutron capture) によって供給することができる．そうすると原子核は核分裂障壁より高い励起状態となり核分裂する．このような過程は**誘導核分裂** (induced nuclear fission) と呼ばれている．

奇数の中性子数を持つ原子核が中性子を吸収すると，結合エネルギーを解放するだけでなく，対エネルギーも解放する．エネルギー収支に対するこの小さい寄与により，核分裂は決定的な大きな影響を受ける．例えば ^{238}U の中性子捕獲では結合エネルギー 4.9 MeV が解放されるが，それは ^{239}U の核分裂のエネルギーしきい値 5.5 MeV より小さい．^{238}U の中性子捕獲でただちに核分裂が起きるのは，中性子がこのエネルギーの差以上の運動エネルギーを持っている場合のみである（「速中性子」）．それに加えて，中性子の速さを v とすると，中性子捕獲の反応確率は v^{-1} に比例する（式 (4.21)）ので，この確率はたいへん小さい．一方，^{235}U の中性子捕獲では 6.4 MeV のエネルギーが解放されるのに対し，^{236}U の核分裂のしきい値は 5.5 MeV である．したがって，^{235}U では核分裂はエネルギーの低い中性子（熱中性子）によっても起こる．このことが，核反応炉でも核兵器でも使われている．同様に，^{233}Th と ^{239}Pu も核分裂に適した物質である．

3.4 原子核の励起状態の崩壊

原子核は通常多くの励起状態を持つ．低い励起状態は少なくとも定性的にはたいてい理論的に記述しうる．それについては第 17 章と第 18 章で詳しく扱う．

図 3.10 には $A \approx 100$ の偶偶核のエネルギー準位が図式的に示してある．基底状態の上に量子数 J^P を持ったいくつかの離散状態が存在する．偶偶核を励起するには一般的には核子対を壊さなければならない．そのためには 1–2 MeV が必要である．したがって $A \geq 40$ の偶偶核では 2 MeV 以下にはごくわずかしか励起状態がない[注2]．それに対し，奇核ないし奇奇核では低エネルギー（数 100 keV）の励起状態数はずっと多い．

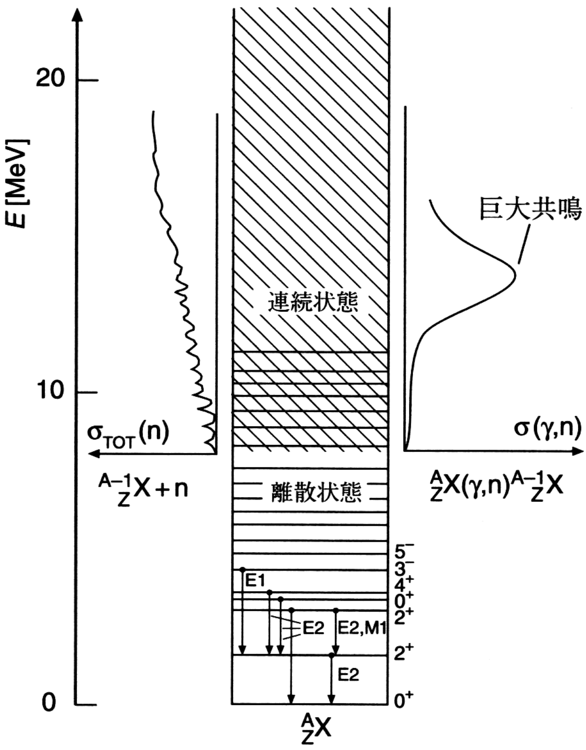


図 3.10　原子核の典型的なエネルギー準位を図式的に示したもの．例として偶偶核を選んだので基底状態は量子数が 0^+ である．左側には原子核 ${}^{A-1}_{Z}\mathrm{X}$ の中性子に対する全断面積（弾性散乱，非弾性散乱，捕獲の和）を示してある．右側には γ 線によって引き起こされる中性子放出 ${}^{A}_{Z}\mathrm{X} + \gamma \to {}^{A-1}_{Z}\mathrm{X} + \mathrm{n}$ の全断面積が示してある．

[注2] 変形核の集団励起状態は例外である．これは 1 粒子の励起と考えることはできない（第 18 章）．

■電磁気的崩壊 原子核の低い励起状態は通常は電磁波を放出して崩壊する．これは級数展開における様々な多重極の重ね合わせとして記述される．それぞれの多重極は特徴的な角度分布を持っている．電気 2 重極（双極子）放射，4 重極放射，8 重極放射をそれぞれ E1, E2, E3 と書く．同様に磁気多重極放射を M1, M2, M3 と書く．角運動量とパリティの保存により，遷移においてどの多重極放射が可能かが決まる．多重極 Eℓ の光子は角運動量 ℓ とパリティ$(-1)^{\ell}$ を持っている．多重極 Mℓ の光子は角運動量 ℓ とパリティ$(-1)^{\ell+1}$ を持っている．角運動量の保存により，遷移 $J_i \to J_f$ のためには 3 角不等式 $|J_i - J_f| \le \ell \le J_i + J_f$ が満たされていなければならない．

表 3.1 電磁気的遷移の選択則．

多重度	電気的遷移 Eℓ	$\lvert\Delta\boldsymbol{J}\rvert$	ΔP	磁気的遷移 Mℓ	$\lvert\Delta\boldsymbol{J}\rvert$	ΔP
2 重極遷移	E1	1	−	M1	1	+
4 重極遷移	E2	2	+	M2	2	−
8 重極遷移	E3	3	−	M3	3	+

1 つの状態の寿命は，その状態が崩壊するときの γ 遷移の多重極度に強く依存する．多重極度が低いほど遷移確率は大きい．磁気的遷移 Mℓ の遷移確率は電気的遷移 E(ℓ+1) の遷移確率とほぼ同じである．

例えば $3^+ \to 1^+$ 遷移は原理的には E2, M3, E4 の混合であるが，E2 の割合がたいへん大きい．$3^+ \to 2^+$ 遷移は主に E2 と M1 の混合であって，M3, E4, M5 も可能ではあるが寄与は少ない．一連の励起状態 0^+, 2^+, 4^+ があったとすると，E2 遷移によるカスケード $4^+ \to 2^+ \to 0^+$ は 1 回の E4 遷移による $4^+ \to 0^+$ よりもずっと確率が高い．状態の寿命と放出した電磁波の角度分布から遷移の多重極度を決定することができる．そしてそれによって原子核のレベルのスピンとパリティを決めることができる．崩壊確率はエネルギーにも強く依存する．多重極度 ℓ の放出では崩壊確率は $E_\gamma^{2\ell+1}$ に比例する（18.1 節参照）．

原子核の励起エネルギーは原子の雲の中の電子に渡されることもある．このいわゆる**内部転換** (internal conversion) は γ 放出が起こりにくい場合（多重極度が高く，エネルギーが低い）や原子核が重い場合（原子核の位置における電子の存在確率が大きい）に特に重要である．

$0^+ \to 0^+$ 遷移は 1 つの光子の放出によっては起こりえない．原子核が励起状態 0^+ にあって，その下の状態がすべて 0^+ であると（例として ^{16}O ないし ^{40}Ca，図 18.6 参照），この状態は何か別の方法，つまり内部転換，2 光子放出，あるいはエネルギー的に可能なら e^+e^- 対生成によってのみ崩壊しうる．$J = 0$ でパリティが反対

の2つのレベルの間の遷移は，パリティ保存により内部転換では不可能である．

原子核の励起状態の寿命は典型的には 10^{-9} から 10^{-15} s の間である．これは1eV以下の状態の幅に相当する．低エネルギーで多重極度の高い遷移でしか崩壊できない状態は明らかにそれより長い寿命を持つ．この状態を**アイソマー** (isomer) と呼び，元素記号に "m" をつけて示す．極端な例は ^{110}Ag の第2励起状態である．量子数が $J^P = 6^+$ で励起エネルギーが 117.7 keV であり，第1励起状態 (1.3 keV, 2^-) へM4遷移により崩壊する．基底状態 (1^+) への直接の崩壊は更に確率が低い．それ故に ^{110}Ag$^{\mathrm{m}}$ の半減期はたいへん長く，$t_{1/2} = 235\,\mathrm{d}$ である [Le78].

■**連続状態**　たいていの原子核では核子あたりの結合エネルギーがおよそ8 MeV であることをこれまでにすでに見てきた（図2.4）．これは原子核から1つの核子を取り出すのに必要なエネルギー（**分離エネルギー** (separation energy)）にほぼ等しい．したがってこのエネルギー以上の励起の場合には1つの核子が放出されうる．その際中性子はクーロン障壁によるしきい値がないので特に放出されやすい．これは強い相互作用による過程なので γ 放出よりも明らかに優先的に起きる．

粒子放出のしきい値を超える領域を，原子物理の場合と同じように**連続状態** (continuum) と呼ぶ．この連続状態の中にも離散的な準束縛状態がある．しきい値以下の状態は比較的ゆっくりと γ 線を放出することによってしか崩壊できず状態の幅がたいへん狭いのに対し，粒子放出のしきい値以上の励起エネルギーでは状態の寿命はたいへん短く，状態の幅は広い．励起エネルギーが増すと状態密度はほぼ指数関数的に増える．高い励起エネルギーでは状態が重なり合うようになり，量子数が同じ状態は混じり合うようになる．

連続状態は中性子捕獲や**中性子散乱**の断面積の測定によって特に効果的に研究することができる．高い励起エネルギーでもなおいくつかの狭い状態が検出される．これらの状態は特別な量子数（高いスピン）を持っているので，隣の状態と混じり合うことがないのである．

図3.10には中性子捕獲の断面積が図式的に示してある．γ 線によって引き起こされる中性子放出（**原子核における「光電効果」**）の断面積も示してある．幅の広い共鳴も観測されるが，これは**巨大双極子共鳴** (giant dipole resonance) であり，18.2節で議論をする．

【問　題】

1　α 崩壊　^{238}Pu ($\tau = 127\,\mathrm{y}$) 原子核が長寿命の娘核 ^{234}U ($\tau = 3.5 \times 10^5\,\mathrm{y}$) に α 崩壊すると 5.49 MeV のエネルギーが解放される．発生した熱は放射熱発生器 (RTG) によって発電に利用できる．1977年8月20日に打ち上げられた宇宙探査機ボイジャー2号は4つの惑星のそばを通った．そのうちの1つは，1981年8月26日に到達した土星である．太陽からの距離は 9.5 AU（1 AU は地球と太陽の距離）である．

(a) ボイジャー 2 号の RTG は効率が 5.5%であるとする．この探査機が土星のそばを過ぎるときに少なくとも 395 W の電力が必要であるとすると，プルトニウムをどれだけ積む必要があるか？

(b) 海王星（1989 年 8 月 24 日，30.1 AU の距離）に達すると，RTG により得られる電力はどれだけか？

(c) 比較：宇宙実験室スカイラブは，その発射時に壊れなかったならば 730 m^2 の面積から 10.5 kW の電力を発生するので，宇宙で使われた最も大きな「太陽パドル」になっていたであろう．ボイジャー 2 号ではどのくらいの面積の太陽電池セルが必要であっただろうか？

2 **放射能** 天然のウラン同位体組成は 99.28%が ^{238}U で，0.72%が ^{235}U である．

(a) 太陽系ができたときこの 2 つの同位元素が同じだけあったと仮定すると，太陽系の物質は年齢はどれくらいか？ その結果をどう解釈すべきか？ ^{235}U の寿命は $\tau = 1.015 \times 10^9$ y である．^{238}U の寿命については図 3.7 のデータを用いよ．

(b) 地殻が 2.5×10^9 年前にできてから現在までに ^{238}U のうち崩壊したものの割合はどのくらいか？

(c) $^{238}\mathrm{U} \to {}^{206}\mathrm{Pb}$ の崩壊チェーンではウラン原子核 1 個あたりどれだけのエネルギーが解放されるか？ ^{238}U はわずかながら，例えば $^{142}_{54}$Xe と $^{96}_{38}$Sr に自発核分裂によっても崩壊する．

3 **ラドンの放射能** 壁，床，天井がコンクリートでできている講義室 $(10 \times 10 \times 4\,\mathrm{m}^3)$ を数日間換気しなかったら ^{222}Rn の放射能が 100 Bq/m^3 （1 Bq [Becquerel] = 1 崩壊/s）になっていた．

(a) ^{222}Rn の放射能を親核と娘核の寿命の関数として計算せよ．

(b) 崩壊生成物 ^{222}Rn が出てこられるコンクリートの有効厚さを 1.5 cm とすると，コンクリート内の ^{238}U の密度はどれくらいか？

4 **質量公式** アイザック・アシモフ (Isaac Asimov) は彼の小説『神々自身 (*The Gods Themselves*)』の中で，強い相互作用と電磁相互作用の強さの比が我々の宇宙とは違うので，$A = 186$ の最も安定な核種が $^{186}_{74}$W ではなく $^{186}_{94}$Pu であるような宇宙を描写した．強い相互作用と核子の質量は通常と同じだが電磁相互作用の結合定数 α だけが異なっているとすると，$^{186}_{82}$Pb, $^{186}_{88}$Ra および $^{186}_{94}$Pu が安定であるためには α はどんな大きさでなければならないか？

5 **α 崩壊** α 粒子の結合エネルギーは 28.3 MeV である．質量公式 (2.8) を用い，質量数 A がいくつ以上ならば α 崩壊がすべての原子核に対してエネルギー的に可能かを計算せよ．

6 **量子数** 基底状態の偶偶核が α 粒子を放出して崩壊するとき，娘核のどのような J^P 状態に達することができるか？

第4章
散　乱

4.1　散乱過程の一般的考察

散乱実験は原子核・素粒子物理にとって重要な研究手段である．散乱実験によって様々な粒子の間の相互作用を詳細に研究できるだけでなく，原子核とその構成要素の内部構造についての情報を得ることができる．したがって散乱についての議論が本書の大半を占めることになる．

散乱実験では，(たいていの場合）はっきり決まったエネルギーを持つ粒子のビームが，研究対象すなわち散乱中心（**標的** (target)）にぶつけられる．そして入射粒子と標的の間に反応が起こる．

$$\mathrm{a} + \mathrm{b} \longrightarrow \mathrm{c} + \mathrm{d}$$

ここで a はビーム粒子，b は標的粒子，c と d は反応生成物を示す．反応生成物は非弾性反応の場合 2 つより多いこともある．測定器を適切に配置して反応生成物の発生率，エネルギー，質量，およびビーム方向に対する角度を決定する．

今日では様々な種類の粒子（電子，陽子，中性子，重イオン，$\cdots$）のビームをつくることが可能である．ビームのエネルギーは「冷」中性子の場合の $10^{-3}\,\mathrm{eV}$ から陽子の $10^{13}\,\mathrm{eV}$ までの広範囲にわたっている．高エネルギー反応によって発生する粒子をビームとして使うこともある．その例は，π 中間子，K 中間子，ミューオン，ニュートリノ，ハイペロン ($\Sigma^{\pm}, \Xi^{-}, \Omega^{-}$) である．そのうち，$\pi$ 中間子，K 中間子，ミューオン，ハイペロンは短寿命の粒子である．

これに対し散乱物質としては，固体，液体，気体の標的が用いられる．貯蔵リングによる実験では他の粒子ビームを散乱物質として用いることもある．静止している標的を用いる実験を固定標的型実験，ビームとビームの衝突を用いる実験を衝突型実験と呼ぶ．ジュネーブの **CERN**[注1]の電子–陽電子貯蔵リング LEP (Large Electron Positron

[注1] Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire（欧州原子核研究機構）．

collider) はその例であって，最高ビームエネルギーは $E_{e^+,e^-} = 86\,\mathrm{GeV}$ であった．他の例はアメリカの **FNAL**[注2]の陽子–反陽子貯蔵リング Tevatron ($E_{p,\bar{p}} = 900\,\mathrm{GeV}$) およびハンブルクの **DESY**[注3]の電子–陽子貯蔵リング HERA (Hadron Elektron Ringanlage) である ($E_e = 28\,\mathrm{GeV}$, $E_p = 920\,\mathrm{GeV}$)．CERN では陽子–陽子衝突型実験 LHC (Large Hadron Collidor) ($E_p = 7\,\mathrm{TeV}$) が稼働している．アメリカの **BNL**[注4]の RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) は重イオン同士および偏極陽子同士の衝突のための加速器である．**KEK** と **SLAC** の B-factory は電子と陽電子の非対称エネルギーの衝突型加速器である．

図 4.1 にはいくつかの散乱過程が図式的に示してある．**弾性散乱** (elastic scattering) と**非弾性散乱** (inelastic scattering) の反応をまず区別して考える．

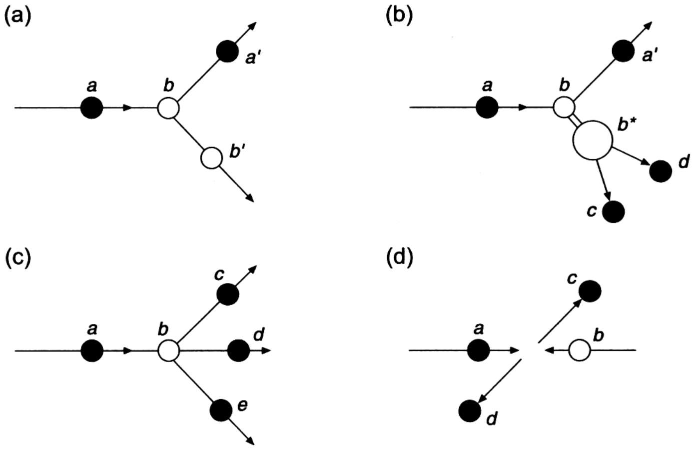


図 4.1　様々な散乱過程．(a) 弾性散乱．(b) 非弾性散乱–励起状態 b* が生成され，それが 2 つの粒子 c, d に崩壊する．(c) 非弾性反応により新たな粒子 c, d, e を生成する．(d) 正面衝突するビームによる反応．

■**弾性散乱**　図 4.1 (a) に示す弾性散乱の過程

$$a + b \longrightarrow a' + b'$$

では弾性散乱の前後の粒子は同一である．標的 b は基底状態のままであり，反跳運動量およびそれに対応する運動エネルギーを受け取るだけである．右辺にダッシュをつけたのは，終状態の粒子は始状態の粒子と運動量とエネルギーのみが違うということを示すためである．粒子 a′ の散乱角とエネルギーは，粒子 b′ の生成角とエネル

[注2] Fermi National Accelerator Laboratory（フェルミ国立加速器研究所）．

[注3] Deutsches Elektronen-Synchrotron（ドイツ電子シンクロトロン研究所）．

[注4] Brookhaven National Laboratory（ブルックヘブン国立研究所）．

ギーと一意的な関係を持っている．散乱確率の入射ビームエネルギーおよび散乱角の依存性から，光学の場合と同様に散乱中心の空間的な形を求めることができる．

小さな標的の構造を分解するには大きなエネルギーの入射粒子が必要なことは容易にわかる．運動量が p の粒子の**換算ド・ブロイ波長** (reduced de Broglie wave-length) $\lambdabar = \lambda/2\pi$ は

$$\lambdabar = \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar c}{\sqrt{2mc^2 E_{\mathrm{kin}} + E_{\mathrm{kin}}^2}} \approx \begin{cases} \hbar/\sqrt{2mE_{\mathrm{kin}}} & (E_{\mathrm{kin}} \ll mc^2) \\ \hbar c/E_{\mathrm{kin}} \approx \hbar c/E & (E_{\mathrm{kin}} \gg mc^2) \end{cases} \tag{4.1}$$

として与えられる．1 次元に Δx だけ拡がった構造を分解するには，波長は最大限それと同じ大きさであってもよい．すなわち $\lambdabar \lesssim \Delta x$．そのためにはハイゼンベルクの**不確定性原理**により粒子の運動量は

$$p \gtrsim \frac{\hbar c}{\Delta x}, \qquad pc \gtrsim \frac{\hbar c}{\Delta x} \approx \frac{200\,\mathrm{MeV\,fm}}{\Delta x} \tag{4.2}$$

でなければならない．

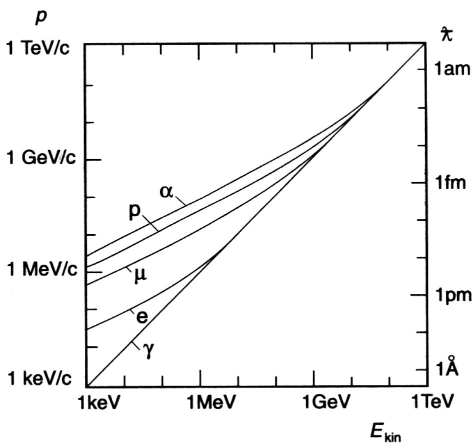


図 4.2 光子 (γ)，電子 (e)，ミューオン (μ)，陽子 (p)，^{4}He 原子核 (α) についての運動エネルギー，運動量，換算波長の関係．原子の直径は数 Å (10^{-10} m)，原子核の直径は数 fm (10^{-15} m) である．

半径が数 fm の原子核の空間的な形を研究するためにはビームの運動量は 10–100 MeV/c の大きさが必要である．個々の核子は半径が 0.8 fm 程度なので，およそ 100 MeV/c 以上の運動量ならば分解される．核子の構成要素であるクォークを分析するには核子の内部を深く見なければならない．そのためには数 GeV/c のビーム運動量が必要である（図 1.1 を見よ）．

■**非弾性散乱** 図 4.1 (b) に示す非弾性反応

$$\mathrm{a} + \mathrm{b} \longrightarrow \mathrm{a}' + \mathrm{b}^*$$
$$\hookrightarrow \mathrm{c} + \mathrm{d}$$

では粒子 a から粒子 b に与えられた運動エネルギーの一部は，より高いエネルギー状態 b* へ励起するために使うことができる．その励起状態はしばらくの時間の後，軽い粒子（例えば光子またはパイ中間子）を放出して基底状態に遷移するか，あるいは 2 つないしそれ以上の粒子に崩壊する．

反応において散乱された粒子 a′ のみを観測し，他の反応生成物を測定しない場合を**インクルーシブ測定** (inclusive measurement) と呼ぶ．すべての反応生成物を検出する場合を**エクスクルーシブ測定** (exclusive measurement) と呼ぶ．

レプトン数およびバリオン数の保存則（8.2 節および 10.1 節を見よ）が許すならば，ビーム粒子は反応によって完全に姿を消すこともありうる（図 4.1 (c), (d)）．その場合にはビーム粒子の全エネルギーは標的の励起に使われるか，粒子を新しく生成するのに使われる．非弾性反応は原子核・素粒子の**スペクトロスコピー**の基本となるものであり，本書の後半で詳しく議論する．

4.2　断面積

すでに述べたように，散乱実験によって測定された反応率や反応生成物のエネルギー分布や角度分布は入射粒子と標的の間の相互作用の力学についての情報をもたらす．相互作用の力学とは，相互作用のポテンシャルの形および結合の強さである．反応を記述し解釈する際に最も重要な量はいわゆる**断面積** (cross-section) σ である．これは，衝突する 2 つの粒子間に反応が起こる確率を与える量である．

■幾何学的な反応断面積　断面積をわかりやすくするために，簡単化された実験を考えることにしよう．厚さが d の薄い散乱標的の中に散乱体 b が N_{b} 個ある．散乱体の密度を n_{b} とする．散乱体はそれぞれ断面積 σ_{b} を持っている．この断面積を実験により決めたい．そのためにエネルギーが一定の点状の粒子 a のビームを標的にぶつける．ビーム粒子が散乱体に出会うと反応が起こり，その粒子はビームから消え去ると仮定する．標的粒子に何が起こったか，すなわち反応が弾性散乱か非弾性散乱かには考慮を払わないことにする．全反応率 $\dot{N}$，つまり単位時間あたりの反応の合計数はビーム粒子の単位時間あたりの数 $\dot{N}_{\mathrm{a}}$ の散乱体の前と後ろでの差にほかならない．これが断面積 σ_{b} を決めるための直接的な量である（図 4.3）．

入射ビームの束の断面積が A で，粒子密度は n_{a} であるとする．単位面積あたり，そして単位時間あたりに標的に入射するビーム粒子の数は**フラックス** (flux) Φ_{a} と呼ばれ，粒子密度と粒子の速さ v_{a} の積に等しい：

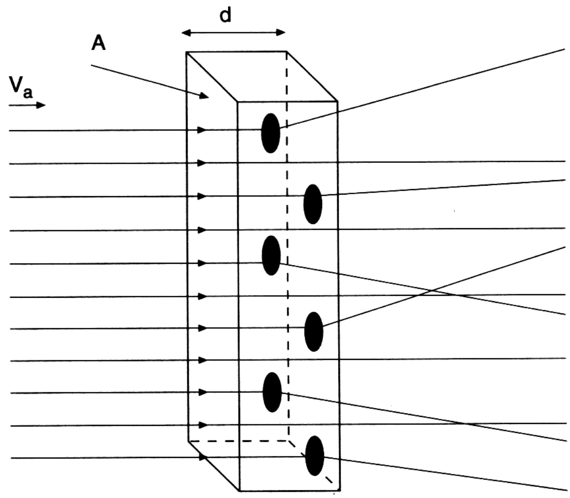


図 4.3　幾何学的な反応断面積の測定．左から速さ v_a，密度 n_a で入射する粒子ビームのフラックスは $\varPhi_\mathrm{a} = n_\mathrm{a} v_\mathrm{a}$ である．実験に使われる標的は厚さが d，面積が A である．ビーム粒子の一部は標的の中の散乱中心（黒丸）で散乱される．つまりもともとの軌道から曲げられる．その頻度によって散乱中心の断面積が決定される．

$$\varPhi_\mathrm{a} = \frac{\dot{N}_\mathrm{a}}{A} = n_\mathrm{a} \cdot v_\mathrm{a}. \tag{4.3}$$

次元は 1/(面積 × 時間) である．

ビームが覆う面積中にある標的粒子の総数は $N_\mathrm{b} = n_\mathrm{b} \cdot A \cdot d$ である．反応率 $\dot{N}$ は入射フラックスとビームから見た標的粒子の断面積の積で与えられる：

$$\dot{N} = \varPhi_\mathrm{a} \cdot N_\mathrm{b} \cdot \sigma_\mathrm{b}. \tag{4.4}$$

この式は散乱中心が互いに独立していて重なり合っておらず，それぞれの散乱中心で独立に散乱が起こる場合に成り立つ．個々の散乱中心が入射粒子 a に対して広げている面積は次のように表せられ，**幾何学的反応断面積** (geometric reaction cross-section) と呼ばれる：

$$\begin{aligned}\sigma_\mathrm{b} &= \frac{\dot{N}}{\varPhi_\mathrm{a} \cdot N_\mathrm{b}} \\ &= \frac{\text{単位時間あたりの反応数}}{\text{単位時間あたり単位面積あたりのビーム粒子数} \times \text{散乱中心の数}}.\end{aligned} \tag{4.5}$$

この定義は空間的に均一で時間的に一定な粒子を前提としている（例えば原子炉からの中性子）．粒子加速器を用いた実験では一般にビームは空間的に均一ではないが散乱中心の面積密度は一定なので

$$\sigma_\mathrm{b} = \frac{\text{単位時間あたりの反応数}}{\text{単位時間あたりのビーム粒子数} \times \text{単位面積あたりの散乱中心の数}}$$

と表される．

■断面積　標的粒子の幾何学的な断面積（必要ならばビーム粒子の断面積を組み込んだ断面積）を標的粒子の実効的な断面積と見なすと，多くの場合すでによい近似になっている．例えば高エネルギー陽子–陽子散乱では粒子の幾何学的な拡がりは相互作用の到達距離と同じくらいである．

しかし一般的には，2つの粒子が反応する確率は，衝突する双方の粒子の幾何学的な拡がりから期待される値とは大きく異なっている．更に，反応の確率はエネルギーにも強く依存する．例えば，ウランによる熱中性子の捕獲では，わずかなエネルギー幅の中で反応率が何桁も変化する．弱い相互作用で起こる（点状の）ニュートリノの散乱の反応率は，電磁相互作用で起こる（同様に点状の）電子の散乱の反応率よりもずっと小さい．

したがって，ビーム粒子に対する散乱中心の作用に決定的な意味を持つのは幾何学的な形よりはむしろ相互作用ポテンシャルの形と到達距離，および相互作用の強さである．上で議論した模型の反応の場合と同じように，入射ビームの粒子のフラックスと散乱中心の面積密度がわかっていれば，反応率からその相互作用を決めることができる．幾何学的な断面積と同様に一般的な**全断面積** (total cross-section) を定義する：

$$\sigma_{\mathrm{tot}} = \frac{\text{単位時間あたりの反応数}}{\text{単位時間あたりのビーム粒子数} \times \text{単位面積あたりの散乱中心の数}}.$$

全断面積に対応して**弾性** (elastic) 反応の断面積 σ_{el}，**非弾性** (inelastic) 反応の断面積 σ_{inel} を別々に定義することができる．非弾性の部分は可能な反応チャネルごとに更に分割することができる．**全断面積**はこれらの和である：

$$\sigma_{\mathrm{tot}} = \sigma_{\mathrm{el}} + \sigma_{\mathrm{inel}}. \tag{4.6}$$

断面積は面積の次元を持つ物理量であり，実験の方法や装置の配置にはよらない量である．しばしば**barn** の単位で与えられる．それは

$$\begin{aligned} 1\,\mathrm{barn} &= 1\,\mathrm{b} = 10^{-28}\,\mathrm{m}^2, \\ 1\,\mathrm{millibarn} &= 1\,\mathrm{mb} = 10^{-31}\,\mathrm{m}^2 \end{aligned}$$

などと定義される．例えばビームエネルギーが 10 GeV の場合の典型的な全断面積は，陽子–陽子散乱の場合には

$$\sigma_{\mathrm{pp}}(10\,\mathrm{GeV}) \approx 40\,\mathrm{mb}, \tag{4.7}$$

ニュートリノ–陽子散乱の場合には

$$\sigma_{\nu\mathrm{p}}(10\,\mathrm{GeV}) \approx 7 \times 10^{-14}\,\mathrm{b} = 70\,\mathrm{fb} \tag{4.8}$$

である．

■ルミノシティ

$$\mathcal{L} = \Phi_\mathrm{a} \cdot N_\mathrm{b} \tag{4.9}$$

という量を**ルミノシティ** (luminosity) と呼ぶ．フラックスと同様に，次元は 1/(面積 × 時間) である．式 (4.3) と $N_\mathrm{b} = n_\mathrm{b} \cdot d \cdot A$ により

$$\mathcal{L} = \Phi_\mathrm{a} \cdot N_\mathrm{b} = \dot{N}_\mathrm{a} \cdot n_\mathrm{b} \cdot d = n_\mathrm{a} \cdot v_\mathrm{a} \cdot N_\mathrm{b}. \tag{4.10}$$

すなわち，ルミノシティは単位時間に入射するビーム粒子の数 $\dot{N}_\mathrm{a}$，散乱物質中の標的粒子の密度 n_b，および標的の厚さ d の積である．または，ビーム粒子の密度 n_a，その速さ v_a，およびビームの入射するところにある散乱粒子の数 N_b の積であると言うこともできる．

貯蔵リングで 2 つの粒子ビームが衝突する場合にも同様の関係式が成り立つ．貯蔵リングでは粒子はパルス化されてリングを周回している．それぞれ N_a ないし N_b 個の粒子が入った j 個の粒子パルスを円周が U の貯蔵リングに入れ，速さ v で反対向きに走らせて，適切な磁場の配置によって衝突の相互作用点に持って来ると単位時間に $j \cdot v/U$ 回の粒子パルスと粒子パルスの衝突が起こる．ルミノシティは

$$\mathcal{L} = \frac{N_\mathrm{a} \cdot N_\mathrm{b} \cdot j \cdot v/U}{A} \tag{4.11}$$

である．ここで A は衝突点でのビームの断面積である．ビーム粒子がビームの中心のまわりに水平および垂直方向にガウス分布していてその分布の標準偏差がそれぞれ σ_x, σ_y であれば

$$A = 4\pi\sigma_x\sigma_y. \tag{4.12}$$

高いルミノシティに達するには相互作用点でのビームを可能な限り小さい断面積に圧縮しなければならない．ビームの典型的な直径は 0.1 mm 以下である．

貯蔵リングを用いる実験では，長い時間にわたり積分したルミノシティ $\int \mathcal{L}\, dt$ をしばしば実験の目安として用いる．時間積分したルミノシティと断面積の積により，測定時間内に観測しうる反応の数を直接に計算することができる．断面積が 1 nb で，積分されたルミノシティが $100\,\mathrm{pb}^{-1}$ であれば，合計 100,000 個の反応が期待される．

■微分断面積 実際上はたいていの場合，反応の数をすべて記録するのではなく一部のみを記録する．ビーム方向に対しある角度 θ で距離 r のところに面積が A_D の測定器があり，立体角 $\Delta\Omega = A_\mathrm{D}/r^2$ を覆っている（図 4.4）．この測定器で検出される反応の計数率は**微分断面積** (differential cross-section) $d\sigma(E,\theta)/d\Omega$ に比例している：

$$\dot{N}(E,\theta,\Delta\Omega) = \mathcal{L} \cdot \frac{d\sigma(E,\theta)}{d\Omega}\Delta\Omega. \tag{4.13}$$

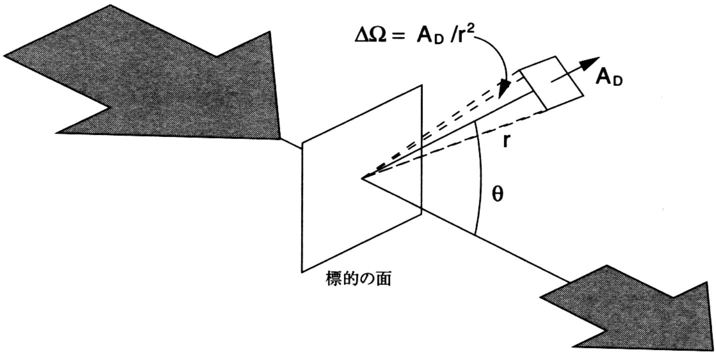


図 4.4　微分断面積の測り方．小さな立体角 $\Delta\Omega$ の中に散乱された粒子のみが面積 A_{D} の測定器によって検出される．

散乱された粒子のエネルギー E' を測定器により決定することができれば**2 重微分断面積** (doubly diffential cross-section) $d^2\sigma(E,E',\theta)/d\Omega\,dE'$ を測ることができる．全断面積 σ_{tot} は全立体角および全散乱エネルギーにわたって積分して得られる：

$$\sigma_{\mathrm{tot}}(E) = \int_0^{E'_{\mathrm{max}}}\int_{4\pi} \frac{d^2\sigma(E,E',\theta)}{d\Omega\,dE'}\,d\Omega\,dE'. \tag{4.14}$$

4.3　「黄金律」

先に述べたように，断面積は実験的には反応率 $\dot{N}$ から決定される．この量が理論的にどう計算されるかを簡単に見てみよう．

まず反応率はハミルトン演算子 $\mathcal{H}_{\mathrm{int}}$ によって記述され，反応の際に**始状態** (initial state) の波動関数 ψ_i から**終状態** (final state) の波動関数 ψ_f に遷移を起こさせる相互作用ポテンシャルの種類と強さに依存する（添字 i と f はそれぞれ initial と final を示す）．**遷移行列要素** (transition matrix element) は，

$$\mathcal{M}_{fi} = \langle\psi_f|\mathcal{H}_{\mathrm{int}}|\psi_i\rangle = \int \psi_f^*\,\mathcal{H}_{\mathrm{int}}\,\psi_i\,dV \tag{4.15}$$

で与えられる．この行列要素は遷移の**確率振幅** (probability amplitude) とも呼ばれる．

更に，反応率はいくつの終状態がその反応に対して開かれているかに依存する．それぞれの粒子は不確定性原理により**位相空間** (phase space)（運動量と位置の 6 次元空間）中に $h^3 = (2\pi\hbar)^3$ を占めている．体積 V および p' と $p'+dp'$ の間の運動量領域に散乱された粒子を考えると，運動量空間では半径が p' で厚さが dp' の球殻が対応する領域である．この球殻の体積は $4\pi p'^2\,dp'$ である．スピンが変化する反応過程を今は除外して考えると，可能な終状態の数は

$$dn(p') = \frac{V \cdot 4\pi p'^2}{(2\pi\hbar)^3}\, dp'. \tag{4.16}$$

粒子のエネルギーと運動量は

$$dE' = v'\, dp' \tag{4.17}$$

という関係によって結びつけられている．したがってエネルギー幅 dE' の中の終状態の密度は

$$\varrho(E') = \frac{dn(E')}{dE'} = \frac{V \cdot 4\pi p'^2}{v' \cdot (2\pi\hbar)^3} \tag{4.18}$$

である．

反応率，遷移行列要素および終状態密度の間の関係はフェルミの**第 2 黄金律** (second golden rule) によって与えられる．その導き方は量子力学の教科書に与えられている（例えば [Sc95]）．フェルミの第 2 黄金律によれば，標的粒子あたり，そして入射ビーム粒子あたりの反応率 W について

$$\boxed{W = \frac{2\pi}{\hbar}\, |\mathcal{M}_{fi}|^2 \cdot \varrho(E')} \tag{4.19}$$

という関係がある．一方，式 (4.3), (4.4) により

$$W = \frac{\dot{N}(E)}{N_\mathrm{b} \cdot N_\mathrm{a}} = \frac{\varPhi_\mathrm{a} \cdot N_\mathrm{b} \cdot \sigma}{N_\mathrm{b} \cdot N_\mathrm{a}} = \frac{n_\mathrm{a} \cdot v_\mathrm{a} \cdot N_\mathrm{b} \cdot \sigma}{N_\mathrm{b} \cdot N_\mathrm{a}} = \frac{n_\mathrm{a} \cdot v_\mathrm{a} \cdot \sigma}{N_\mathrm{a}} = \frac{\sigma \cdot v_\mathrm{a}}{V}. \tag{4.20}$$

ここで $V = N_\mathrm{a}/n_a$ はビーム粒子が存在する空間の体積である．そうすると断面積は，

$$\sigma = \frac{2\pi}{\hbar \cdot v_\mathrm{a}}\, |\mathcal{M}_{fi}|^2 \cdot \varrho(E') \cdot V. \tag{4.21}$$

相互作用ポテンシャルがわかっている場合にはこのようにして式 (4.21) から断面積を計算することができる．逆に，相互作用ポテンシャルがわかっていない場合には，測定された断面積の実験データから遷移行列要素を決定するのに式 (4.21) を使うことができる．

黄金律は散乱過程にのみならずスペクトロスコピーの過程にも成り立つ．スペクトロスコピーの過程とは，不安定粒子の崩壊，粒子の共鳴状態への励起，原子や原子核の様々なエネルギー状態間の遷移などである．これらの場合

$$W = \frac{1}{\tau} \tag{4.22}$$

が成り立つ．だから単位時間あたりの遷移確率は，寿命 τ の直接測定ないしは状態のエネルギー幅 $\varDelta E = \hbar/\tau$ の測定によって決定することができる．

4.4　ファインマン・ダイアグラム

> QED では，他の場の量子論と同様に，私の同僚リチャード・ファインマンが発明した小さな図形を用いることができる．この図形の目的は場の量子論において何が起こっているかを理解したという幻想を与えることにある．
>
> M. ゲルマン　[Ge80]

2 つの粒子間の散乱や 1 つの粒子の崩壊などの基本的な過程はいわゆる**ファインマン・ダイアグラム** (Feynman diagram) を用いて表現するのが今日では普通である．このダイアグラムはもともとは**量子電磁気学** (quantum electrodynamics: QED) によって電磁気的過程の遷移行列要素 $\mathcal{M}_{fi}$ を計算する際の個々の項を表す一種の速記法としてファインマンによって導入されたものである．時空におけるダイアグラムのそれぞれの記号は行列要素の 1 つずつの項に対応している．個々の項の意味と相互関係は**ファインマンの規則**によって決められている．QED ばかりでなく，弱い相互作用の計算についても同様のやり方ができる．**量子色力学** (quantum chromodynamics: QCD) によって強い相互作用の計算をする場合についても同様である．ファインマン・ダイアグラムを定量的な計算のために使うのは，相対論的な場の理論の知識が必要なので，本書では行わない．起こっている過程を図式的に見やすく表すという意味においてのみ使うことにする．以下ではいくつかの例について 2, 3 の定義と規則を説明する．

図 4.5 に例としてダイアグラムが示されている．時間軸は下から上へ，空間軸は左から右へ向いているという約束に従うことにする．ダイアグラムの中の直線は入ってくるフェルミ粒子ないし反応後出ていくフェルミ粒子の波動関数を示す．反粒子（我々の例では陽電子 e^+，正ミューオン μ^+，電子反ニュートリノ $\bar{\nu}_e$）は時間軸と逆向きの矢印によって示されている．光子は波線により，重いベクトルボソンは点線により，グルーオンは螺旋により表される．

第 1 章ですでに触れたように，電磁相互作用は荷電粒子の間で光子が交換されることによって起きる．図 4.5 (a) は電子と陽電子の弾性散乱を示している．電子が光子を放出し，それを陽電子が吸収することによってこの 2 つの粒子は相互作用をしている．始状態にも終状態にも現れない粒子（この場合には交換された光子）は**仮想粒子** (virtual particle) と呼ばれる．不確定性原理により仮想粒子についてはエネルギー–運動量関係式 $E^2 = \boldsymbol{p}^2c^2 + m^2c^4$ が満たされていなくてもよい．これは，交換される粒子の質量は自由な粒子（実粒子）の質量とは異なる，すなわちエネルギー保存則が短時間の間破れていると解釈することができる．

3 つないしそれ以上の粒子の線が集まっている点を**頂点** (vertex) と呼ぶ．それぞれの頂点は遷移行列要素の 1 つの項に対応しており，相互作用の構造と強さを含ん

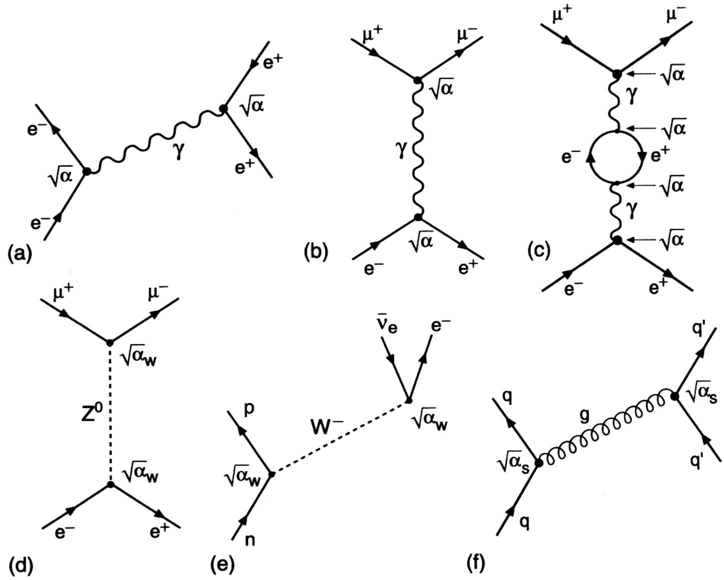


図 4.5　ファインマン・ダイアグラム．(a) (b) (c) は電磁相互作用，(d) (e) は弱い相互作用，(f) は強い相互作用．

でいる．図 4.5 (a) では，交換された光子が左の頂点では電子の電荷に，右の頂点では陽電子の電荷に結合している．遷移振幅はそれぞれの頂点について e ないし $\sqrt{\alpha}$ に比例した因子を含んでいる．

図 4.5 (b) は電子–陽電子対の消滅を表している．このとき，中間状態として光子が発生しており，それはわずかな時間の後に負の電荷を持つミューオン μ^- とそれの正の電荷を持つ反粒子 μ^+ に崩壊する．図 4.5 (c) は同じ過程の少し複雑な場合を示している．この場合光子が更に中間状態として，真空偏極によって e^+e^- 対に短時間遷移する．この過程にはもっと複雑なダイアグラムも寄与する．それらを**高次のダイアグラム**と呼ぶ．

遷移行列要素には同じ終状態に達するすべてのダイアグラムによる振幅の重ね合わせが含まれている．しかしながら，高次のダイアグラムでは頂点の数が多いので，α のより高いべきが表される．ダイアグラム (b) の振幅は α に比例し，ダイアグラム (c) の振幅は α^2 に比例する．したがって電子–陽電子対が $\mu^+\mu^-$ 対に変化する断面積は，よい近似でダイアグラム (b) から得られる．ダイアグラム (c) や更に高次のダイアグラムは (b) に対するわずかな補正を与えるだけである．

図 4.5 (d) は中性の重いベクトルボソン Z^0 による弱い相互作用で電子–陽電子の対消滅に続いてミューオン対が生成されるのを示している．図 4.5 (e) は中性子の β 崩壊を示している．中性子は陽子に遷移し，同時に負の電荷を持つ重いベクトルボソン W^- を放出する．W^- はわずかな時間の後に電子と電子反ニュートリノ $\bar{\nu}_e$ に崩

壊する．図 4.5 (f) は 2 つのクォーク q と q′ が強い相互作用の場の量子である**グルーオン**を交換することによって生じる強い相互作用を示している．

弱い相互作用では重いベクトルボソンが交換されるが，それは電荷 e ではなく**弱荷** (weak charge) g に結合している．したがって $\mathcal{M}_{fi} \propto g^2 \propto \alpha_{\mathrm{w}}$ が成り立つ（添字 w は weak を示している）．クォークの間の強い相互作用では交換されたグルーオンがクォークの**色電荷** (color charge) に結合する．したがって $\mathcal{M}_{fi} \propto \sqrt{\alpha_{\mathrm{s}}}\sqrt{\alpha_{\mathrm{s}}} = \alpha_{\mathrm{s}}$ が成り立つ（添字 s は strong を示している）．

交換された粒子は遷移行列要素に**伝播関数** (propagator) 項として寄与する．この寄与は一般に

$$\frac{1}{Q^2 + M^2c^2} \tag{4.23}$$

と書ける．ここで Q^2 は相互作用により移行する 4 元運動量の自乗であり（5.3 節，6.3 節参照），M は交換される粒子の質量である．したがって仮想光子の交換の際には振幅の中ではこれは $1/Q^2$ という因子になり，断面積では $1/Q^4$ という効果を持つ．弱い相互作用では交換されるベクトルボソンが大きな質量を持っているので，断面積が電磁相互作用よりずっと小さい．もっとも，ベクトルボソンの質量と同じくらいの大きさのたいへん高い**運動量移行** (momentum transfer) の領域では両者の断面積は同じくらいになる．

【問　題】

1　断面積　エネルギー $E_{\mathrm{kin}} = 5\,\mathrm{MeV}$ の重陽子を，ビームに対して直角に立てられている面積密度が $\mu_{\mathrm{t}} = 0.2\,\mathrm{mg/cm^2}$ のトリチウム標的にぶつけて ${}^3\mathrm{H(d,n)}{}^4\mathrm{He}$ という原子核反応を研究する．

(a) 測定器は有効面積が $A = 20\,\mathrm{cm^2}$ で，重陽子ビームの方向に対して $\theta = 30°$ の方向に標的から $R = 3\,\mathrm{m}$ の位置に置かれている．この角度での微分断面積 $d\sigma/d\Omega$ は 13 mb/sr であり，標的に入射する重陽子ビームは $I_{\mathrm{d}} = 2\mu\mathrm{A}$ である．このとき測定器に入る中性子は毎秒何個か？

(b) 標的がビームに対し直角 (90°) ではなく 80° の向きに置かれていたときはどうなるか？

2　吸収長　粒子ビームが，粒子を吸収するような物質の厚い層に入射する．吸収長，すなわちビームの強度（ビームの粒子の数）が最初の 1/e になるまでの距離は次のそれぞれの場合にどれくらいか？

(a) 熱中性子 ($E \approx 25\,\mathrm{meV}$) がカドミウムにより吸収される場合 ($\varrho = 8.6\,\mathrm{g/cm^3}$, $\sigma = 24506\,\mathrm{barn}$).

(b) エネルギーが $E_\gamma = 2\,\mathrm{MeV}$ の光子が鉛に吸収される場合（$\varrho = 11.3\,\mathrm{g/cm^3}$, $\sigma = 15.7\,\mathrm{barn}$/原子）．

(c) 原子炉からの反ニュートリノが地球により吸収される場合（$\varrho = 5\,\mathrm{g/cm^3}$, $\sigma \approx 10^{-19}\,\mathrm{barn}$/電子，原子核との相互作用は無視できる．$Z/A \approx 0.5$）．

第5章

原子核の幾何学的な形

この章では，原子核がどのくらい大きいか，どのような形をしているか，という問題を扱う．

このような情報は原理的には例えば陽子や α 粒子の散乱実験から得ることができる．ラザフォードが原子核の動径方向の拡がりが 10^{-14} m より小さいということを発見したのは α 粒子の散乱実験によってであった．しかし実際には，このような実験から詳細な情報を取り出すのは難しい．その理由の第 1 は，陽子や α 粒子はそれ自身が拡がりを持っているので散乱断面積が標的だけでなく入射粒子の構造をも反映するからである．理由の第 2 は，入射粒子と標的の間に働く核力は複雑であってまだよく理解されていないからである．

小さな物体を研究するには**電子散乱** (electron scattering) が特に適している．電子は我々が知っている限りでは内部構造を持たない点状の粒子である．原子核，核子ないしクォークと電子の間の相互作用は仮想光子 1 つの交換によって起こる．すなわち，よくわかっている電磁相互作用によって起こるものであり，**量子電磁気学** (QED) によって正確に計算できる．電磁相互作用の結合定数 $\alpha \approx 1/137$ は 1 よりもずっと小さい．このことは，高次の補正がわずかな役割しか果たさないことを意味している．

5.1 電子散乱の運動学

電子による散乱実験では，きわめて相対論的な粒子を扱う．したがって，運動学的な計算においては **4 元ベクトル**を用いることが目的にかなっている．4 次元の時空ベクトルの第 0 成分は時刻，4 次元の運動量ベクトルの第 0 成分はエネルギーである：

$$x = (x_0, x_1, x_2, x_3) = (ct, \boldsymbol{x}),$$
$$p = (p_0, p_1, p_2, p_3) = (E/c, \boldsymbol{p}). \tag{5.1}$$

今後は，3元ベクトルを，4元ベクトルと区別するために太字で示すことにする．2つの任意の4元ベクトル a, b のスカラー積は次のように定義され，**ローレンツ不変** (Lorentz-invariant) である：

$$a \cdot b = a_0 b_0 - a_1 b_1 - a_2 b_2 - a_3 b_3 = a_0 b_0 - \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}. \tag{5.2}$$

特に，**4元運動量**の自乗もローレンツ不変である：

$$p^2 = \frac{E^2}{c^2} - \boldsymbol{p}^2. \tag{5.3}$$

これは**静止質量** (rest mass) m の自乗（に c^2 を掛けたもの）に等しい．というのは，粒子が静止しており，したがって $\boldsymbol{p} = 0$ であるような座標系に移ると $E = mc^2$ なので $p^2 = m^2c^2$ になるからである．

$$m = \sqrt{p^2}/c \tag{5.4}$$

を**不変質量** (invariant mass) と呼ぶ．式 (5.3) と (5.4) から相対論的なエネルギーと運動量の関係が得られる：

$$E^2 - \boldsymbol{p}^2 c^2 = m^2 c^4 \tag{5.5}$$

したがって

$$E \gg mc^2 \quad ならば \quad E \approx |\boldsymbol{p}|c. \tag{5.6}$$

電子の場合，この近似はすでに数 MeV のエネルギーで成り立つ．

■ 4元運動量 p の電子が4元運動量 P の粒子によって散乱される場合を考えよう（図 5.1）．エネルギーと運動量の保存則により4元運動量の和は散乱の前後で同じでなければならない：

$$p + P = p' + P' \tag{5.7}$$

あるいは自乗して

$$p^2 + 2pP + P^2 = p'^2 + 2p'P' + P'^2. \tag{5.8}$$

弾性散乱の場合には衝突の前後での入射粒子と標的の不変質量 m_e と M は変わらない．

$$p^2 = p'^2 = m_e^2 c^2 \quad そして \quad P^2 = P'^2 = M^2 c^2 \tag{5.9}$$

であるから

$$p \cdot P \ = \ p' \cdot P' \tag{5.10}$$

となる．

たいていの場合，反跳を受けた粒子は測定されず，散乱された電子のみが測定される．そこで，

$$p \cdot P = p' \cdot P' = p' \cdot (p + P - p') = p'p + p'P - m_e^2 c^2 \tag{5.11}$$

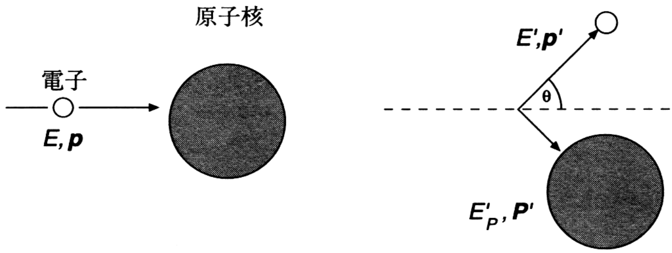


図 5.1　原子核による電子の弾性散乱の運動学.

という関係を用いる．実験室系では 4 元運動量が P である粒子は衝突の前には静止している．そこで，4 元運動量は次のように書くことができる：

$$p = (E/c, \boldsymbol{p}), \quad p' = (E'/c, \boldsymbol{p}'), \quad P = (Mc, \boldsymbol{0}), \quad P' = (E'_P/c, \boldsymbol{P}'). \tag{5.12}$$

そして式 (5.11) から

$$E \cdot Mc^2 = E'E - \boldsymbol{p}\boldsymbol{p}'c^2 + E'Mc^2 - m_\mathrm{e}^2c^4 \tag{5.13}$$

が得られる．高エネルギーにおいては $m_\mathrm{e}{}^2c^4$ を無視し，式 (5.6) により $E \approx |\boldsymbol{p}| \cdot c$ として計算することができる．そうすると角度とエネルギーの関係が得られる：

$$E \cdot Mc^2 = E'E \cdot (1 - \cos\theta) + E' \cdot Mc^2. \tag{5.14}$$

実験室系では，散乱された電子のエネルギー E' は，

$$E' = \frac{E}{1 + E/Mc^2 \cdot (1 - \cos\theta)}. \tag{5.15}$$

角度 θ は**散乱角** (scattering angle) と呼ばれるもので，$\boldsymbol{p}$ と $\boldsymbol{p}'$ のなす角度，すなわち電子が曲げられた角度を示している．エネルギーの差 $E - E'$ は標的に移行する**反跳エネルギー** (recoil energy) である．弾性散乱の場合には，散乱された電子の散乱角 θ とエネルギー E' の間には 1 対 1 の関係 (5.15) が成り立つ．非弾性散乱の場合には式 (5.15) は成り立たない．

散乱エネルギー E' の角度依存性は $(1 - \cos\theta)$ 項によって記述されている．そしてその項は E/Mc^2 という係数を持っている．したがって，相対論的な電子の質量すなわち全エネルギー E/c^2 と標的の質量 M の比が大きければ大きいほど大きな反跳エネルギーが標的に移行する．これは古典的な衝突の法則と一致する．

比較的低いエネルギーの電子（例えば 0.5 GeV）が質量数 $A = 50$ の重い原子核により散乱するとき，散乱エネルギーは前方散乱と後方散乱で 2% しか違わない．しかし 10 GeV の電子が陽子により散乱するときには全く様子が異なる．散乱エネルギー E' は 10 GeV ($\theta \approx 0°$) から 445 MeV ($\theta \approx 180°$) まで変わる（図 5.2 参照）．

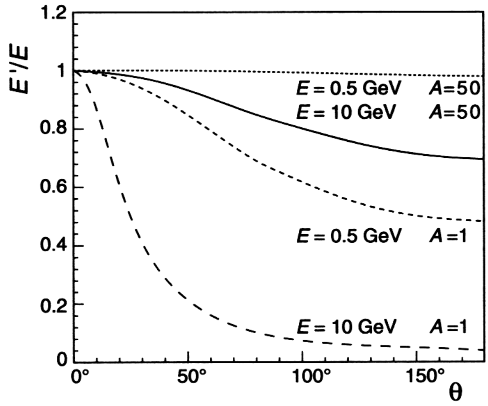


図 5.2　電子–原子核弾性散乱における電子の散乱前後のエネルギーの比 E'/E の散乱角依存性．2 つのビームエネルギー（0.5 GeV と 10 GeV）と 2 つの原子核（$A = 1$ と $A = 50$）について示してある．

5.2　ラザフォードの散乱断面積

エネルギー E の電子が電荷 Ze の原子核により散乱する断面積を考える．反応の運動学の計算は相対論的で，かつ量子力学によるものでなければ正確とは言えない．しかし次のように順を追って計算をすることにする．まず，**ラザフォードの散乱公式**を導く．これは定義によりスピンの効果を無視した場合の断面積である．原子核が重く，電子のエネルギーがあまり大きくないときには，式 (5.15) からわかるように反跳エネルギーは無視できる．その場合には，エネルギー E と運動量 $\boldsymbol{p}$ の絶対値は散乱の前後でそれぞれ不変である．運動学は，例えば太陽系を横切るときに太陽によって向きが変えられる彗星の放物線の軌跡と同じように計算することができる．その際，散乱中心（原子核，太陽）の半径が，粒子（電子，彗星）が最も近づいたときの距離よりも小さければ，この純粋に古典的な計算においては散乱中心の空間的な拡がりは無視できる．その場合に電荷が Ze の原子核標的による電荷 ze，運動エネルギー E_{kin} の粒子の散乱についてのラザフォードの散乱公式が得られる：

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} = \frac{(zZe^2)^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2 \cdot (4E_{\text{kin}})^2 \sin^4\frac{\theta}{2}}. \tag{5.16}$$

E_{kin} は運動エネルギーで $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$ である．

この断面積をフェルミの黄金律を用いて非相対論的量子力学によって計算すると，全く同じ式を得る．それをこれから示そう．あとで重複するのを避けるため，中心の電荷が空間的に拡がっている場合もここで同時に扱うことにする．

■**拡がった電荷分布による散乱** 標的が重くて反跳が無視できる場合について考える．その場合には3元運動量によって計算できる．Ze が小さければ，すなわち

$$Z\alpha \ll 1 \tag{5.17}$$

ならば**ボルン近似** (Born approximation) を使い，入射電子および散乱後の電子の波動関数 ψ_i と ψ_f を**平面波** (plane wave) で記述することができる：

$$\psi_i = \frac{1}{\sqrt{V}} \mathrm{e}^{i\boldsymbol{p}\boldsymbol{x}/\hbar}, \quad \psi_f = \frac{1}{\sqrt{V}} \mathrm{e}^{i\boldsymbol{p}'\boldsymbol{x}/\hbar}. \tag{5.18}$$

波動関数の規格化に際して現れる困難は，有限な体積 V を考えることによって回避する．この体積は散乱中心に比べて大きく，しかもこの体積内の離散エネルギー状態がよい近似で連続状態であると見なせるぐらい大きくなくてはならない．物理的な結果はもちろん V にはよらない．

単位体積あたり n_a 個の粒子密度の電子ビームについて，十分大きな体積で積分すると，規格化条件は

$$\int_V |\psi_i|^2 \, dV = n_\mathrm{a} \cdot V \quad \text{ここで} \quad V = \frac{N_\mathrm{a}}{n_\mathrm{a}} \tag{5.19}$$

と与えられる．それ故に，V はビーム粒子に対してそれぞれ選ばなければならない規格化体積である．

式 (4.20) により反応率 W は断面積 σ とビーム粒子速度 v_a の積をこの体積 V で割ったものに等しい．さて，**黄金律** (4.19) を用いると，

$$\frac{\sigma v_\mathrm{a}}{V} = W = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle \psi_f | \mathcal{H}_\mathrm{int} | \psi_i \rangle \right|^2 \frac{dn}{dE_f} \tag{5.20}$$

を得る．E_f は終状態の全エネルギー（運動エネルギーと静止質量エネルギーの和）である．反跳は無視し，静止質量エネルギーは定数であるから，$dE_f = dE' = dE$ となる．

位相空間において可能な終状態の密度 n は式 (4.16) に与えられている：

$$dn(|\boldsymbol{p}'|) = \frac{4\pi |\boldsymbol{p}'|^2 \, d|\boldsymbol{p}'| \cdot V}{(2\pi\hbar)^3}. \tag{5.21}$$

したがって，大きさが $d\Omega$ の立体角要素に電子が散乱される断面積は，4π を $d\Omega$ で置き換えて，

$$d\sigma \cdot v_\mathrm{a} \cdot \frac{1}{V} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle \psi_f | \mathcal{H}_\mathrm{int} | \psi_i \rangle \right|^2 \frac{V |\boldsymbol{p}'|^2 d|\boldsymbol{p}'|}{(2\pi\hbar)^3 dE_f} d\Omega \tag{5.22}$$

である．

速度 v_a はよい近似で光速 c に置き換えることができる．電子のエネルギーが大きい場合には，$|\boldsymbol{p}'| \approx E'/c$ であって，

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{V^2 E'^2}{(2\pi)^2(\hbar c)^4} \left|\langle\psi_f|\mathcal{H}_{\text{int}}|\psi_i\rangle\right|^2 \tag{5.23}$$

となる．

電気的ポテンシャル ϕ の中での電荷 e の相互作用演算子は $\mathcal{H}_{\text{int}} = e\phi$ である．だから行列要素は

$$\langle\psi_f|\mathcal{H}_{\text{int}}|\psi_i\rangle = \frac{e}{V}\int \mathrm{e}^{-i\boldsymbol{p}'\boldsymbol{x}/\hbar}\phi(\boldsymbol{x})\mathrm{e}^{i\boldsymbol{p}\boldsymbol{x}/\hbar}\, d^3x. \tag{5.24}$$

運動量移行 (momentum transfer) $\boldsymbol{q}$ を

$$\boldsymbol{q} = \boldsymbol{p} - \boldsymbol{p}' \tag{5.25}$$

と定義すると，行列要素は

$$\langle\psi_f|\mathcal{H}_{\text{int}}|\psi_i\rangle = \frac{e}{V}\int \phi(\boldsymbol{x})\mathrm{e}^{i\boldsymbol{q}\boldsymbol{x}/\hbar}\, d^3x \tag{5.26}$$

と書き直せる．

■さて，グリーンの定理を利用してちょっとしたトリックを使うことができる．遠方では十分速く減少する2つの任意に選ばれたスカラー場 u と v について，十分大きな空間領域で積分すると

$$\int (u\triangle v - v\triangle u)\, d^3x = 0 \quad ここで \quad \triangle = \nabla^2 \tag{5.27}$$

が成り立つので

$$\mathrm{e}^{i\boldsymbol{q}\boldsymbol{x}/\hbar} = \frac{-\hbar^2}{|\boldsymbol{q}|^2}\cdot\triangle\mathrm{e}^{i\boldsymbol{q}\boldsymbol{x}/\hbar} \tag{5.28}$$

を代入して行列要素 (5.26) を書き換えると，

$$\langle\psi_f|\mathcal{H}_{\text{int}}|\psi_i\rangle = \frac{-e\hbar^2}{V|\boldsymbol{q}|^2}\int \triangle\phi\mathrm{e}^{i\boldsymbol{q}\boldsymbol{x}/\hbar}\, d^3x. \tag{5.29}$$

ポテンシャル $\phi(\boldsymbol{x})$ はポアソン (Poisson) の方程式によって電荷密度 $\varrho(\boldsymbol{x})$ と結びつけられている．

$$\triangle\phi(\boldsymbol{x}) = \frac{-\varrho(\boldsymbol{x})}{\varepsilon_0}. \tag{5.30}$$

今後の考察では，電荷分布 $\varrho(\boldsymbol{x})$ は静的である，すなわち時刻によらないと仮定する．

$\varrho(\boldsymbol{x}) = Zef(\boldsymbol{x})$ によって電荷分布関数 f を定義する．f は規格化条件 $\int f(\boldsymbol{x})d^3x = 1$ を満たす．行列要素は

$$\begin{aligned}\langle\psi_f|\mathcal{H}_{\text{int}}|\psi_i\rangle &= \frac{e\hbar^2}{\varepsilon_0\cdot V|\boldsymbol{q}|^2}\int \varrho(\boldsymbol{x})\mathrm{e}^{i\boldsymbol{q}\boldsymbol{x}/\hbar}\, d^3x \\ &= \frac{Z\cdot 4\pi\alpha\hbar^3 c}{|\boldsymbol{q}|^2\cdot V}\int f(\boldsymbol{x})\mathrm{e}^{i\boldsymbol{q}\boldsymbol{x}/\hbar}\, d^3x\end{aligned} \tag{5.31}$$

と書き直せる．

$$F(\boldsymbol{q}) = \int e^{i\boldsymbol{q}\boldsymbol{x}/\hbar} f(\boldsymbol{x})\, d^3x \tag{5.32}$$

という積分は全電荷 Ze に規格化された電荷分布関数 $f(\boldsymbol{x})$ のフーリエ変換である．$F(\boldsymbol{q})$ を電荷分布の**形状因子** (form factor) と呼ぶ．形状因子は今調べようとしている物体の空間的な電荷分布に関するすべての情報を持っている．形状因子とその意味については後で詳しく扱う．

ラザフォードの散乱断面積の計算では，定義により標的の空間的な拡がりは無視する．すなわち電荷分布は δ 関数で置き換えられる．すると形状因子は定数 1 である．式 (5.23) に行列要素を代入すると

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} = \frac{4Z^2\alpha^2(\hbar c)^2 E'^2}{|\boldsymbol{q}c|^4} \tag{5.33}$$

となる．電磁気的な散乱断面積は $1/\boldsymbol{q}^4$ 依存性があるので，大きな運動量移行の事象 (event) を測るのは特に困難である．計数率が急激に減少し $\boldsymbol{q}$ の測定に少しでも誤差があると結果がたいへん間違ったものになるからである．

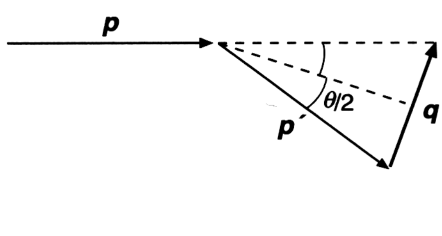
■ラザフォード散乱では定義により反跳を無視することができるので，電子のエネルギーと運動量の絶対値は相互作用の前後で変化しない：

$$E = E', \quad |\boldsymbol{p}| = |\boldsymbol{p}'|. \tag{5.34}$$

すると運動量移行 $\boldsymbol{q}$ の絶対値は

$$|\boldsymbol{q}| = 2\cdot|\boldsymbol{p}|\sin\frac{\theta}{2} \tag{5.35}$$

となる．

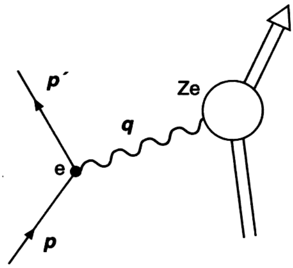


よい近似で $E = |\boldsymbol{p}|\cdot c$ であることを考慮すると，式 (5.33) から相対論的なラザフォードの散乱公式が得られる．

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} = \frac{Z^2\alpha^2(\hbar c)^2}{4E^2\sin^4\frac{\theta}{2}}. \tag{5.36}$$

これに対しもともとの非相対論的なラザフォードの散乱公式 (5.16) は，古典的なポテンシャル散乱の非相対論的な計算によって得られるばかりでなく，量子力学によって導出された式 (5.33) に非相対論的な運動学を適用しても得られる（$p = mv, E' \approx mc^2, E_{\text{kin}} = mv^2/2$．$E'$ はビーム粒子の散乱後の全エネルギーである）．

■**場の理論による考察**　次の図には散乱過程が図式的に示されている．



場の理論の言葉では，電子と電荷分布との電磁相互作用は，この相互作用の場の量子である光子の交換によって行われる．光子は，それ自身は電荷を持っておらず，相互作用をしている双方の粒子の電荷に結合する．その結果，遷移行列要素に $Ze \cdot e$ の寄与をし，断面積には $(Ze^2)^2$ の寄与をする．式 (5.25) で定義した 3 元運動量移行 $\boldsymbol{q}$ は，交換された光子が持ち運ぶ運動量である．したがって光子の換算ド・ブロイ波長は，

$$\lambda\!\!\!^{-} = \frac{\hbar}{|\boldsymbol{q}|} = \frac{\hbar}{|\boldsymbol{p}|} \cdot \frac{1}{2\sin\frac{\theta}{2}} \tag{5.37}$$

となる．

もし $\lambda\!\!\!^{-}$ が標的粒子の空間的な拡がりよりもずっと大きければ，内部構造は分解されないであろう．そして標的粒子は点状なものと見なされる．このような場合に式 (5.16), (5.33) のラザフォードの散乱断面積が得られる．

ラザフォードの散乱断面積の公式 (5.33) は，断面積が運動量移行に依存することをたいへんよく示している．相互作用は，最低次では，1 つの光子の交換によって媒介されている．光子は質量を持っていないので，行列要素の中の**伝播関数** (4.23) は $1/Q^2$ である．非相対論的近似では $1/|\boldsymbol{q}|^2$ である．この伝播関数は断面積の中に自乗で入ってくるので，電磁相互作用においては，断面積が $1/|\boldsymbol{q}|^4$ によって特徴的に急激に減少することになるのである．

もしボルン近似のための条件 (5.17) が満たされない場合には，我々の単純な考察の方法は成り立たない．多光子交換に起因する高次の補正が必要となり，もっと複雑な計算（位相差解析）を行うことになる．

5.3　モットの散乱断面積

ここまでは，電子と標的のスピンを無視して話を進めてきた．しかし，相対論的なエネルギーでは，ラザフォードの散乱断面積はスピンの効果のため変更を受ける．**モットの散乱断面積** (Mott scattering cross-section) は電子散乱を電子スピンによる効果を考慮に入れて記述するもので，

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^*_{\text{Mott}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} \cdot \left(1 - \beta^2 \sin^2\frac{\theta}{2}\right) \quad ここで \quad \beta = \frac{v}{c} \tag{5.38}$$

と書ける．* 印は，この公式の導出では原子核の反跳が無視されていることを示している．相対論的なエネルギーでのモットの散乱断面積は，散乱角が大きくなるにつれ，ラザフォードの散乱断面積よりもずっと速く減少することがわかる．$\beta \to 1$ の極限では，$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ を用いてモットの散乱断面積をより簡単な形に書くことができる：

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^*_{\text{Mott}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} \cdot \cos^2\frac{\theta}{2} = \frac{4Z^2\alpha^2(\hbar c)^2 E'^2}{|\boldsymbol{q}c|^4}\cos^2\frac{\theta}{2}. \tag{5.39}$$

180° に散乱する極端な場合を考えると，式 (5.39) の中の最後の因子を理解することができる．相対論的な粒子においては，$\beta \to 1$ の極限では，スピン $\boldsymbol{s}$ の運動方向 $\boldsymbol{p}/|\boldsymbol{p}|$ への射影は保存量である．この保存則は相対論的量子力学のディラック (Dirac) 方程式の解によるものである [Go86]．スピンの射影の保存と言う代わりに，**ヘリシティの保存** (helicity conservation) と呼ばれることが多い．ヘリシティは

$$h = \frac{\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{p}}{|\boldsymbol{s}|\cdot|\boldsymbol{p}|} \tag{5.40}$$

と定義される．スピンが進行方向を向いている粒子はヘリシティ $+1$ を持っており，スピンがその反対方向を向いている粒子はヘリシティ -1 を持っている．

図 5.3 には 180° 方向の散乱の運動学が示してある．量子化軸 $\hat{z}$ として入射電子の運動量方向を選ぶ．ヘリシティの保存のためにはスピンの $\hat{z}$ 軸への射影は向きを変えなければならない（スピン・フリップ）．しかし，標的のスピンがゼロの場合，全角運動量が保存されるため，これは不可能である．散乱の際の軌道角運動量 ℓ は運動の方向 $\hat{z}$ に垂直なので，角運動量の $\hat{z}$ 成分を変える効果はない．したがって $\beta \to 1$ の極限では 180° 散乱は完全に抑制される．

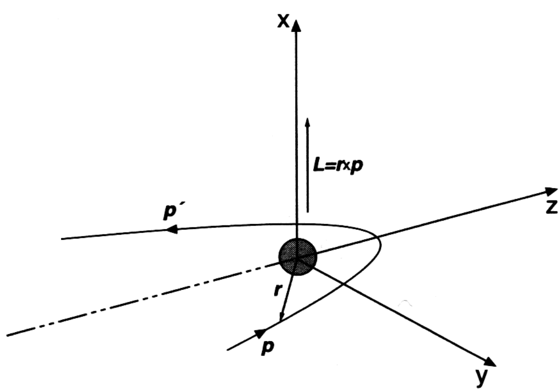


図 5.3　ヘリシティ $h = \boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{p}/(|\boldsymbol{s}|\cdot|\boldsymbol{p}|)$ は $\beta \to 1$ の極限では保存する．このことは，180° 散乱ではスピンの z 軸方向への射影が符号を変えなければならない，ということを意味する．しかしスピンがゼロの標的では，角運動量の保存によりこれは不可能である．

標的がスピンを持つ場合には電子のスピンの射影は変化しうる．標的のスピンの方

向が変化することによって角運動量の保存が保たれうるからである．このような場合には上述の議論は成り立たず，180° 散乱は可能である．

5.4　原子核の形状因子

原子核ないし核子による散乱実験を行うと，実験から得られる断面積は $|\boldsymbol{q}| \to 0$ の極限においてのみモットの散乱断面積と一致することがわかる．大きな $|\boldsymbol{q}|$ の値では実験の断面積はモットの散乱断面積よりも小さい．その理由は，原子核や核子が空間的に拡がっていることにある．大きな $|\boldsymbol{q}|$ においては，仮想光子の換算波長が小さくなり (5.37)，空間分解能が上がる．散乱された電子はもはや標的の電荷全体を見るのではなく，その一部だけを見るようになる．したがって断面積が減少するのである．

原子核の空間的な拡がりが形状因子 (5.32) によって記述されることをすでに見てきた．以下では球対称な系の形状因子に話を限定することにしよう．そうすると特別な方向性はなくなり，形状因子は運動量移行 $\boldsymbol{q}$ の絶対値にのみ依存する．そこで形状因子を $F(\boldsymbol{q}^2)$ と書くことにする．

実験では，形状因子の絶対値はモットの散乱断面積と実験で得られた断面積の比として決定される：

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{実験}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{*}_{\text{Mott}} \cdot \left|F(\boldsymbol{q}^2)\right|^2 . \tag{5.41}$$

入射ビームのエネルギーが一定の場合には様々な散乱角で（つまり様々な $|\boldsymbol{q}|$ の値で）断面積を測り，それを計算により得られたモットの散乱断面積で割るのである．

図 5.4 には形状因子を測る典型的な装置を示してある．電子ビームは線形加速器により供給され，薄い標的にぶつけられる．散乱された電子は**磁気スペクトロメータ** (magnetic spectrometer) によって測定される．分析用磁石の中で電子は運動量により異なる曲率半径で曲げられ，ワイヤーチェンバーで検出される．様々な角度 θ で測定できるように標的のまわりで装置を回転させることができる．

■形状因子の例　原子核の形状因子の初めての測定は 1950 年代の初めにカリフォルニアのスタンフォード大学の線形加速器で行われた．約 500 MeV の電子エネルギーで多くの原子核の断面積が測定された．

初期の形状因子測定の例が図 5.5 に示してある．^{12}C の測定された断面積を散乱角 θ の関数として描いている．大きな角度になるにつれ断面積が急激に減少するのは $1/|\boldsymbol{q}|^4$ 依存性によるものである．重ねて描かれている曲線は形状因子による**回折** (diffraction) のパターンである．断面積は $\theta \approx 51°$ すなわち $|\boldsymbol{q}|/\hbar \approx 1.8\ \text{fm}^{-1}$ に最小値を持つ．以下では，この図を議論し，原子核に関するどのような情報をこれから引き出せるかを説明しよう．

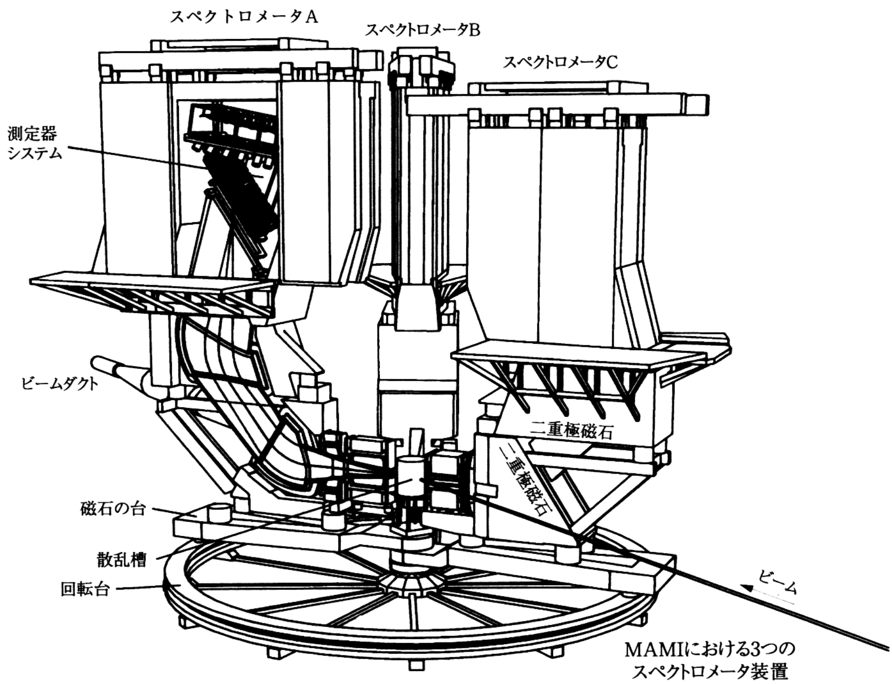


図 5.4 電子加速器 MAMI-B（マインツ大学マイクロトロン）における陽子および原子核による電子散乱の測定装置．最高エネルギーは 820 MeV である．この図の中の 3 つの磁気スペクトロメータは，弾性散乱の研究あるいは同時計測を用いた非弾性散乱の詳細な研究に使われる．スペクトロメータ A は覆いをはずして描かれている．標的により散乱された電子の運動量は 2 つの双極子磁石と測定器システム（ワイヤーチェンバーとプラスチックシンチレータ）により決定される．大きさは回転台の直径が約 12 m である．（この図は Arnd P. Liesenfeld（マインツ大学）によりつくられたもので，同氏の厚意によりここに掲載する．）

ある特定の条件（反跳が無視でき，ボルン近似が使える）のもとでは形状因子 $F(\boldsymbol{q}^2)$ は電荷分布 $f(\boldsymbol{x})$ を**フーリエ変換**したものであるということをすでに見てきた：

$$F(\boldsymbol{q}^2) = \int e^{i\boldsymbol{q}\boldsymbol{x}/\hbar} f(\boldsymbol{x})\, d^3x. \tag{5.42}$$

球対称な場合には，f は半径 $r = |\boldsymbol{x}|$ のみに依存する．全立体角で積分すると，

$$F(\boldsymbol{q}^2) = 4\pi \int f(r) \frac{\sin |\boldsymbol{q}| r/\hbar}{|\boldsymbol{q}| r/\hbar} r^2\, dr \tag{5.43}$$

となる．規格化は

$$1 = \int f(\boldsymbol{x})\, d^3x = \int_0^\infty \int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} f(r)\, r^2\, d\phi\, d\cos\theta\, dr = 4\pi \int_0^\infty f(r) r^2\, dr \tag{5.44}$$

である．

原理的には，実験によって決定された形状因子の $\boldsymbol{q}^2$ 依存性から，逆フーリエ変換

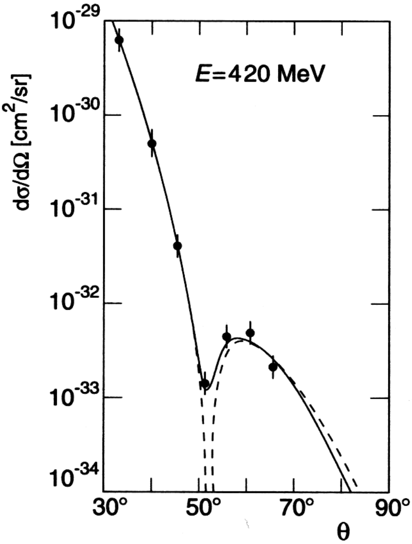


図 5.5　電子散乱による ^{12}C の形状因子の測定（[Ho57] による）．ビームのエネルギーは一定で，420 MeV．微分断面積を 7 つの散乱角で測定した．点線はぼけた縁を持つ一様な球により平面波が散乱された場合（ボルン近似）に対応する．実線は実験データに fit した厳密な位相差解析を示す．

によって動径方向の電荷分布が得られる：

$$f(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int F(\boldsymbol{q}^2) \mathrm{e}^{-i\boldsymbol{q}\boldsymbol{x}/\hbar}\, d^3q. \tag{5.45}$$

しかし実際には，形状因子は運動量移行 $|\boldsymbol{q}|$ の限られた領域でしか測れない．使うことのできるビームエネルギーに上限があることと，断面積が運動量移行が増えると急に減少して測定が困難なことがその原因である．したがって $f(r)$ のいくつかのパラメータを選んで，それを用いて $F(\boldsymbol{q}^2)$ を計算し，$F(\boldsymbol{q}^2)$ の測定データと比べて十分よく一致するまでパラメータを変える．

電荷分布が単純な動径方向の関数 $f(r)$ で与えられる場合には形状因子は解析的に計算することが可能である．表 5.1 には $f(r)$ のいくつかの特別な例について形状因子が与えられている．図 5.6 にはそれらのグラフが描かれている．ゆるやかに減少する電荷分布はなめらかに変化する形状因子に対応する．電荷分布が拡がっていればいるほど形状因子は $\boldsymbol{q}^2$ とともに急激に減少する．逆に，物体が小さい場合には形状因子はゆっくりと減少する．極限の場合として標的が点状ならば，形状因子は定数 1 である．

一般に，はっきりした縁を持つ物体による散乱の場合，回折の極小と極大が顕著に現れる．例えば半径が R で電荷密度が一様な球の場合は，最初の極小値は，

$$\frac{|\boldsymbol{q}| \cdot R}{\hbar} \approx 4.5 \tag{5.46}$$

表 5.1 電荷分布が球対称の場合の電荷分布と形状因子のボルン近似による関係.

電荷分布 $f(r)$		形状因子 $F(\boldsymbol{q}^2)$	
点状	$\delta(r)/4\pi$	1	定数
指数関数型	$(a^3/8\pi)\cdot\exp(-ar)$	$\left(1+\boldsymbol{q}^2/a^2\hbar^2\right)^{-2}$	双極子型
ガウス型	$\left(a^2/2\pi\right)^{3/2}\cdot\exp\left(-a^2r^2/2\right)$	$\exp\left(-\boldsymbol{q}^2/2a^2\hbar^2\right)$	ガウス型
一様球	$\begin{cases} 3/4\pi R^3 & (r \le R) \\ 0 & (r > R) \end{cases}$	$3\alpha^{-3}(\sin\alpha-\alpha\cos\alpha)$ ただし $\alpha=\lvert\boldsymbol{q}\rvert R/\hbar$	振動する

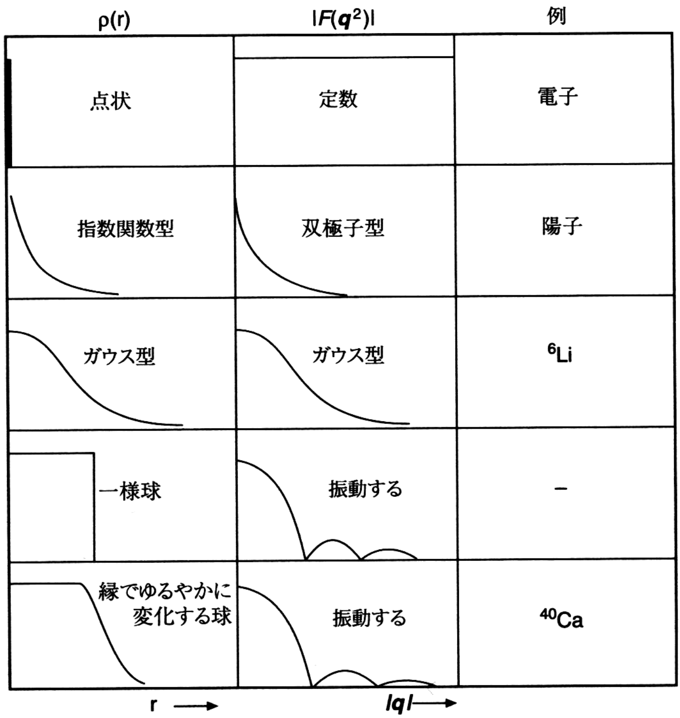


図 5.6 ボルン近似による動径電荷分布 $\varrho(r)$ と形状因子 $F(\boldsymbol{q}^2)$ の関係. 定数の形状因子は点状の電荷（例えば電子）に対応する. いわゆる双極子型の形状因子は指数関数的に減少する電荷分布（例えば陽子）に, ガウス型の形状因子はガウス型の電荷分布（例えば ^{6}Li 原子核）に, 振動する形状因子はある程度鋭い縁を持った一様な球に対応する. たいへん軽い原子核を別とすれば, すべての原子核は振動する形状因子を持っている.

のところにくる. したがって極小値の位置から, 原子核の拡がりを直接に決めることができる.

^{12}C の電子散乱の場合, 微分断面積（したがって形状因子）には図 5.5 で見たように極小値があって, その位置は $|\boldsymbol{q}|/\hbar \approx 1.8\,\mathrm{fm}^{-1}$ である. このことから, 炭素の原子核の半径は $R = 4.5\hbar/|\boldsymbol{q}| = 2.5\,\mathrm{fm}$ であると結論することができる.

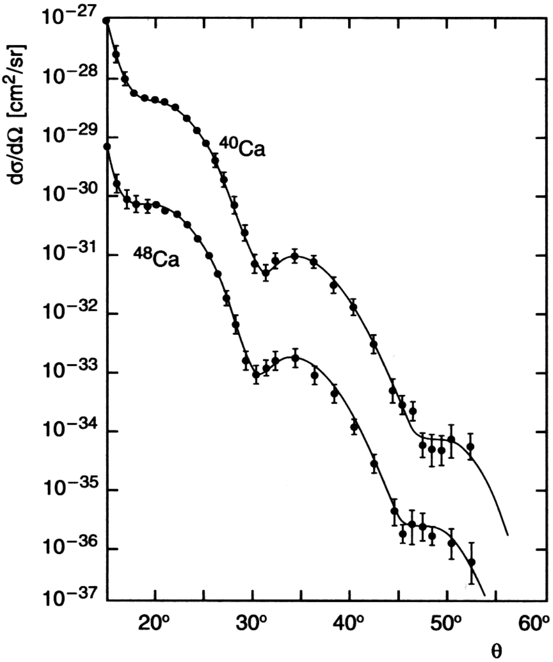


図 5.7　カルシウム同位体 ^{40}Ca と ^{48}Ca による電子散乱の微分断面積 [Be67]．見やすいように ^{40}Ca と ^{48}Ca の断面積をそれぞれ 10 倍，1/10 倍してある．曲線はデータに fit した電荷分布に対応するものである．極小値の位置から ^{48}Ca の半径が ^{40}Ca の半径より大きいことがわかる．

図 5.7 には ^{40}Ca と ^{48}Ca の同位体の実験結果が示してある．この図はいくつかの観点から注目に値するものである．

- 断面積が $|\boldsymbol{q}|$ の広い範囲で測られている．断面積はこの範囲で 10 の 7 乗ものオーダーで変化する[注1]．
- 回折パターンには極小値が **1** つだけではなく 3 つ観測される．断面積のこのような振舞いから $F(\boldsymbol{q}^2)$ をきわめて正確に決めて，電荷分布 $\varrho(r)$ に関する精密な情報を得ることができる．
- ^{48}Ca の極小値は ^{40}Ca の極小値より小さな $|\boldsymbol{q}|$ の方向にわずかにずれている．このことから，^{48}Ca の方が大きな空間的な拡がりを持っていることがわかる．

原子核の半径に関する情報は形状因子の極小値の位置によってばかりでなく，$\boldsymbol{q}^2 \to 0$ での形状因子の振舞いによってもわかる．波長が原子核の拡がり R よりもずっと大きい場合，

$$\frac{|\boldsymbol{q}| \cdot R}{\hbar} \ll 1 \tag{5.47}$$

注1 測定は 12 桁（！）にわたって行われたこともある（例えば [Si79]）．

が成り立つ．そして式 (5.42) による $F(\boldsymbol{q}^2)$ は $|\boldsymbol{q}|$ のべきに展開できる：

$$F(\boldsymbol{q}^2) = \int f(\boldsymbol{x}) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \Big(\frac{i|\boldsymbol{q}||\boldsymbol{x}| \cos\theta}{\hbar} \Big)^n d^3x \quad \text{ここで} \quad \theta = \sphericalangle(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{q})$$

$$= \int_0^{\infty} \int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} f(r) \Big[1 - \frac{1}{2} \Big(\frac{|\boldsymbol{q}| r}{\hbar} \Big)^2 \cos^2\theta + \cdots \Big] d\phi \, d\cos\theta \, r^2 \, dr$$

$$= 4\pi \int_0^{\infty} f(r) r^2 \, dr - \frac{1}{6} \frac{\boldsymbol{q}^2}{\hbar^2} 4\pi \int_0^{\infty} f(r) r^4 \, dr + \cdots . \tag{5.48}$$

式 (5.48) の第 2 行において $\cos\theta$ の奇数乗のべきは積分がゼロになるので落としてある．

規格化条件 (5.45) に対応して，電荷の**平均自乗半径** (mean square radius) を定義する：

$$\langle r^2 \rangle = 4\pi \int_0^{\infty} r^2 \cdot f(r) r^2 \, dr. \tag{5.49}$$

すると

$$F(\boldsymbol{q}^2) = 1 - \frac{1}{6} \frac{\boldsymbol{q}^2 \langle r^2 \rangle}{\hbar^2} + \cdots \tag{5.50}$$

と書ける．したがって，$\langle r^2 \rangle$ を決めるには，形状因子 $F(\boldsymbol{q}^2)$ を $\boldsymbol{q}^2$ のたいへん小さな値まで測ることが必要である．

$$\langle r^2 \rangle = -6\hbar^2 \left. \frac{dF(\boldsymbol{q}^2)}{d\boldsymbol{q}^2} \right|_{\boldsymbol{q}^2 = 0} \tag{5.51}$$

が成り立つ．

原子核の電荷分布

1950 年代半ば以降に様々な加速器によってこの種の精密測定が数多く行われ，それらの結果から動径電荷分布 $\varrho(r)$ が決められてきた．それをまとめると次のような結果が得られる：

- 原子核ははっきりとした縁を持った小球ではない．原子核はその内部ではほとんど一定の電荷密度を持っているが，表面では電荷密度は比較的広い領域でゆっくりと減少する．動径方向の電荷分布はよい近似で 2 つのパラメータを持つフェルミ関数で記述される：

$$\varrho(r) = \frac{\varrho(0)}{1 + \mathrm{e}^{(r-c)/a}}. \tag{5.52}$$

図 5.8 にいくつかの原子核について示してある．

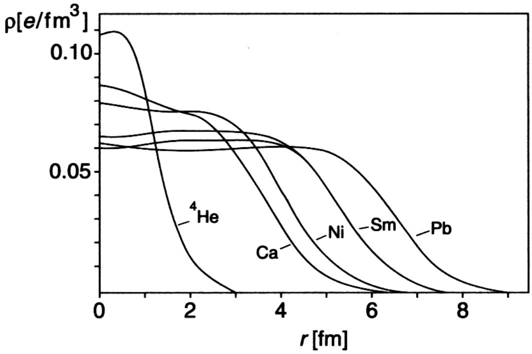


図 5.8　5 つの原子核の動径電荷分布．これらの電荷分布はぼけた縁を持った球としてフェルミ分布 (5.52) で近似的に記述できる．

- 定数 c は $\varrho(r)$ が半分まで減少した点の半径である．大きな原子核では経験的に

$$c = 1.07 \cdot A^{1/3}\ \mathrm{fm}, \quad a = 0.54\ \mathrm{fm} \tag{5.53}$$

　である．

- 電荷密度から平均自乗半径を計算することができる．中ぐらいないし重い原子核では近似的に

$$\langle r^2 \rangle^{1/2} = r_0 \cdot A^{1/3} \quad \text{ここで} \quad r_0 = 0.94\,\mathrm{fm} \tag{5.54}$$

　が成り立つ．原子核はしばしば近似的に一様な帯電した球として記述される．この球の半径 R が原子核の半径と見なされる．このように定義された半径と平均自乗半径の間には次のような関係がある：

$$R^2 = \frac{5}{3}\langle r^2 \rangle. \tag{5.55}$$

　したがって定量的には

$$R = 1.21 \cdot A^{1/3}\,\mathrm{fm}. \tag{5.56}$$

　半径のこの定義は質量公式 (2.8) でも使われた．

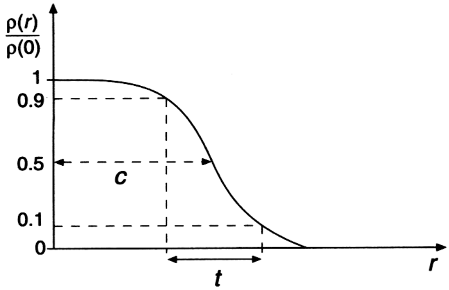
- **表面の厚さ** t は，電荷密度が最大値の 90% から 10% まで減少する領域の厚さとして定義される：

$$t = r_{(\varrho/\varrho_0=0.1)} - r_{(\varrho/\varrho_0=0.9)}. \tag{5.57}$$

　すべての重い原子核で t はほぼ同じで

$$t = 2a \cdot \ln 9 \approx 2.40\,\mathrm{fm} \tag{5.58}$$

　である．



- 原子核の中心における電荷密度 $\varrho(0)$ は，質量数が大きくなるとわずかに減少する．しかし原子核中には中性子もあるので，A/Z を掛けて核子密度を計算すると，ほとんどすべての原子核でほぼ同じ核子密度を得る.「無限に拡がった」原子核物質の場合には

$$\varrho_{\mathrm{N}} \approx 0.17\ \text{核子}/\mathrm{fm}^3. \tag{5.59}$$

これは 式 (5.53) で $c = 1.12 \cdot A^{1/3}$ fm とした場合に対応する．

- いくつかの原子核は球状からずれて，回転楕円体に変形している．特にランタノイド（希土類）でそうである．その正確な形は電子の弾性散乱では決定できない．縁がぼやけているように見えるだけである．
- ^{6,7}Li, ^{9}Be のような軽い核，特に ^{4}He は例外である．これらは，原子核の内部で核子密度が一定値にならず，電荷分布はむしろほぼガウス型をしている．

以上は原子核の電荷分布の全般的な形を記述したものである．それぞれの原子核に特有な細かい性質については，ここでは立ち入らないことにする [Fr82].

5.5 非弾性散乱による原子核の励起

これまでの考察においては，原子核の弾性散乱について議論してきた．弾性散乱の場合には，粒子は始状態と終状態で同一である．標的はより高いエネルギー状態に励起されることはなく，エネルギーとしては反跳エネルギーを受け取るだけである．散乱角を固定すると，入射エネルギーと散乱後のエネルギーは式 (5.15) により 1 対 1 に対応する．

しかしある固定された散乱角で，散乱された電子のエネルギースペクトルを測ると，反跳に対応するエネルギー移行だけでなく，より大きなエネルギー移行の散乱も観測される．このような事象は非弾性反応によるものである．

図 5.9 には電子のスペクトルが高い分解能で示されている．入射エネルギー 495 MeV で ^{12}C 標的に散乱され，散乱角 65.4° で検出されたものである．$E' \approx 482$ MeV の鋭いピークは ^{12}C 原子核による弾性散乱である．それより左側（低エネルギー側）

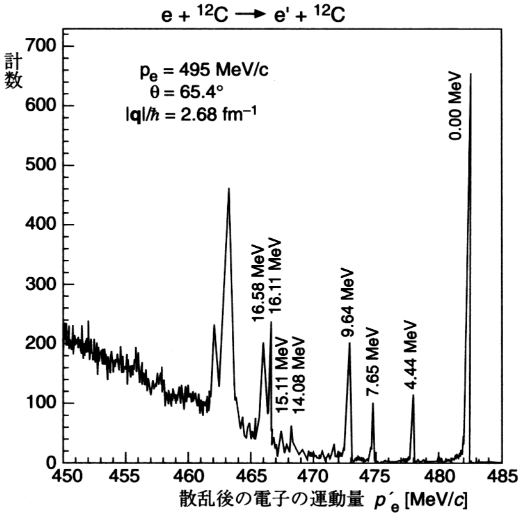


図 5.9　^{12}C による電子散乱のスペクトル．鋭いピークは弾性散乱，ないしは非弾性散乱による ^{12}C 原子核の離散エネルギー準位への励起に対応する．原子核の励起エネルギーはそれぞれのピークのところに書いてある．電子はマインツの線形加速器 MAMI-B により 495 MeV に加速され，高分解能の磁気スペクトロメータ（図 5.4 参照）により散乱角 65.4° で測定された．(この図はマインツの Th. Walcher と G. Rosner の厚意による.)

に原子核の個々のエネルギーレベルへの励起がはっきりと見える．$E' \approx 463\,\mathrm{MeV}$ のピークは巨大双極子共鳴（18.2 節），更に小さな E' には原子核に束縛された核子による準弾性散乱による幅の広いピークが見られる（6.2 節）．

【問　題】

1　電磁気的散乱の運動学　エネルギーが E_e の電子ビームの重い原子核（質量 M）による弾性散乱を考える．

(a) 運動量移行の最大値を計算せよ．

(b) (a) の場合に反跳した原子核の運動量とエネルギーを計算せよ．

(c) 同じエネルギーの光子ビームによる弾性散乱について上と同じ量を求めよ（原子核によるコンプトン効果）．

2　波長　直径 D の円盤によるフラウンホーファー (Fraunhofer) 回折は円環状の回折パターンをつくる．強度が縮小になる最小の角度は $\theta = 1.22\lambda/D$ である．λ は波長．$E_\mathrm{kin} = 100\,\mathrm{MeV}$ のエネルギーの α 粒子が ^{56}Fe 原子核により散乱されるときの回折の極小値の角度を計算せよ．その際，原子核は完全吸収体の円盤と見なすことにする．

3　ラザフォード散乱　放射線源からの $E_\mathrm{kin} = 6\,\mathrm{MeV}$ の α 粒子が ^{197}Au 原子核によって散乱される．どのような散乱角で断面積の式 (5.16) から実験値がずれると予想されるか？

4　形状因子　$E_\mathrm{kin} = 6\,\mathrm{MeV}$ の α 粒子の代わりに，同じド・ブロイ波長を持つ電子が金によっ

て散乱される．ド・ブロイ波長が同じであるためには電子の運動エネルギーはいくらでなければならないか？ 角度分布に極大値と極小値がいくつ現れるか（表 5.1 と図 5.7 参照）？この場合，反跳は小さいので，運動学的な量は重心系と実験室系で同じであるとしてよい．

5 X 線の弾性散乱 X 線が液体ヘリウムにより散乱される．ヘリウム原子のうちどのような荷電粒子がこの散乱を引き起こすか？ ヘリウムによる散乱に対応するのは図 5.6 のうちどの形状因子か？

6 コンプトン散乱 原子に束縛された電子によるコンプトン散乱は原子核の準弾性散乱および核子の深非弾性散乱との類推で理解することができる．ポジトロニウムの消滅からのガンマ線がヘリウム原子によって散乱される（ヘリウム原子の「第 1 電子」の結合エネルギーは 24 eV）．コンプトン散乱で $\theta_\gamma = 30°$ に散乱された光子を同時計測したときに，コンプトン反跳電子の角度の拡がりを計算せよ．

第 6 章

核子による弾性散乱

6.1 核子の形状因子

最も軽い原子核である水素と重水素の原子核に電子を弾性散乱させると，原子核の構成要素である陽子と中性子に関する情報を得ることができる．しかしこのような実験について議論する際には 2, 3 の点に注意を払わなくてはならない．

■反跳 核子の動径方向の拡がりは，すぐ後で述べるようにおよそ 0.8 fm である．したがってこれを研究するには数百 MeV ないし数 GeV のエネルギーが必要である．これを核子の質量 $M \approx 938\,\mathrm{MeV}/c^2$ と比べてみると同じくらいの大きさであることがわかる．それ故に，標的の反跳をもはや無視することはできない．断面積 (5.33) と (5.39) を導く際に E ではなく E' を使うことによってこのことを前もって「準備して」おいた．しかしそれに加えて式 (5.20) の**位相空間密度** dn/dE_f が変更されなければならず，これによりモットの散乱断面積に E'/E という因子がよけいにつく [Pe87].

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\mathrm{Mott}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{*}_{\mathrm{Mott}} \cdot \frac{E'}{E}. \tag{6.1}$$

衝突過程における反跳による電子のエネルギー損失は無視できないので，もはや散乱を 3 元運動量移行によって記述することはできない．その代わりに **4 元運動量移行**を用いる必要がある．それの自乗はローレンツ不変量である：

$$\begin{aligned} q^2 = (p-p')^2 = \; & 2m_{\mathrm{e}}^2c^2 - 2\left(EE'/c^2 - |\boldsymbol{p}||\boldsymbol{p}'|\cos\theta\right) \\ \approx \; & \frac{-4EE'}{c^2}\sin^2\frac{\theta}{2}. \end{aligned} \tag{6.2}$$

正の量のみを扱うために

$$Q^2 = -q^2 \tag{6.3}$$

を定義する．モットの散乱断面積において $\boldsymbol{q}^2$ は，q^2 ないし Q^2 で置き換えられなければならない．

■磁気モーメント　電子の電荷と原子核の電荷の間の相互作用に加えて，電子の流れと核子の**磁気モーメント** (magnetic moment)（磁気双極子モーメントを略してこう呼ぶ）の間の相互作用も考慮しなければならない．

電荷を持ちスピンが 1/2 で内部構造を持たない粒子（**ディラック粒子** (Dirac particle)）の磁気モーメントは

$$\mu = g \cdot \frac{e}{2M} \cdot \frac{\hbar}{2} \tag{6.4}$$

で与えられる．ここで M は粒子の質量で，因子 $g = 2$ は相対論的量子力学（ディラック方程式）によるものである．磁気的な相互作用には核子のスピンの反転（スピン・フリップ）が伴う．5.3 節での電子ビームのスピンの反転に関する議論と同様の議論がここにも適用できる．角運動量の保存とヘリシティの保存を考えると，0° 方向への散乱は実現せず，180° 方向の散乱は可能である．磁気的相互作用により，式 (5.39) で $\cos^2\frac{\theta}{2}$ を導入したのと同様に，因子 $\sin^2\frac{\theta}{2}$ が断面積に導入される．$\sin^2\frac{\theta}{2} = \cos^2\frac{\theta}{2}\tan^2\frac{\theta}{2}$ なので，断面積

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\substack{\text{point}\\ \text{spin 1/2}}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \cdot \left[1 + 2\tau\tan^2\frac{\theta}{2}\right] \tag{6.5}$$

$$\text{ただし}\quad \tau = \frac{Q^2}{4M^2c^2} \tag{6.6}$$

が得られる．因子 2τ はかなり容易に理解できる．相互作用の行列要素は，核子の磁気モーメント（したがって $1/M$）と，電子の散乱過程において標的の位置に発生する磁場とに比例する．これは時間について積分すると，電子の方向の曲がった度合いに（したがって運動量移行 Q に）比例する．そのために断面積の中に M と Q は 2 乗して入っている．

式 (6.5) の [　] 内の第 2 項は，4 元運動量移行 Q^2 が大きく，散乱角 θ が大きいときに大きい．この新しくつけ加えられた項により断面積は純粋に電気的な相互作用の場合よりも大きな散乱角であまり急激に減少しなくなり，角度分布もより等方分布に近くなる．

■異常磁気モーメント　電荷を持ったディラック粒子は式 (6.4) の g 因子の値が 2 でなければならない．それに対し中性のディラック粒子は磁気モーメントがゼロでなければならない．しかし実際には，電子やミューオンの磁気モーメントを測ってみると，$g = 2$ より少しずれた値を得る．これは量子電磁気学的な高次の過程の寄与によるもので，理論的によく理解されている．

一方，核子はディラック粒子ではなく，いくつかのクォークからできているので，核

子の g **因子**はその構成要素によって決まる．陽子と中性子について測定された値は，

$$\mu_{\rm p} = \frac{g_{\rm p}}{2}\mu_{\rm N} = +2.79 \cdot \mu_{\rm N}, \tag{6.7}$$

$$\mu_{\rm n} = \frac{g_{\rm n}}{2}\mu_{\rm N} = -1.91 \cdot \mu_{\rm N}. \tag{6.8}$$

ここで $\mu_{\rm N}$ は**核磁子** (nuclear magneton) である：

$$\mu_{\rm N} = \frac{e\hbar}{2M_{\rm p}} = 3.1525 \times 10^{-14}\ {\rm MeV\ T^{-1}}. \tag{6.9}$$

電荷と電流の分布は原子核の場合と同じように形状因子によって記述される．その際，電気的分布と磁気的分布を特徴づける 2 つの形状因子が必要である．核子による電子散乱の断面積はいわゆる**ローゼンブルースの公式** (Rosenbluth formula) [Ro50] によって記述される：

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\rm Mott} \cdot \left[\frac{G_{\rm E}^2(Q^2) + \tau G_{\rm M}^2(Q^2)}{1+\tau} + 2\tau G_{\rm M}^2(Q^2)\tan^2\frac{\theta}{2}\right]. \tag{6.10}$$

ここで $G_{\rm E}(Q^2)$ は**電気的形状因子** (electric form factor)，$G_{\rm M}(Q^2)$ は**磁気的形状因子** (magnetic form factor) でいずれも Q^2 に依存する．形状因子の Q^2 依存性を測ると，電荷や磁気モーメントの空間的な分布を導き出すことができる．重要なのは $Q^2 \to 0$ の極限である．この極限では $G_{\rm E}$ は素電荷 e を単位とした標的の電荷に等しく，$G_{\rm M}$ は核磁子を単位とした標的の磁気モーメント μ に等しい：

$$\begin{aligned} &G_{\rm E}^{\rm p}(Q^2=0) = 1, && G_{\rm E}^{\rm n}(Q^2=0) = 0, \\ &G_{\rm M}^{\rm p}(Q^2=0) = 2.79, && G_{\rm M}^{\rm n}(Q^2=0) = -1.91. \end{aligned} \tag{6.11}$$

$G_{\rm E}(Q^2)$ と $G_{\rm M}(Q^2)$ を分離して決定するには，Q^2 の値を固定し，断面積をいくつかの散乱角 θ で（ビームエネルギー E もそれに伴って変えながら）測らなければならない．測定した断面積をモットの散乱断面積で割り，その結果を $\tan^2(\theta/2)$ を横軸にとってグラフに描くとローゼンブルースの公式により測定点は直線に乗る（図 6.1）．その傾きから $G_{\rm M}(Q^2)$ が求まる．次に $G_{\rm E}(Q^2)$ は，$\theta = 0$ における軸との切片が $(G_{\rm E}^2 + \tau G_{\rm M}^2)/(1+\tau)$ であることから求まる．異なる Q^2 の値に対して順次このような解析をすれば形状因子の Q^2 依存性を決定することができる．

電気的・磁気的形状因子は主として 1960 年代の終わりと 70 年代の初めにスタンフォードの線形加速器 **SLAC** でたいへん大きな Q^2 の値まで測定された．図 6.2 は陽子と中性子の両方の形状因子の Q^2 依存性を示す．

陽子の電気的形状因子や陽子と中性子の磁気的形状因子は Q^2 が増すとともに同じように減少することがわかる．よい近似でいわゆる**双極子型の fit** をして記述することができる：

$$G_{\rm E}^{\rm p}(Q^2) = \frac{G_{\rm M}^{\rm p}(Q^2)}{2.79} = \frac{G_{\rm M}^{\rm n}(Q^2)}{-1.91} = G^{\rm dipole}(Q^2)$$

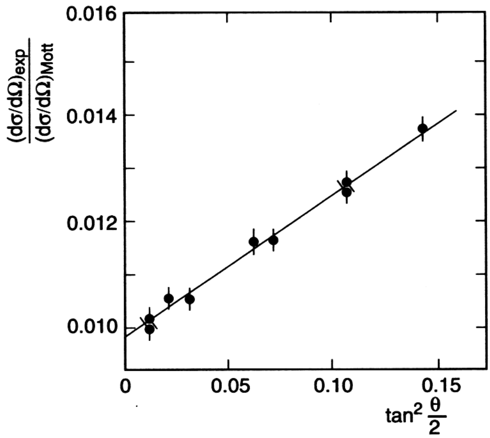


図 6.1　4 元運動量移行 $Q^2 = 2.5\,\mathrm{GeV}^2/c^2$ において，断面積の測定値とモットの散乱断面積の比を $\tan^2\frac{\theta}{2}$ の関数として表したもの [Ta67].

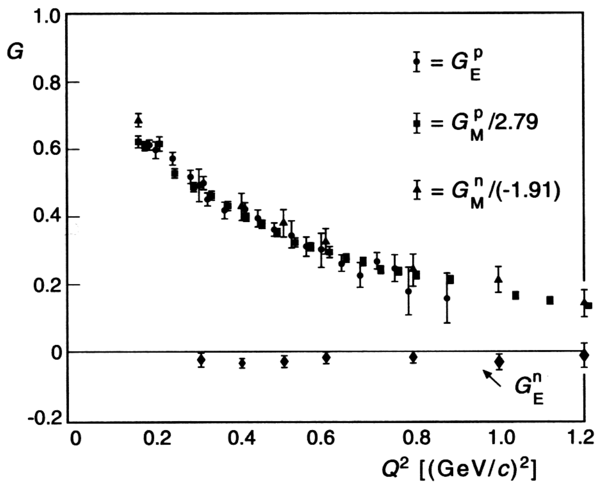


図 6.2　陽子および中性子の電気的・磁気的形状因子．横軸は Q^2．データ点は図中に示された数値によって割り算がなされ，重なり合って全体的な双極子型の振舞いが見やすいようにしてある [Hu65].

ここで

$$G^{\mathrm{dipole}}(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{0.71(\mathrm{GeV}/c)^2}\right)^{-2}. \tag{6.12}$$

中性子は外側から見ると電気的に中性であるが，中性子の電気的形状因子もたいへん小さい．

原子核の電荷分布に関する議論と同じように，形状因子の Q^2 依存性から核子の電荷分布と磁気モーメントの分布を決定することができる．ただし，形状因子を静的な

電荷分布のフーリエ変換されたものと解釈することは Q^2 の値が小さい場合においてのみ正しい．3 元運動量移行と 4 元運動量移行が近似的に等しいのはそのときだけだからである．観測された**双極子型形状因子** (6.12) は指数関数的に減少する電荷分布に対応する（図 5.6 参照）：

$$\varrho(r) = \varrho(0)\,\mathrm{e}^{-ar} \quad \text{ただし} \quad a = 4.27\,\mathrm{fm}^{-1}. \tag{6.13}$$

つまり核子は点状ではなく，一様に帯電した球でもなく，たいへん長くすそを引いた拡がりを持った物体である．

陽子の電荷分布の平均自乗半径と，陽子および中性子の磁気モーメントの分布の平均自乗半径はほぼ等しい．それらは $G_{\mathrm{E,M}}(Q^2)$ の $Q^2 = 0$ における傾きから得られる．双極子型の fit から

$$\langle r^2 \rangle_{\text{dipole}} = -6\hbar^2 \left.\frac{dG^{\text{dipole}}(Q^2)}{dQ^2}\right|_{Q^2=0} = \frac{12}{a^2} = 0.66\,\mathrm{fm}^2,$$
$$\sqrt{\langle r^2 \rangle_{\text{dipole}}} = 0.81\,\mathrm{fm}. \tag{6.14}$$

Q^2 の小さな値で形状因子を精密に測ると，双極子型のパラメータからわずかにずれることがわかる．$Q^2 \to 0$ での傾きを形状因子の測定データから数値的に直接求めることによって，**陽子の電荷半径**の今日において最もよい値が得られる [Bo75]：

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle_{\mathrm{p}}} = 0.862\,\mathrm{fm}. \tag{6.15}$$

中性子の電子形状因子はそれに比べると測定するのが難しい．自由な中性子だけの標的は存在しないので，重陽子の電子散乱から $G_{\mathrm{E}}^{\mathrm{n}}(Q^2)$ に関する情報を得なければならないからである．その際，測定データを陽子と中性子間の核力の効果について補正することが必要である．しかし束縛されていない自由な中性子を使って電荷半径を決めるエレガントな方法がある．すなわち原子炉からの低エネルギー中性子を原子の殻電子によって散乱させ，原子からたたき出された電子を検出する．この反応は Q^2 の小さな値での電子–中性子散乱である [Ko95]．このような測定により

$$-6\hbar^2 \left.\frac{dG_{\mathrm{E}}^{\mathrm{n}}(Q^2)}{dQ^2}\right|_{Q^2=0} = -0.113 \pm 0.005\,\mathrm{fm}^2 \tag{6.16}$$

が得られる．

つまり，中性子は外側から見たときに電荷を帯びていないように見えるだけであって，その内部には電荷や磁気モーメントを持つ構成要素が存在している．電荷も磁気モーメントも電気的形状因子に寄与するので，両者の寄与をローレンツ不変な形で分離することはできない．理論的なモデル計算と比べると，中性子の中では局所的にも構成要素の電荷はほぼ完全に打ち消されている．これは測定値 (6.16) が小さい値であることからもわかることである．

6.2 準弾性散乱

6.1 節では静止している自由な陽子ないし中性子による電子の弾性散乱を考察した．このような反応では，ビームエネルギー E が決まっていれば，ある特定の散乱角 θ では式 (5.15) により散乱された電子のエネルギー E' は一意的に決まる：

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{Mc^2}(1 - \cos\theta)}. \tag{6.17}$$

一方，原子核を標的として上と同じビームエネルギーと散乱角で散乱を観測すると，原子核はいくつもの核子から成り立っているのでエネルギースペクトルは複雑なものになる．図 6.3 は薄い H_2O 標的によって散乱された電子のスペクトルを示す．水素原子の中の自由な陽子による散乱と，酸素原子の中の酸素の原子核による散乱の両方が見られる．

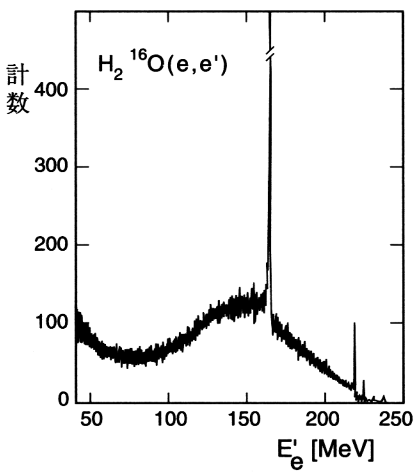


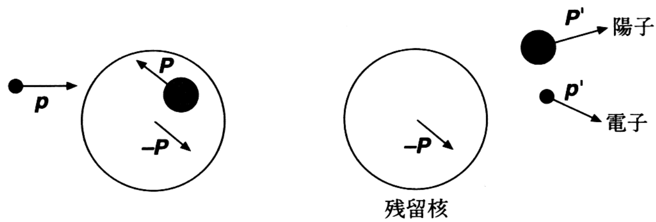
図 6.3　H_2O 標的によって散乱された電子のエネルギースペクトル．データはマインツの線形加速器 MAMI-A によりビームエネルギー 246 MeV，散乱角 148.5° で測定された．（この図は J. Friedrich (Mainz) の厚意による.）

水素の中の自由な陽子による弾性散乱に起因する狭いピークが $E' \approx 160$ MeV のところにあるのがわかる．その下には幅広い分布があって，そのピークは散乱後のエネルギーの低い方へ数 MeV ずれている．スペクトルのこの部分を ^{16}O の原子核の中の個々の核子による電子散乱であると解釈し，これを**準弾性散乱** (quasi-elastic scattering) と呼ぶ．より高いエネルギーのところの鋭いピークは ^{16}O 原子核全体による散乱によるものである（図 5.9 参照）．図の左端には，Δ 共鳴が始まるのが見えるが，これについては 7.1 節で扱うことにしよう．

準弾性散乱のスペクトルがずれており，幅も広くなっていることから原子核の内部

構造に関する情報が得られる．いわゆる**インパルス近似** (impulse approximation) では，電子が個々の核子と個別に相互作用すると仮定する．散乱において，核子は原子核内の他の核子と相互作用することなく原子核から出てくる．原子核から核子を取り出すために要するエネルギーが，散乱された電子のエネルギーピークを低いエネルギーの方へずらす働きをする．一方，ピークの幅を水素原子の中の自由な陽子による弾性散乱と比べると，原子核は局所に固定された核子から構成される静的な物体ではない，と結論することができる．核子は原子核の中でむしろほぼ「自由」な粒子として動き回っている．その運動のために静止している核子による散乱とは運動学が異なるのである．

実効的な平均の深さが S の原子核ポテンシャルの中を運動量 $\boldsymbol{P}$ で動いている束縛された核子を考えよう．この場合のこの核子の結合エネルギーは $S - \boldsymbol{P}^2/2M$ である．このような核子に電子が散乱される際に，他の核子との相互作用や残りの原子核の運動エネルギーは無視することにする．



そうすると次のような運動学的な関係が成り立つ：

$$\boldsymbol{p} + \boldsymbol{P} = \boldsymbol{p}' + \boldsymbol{P}' \qquad \text{e–p 系における運動量保存,}$$
$$\boldsymbol{P}' = \boldsymbol{q} + \boldsymbol{P} \qquad \gamma\text{–p 系における運動量保存,}$$
$$E + E_\mathrm{p} = E' + E'_\mathrm{p} \qquad \text{e–p 系におけるエネルギー保存.}$$

電子から陽子へのエネルギー移行 ν は，$E, E' \gg m_\mathrm{e}c^2$ で $|\boldsymbol{P}|, |\boldsymbol{P}'| \ll Mc$ のとき

$$\nu = E - E' = E'_\mathrm{p} - E_\mathrm{p} = \left(Mc^2 + \frac{\boldsymbol{P}'^2}{2M}\right) - \left(Mc^2 + \frac{\boldsymbol{P}^2}{2M} - S\right)$$
$$= \frac{(\boldsymbol{P}+\boldsymbol{q})^2}{2M} - \frac{\boldsymbol{P}^2}{2M} + S = \frac{\boldsymbol{q}^2}{2M} + S + \frac{2|\boldsymbol{q}||\boldsymbol{P}|\cos\alpha}{2M}. \tag{6.18}$$

ここで α は $\boldsymbol{q}$ と $\boldsymbol{P}$ のなす角を表す．原子核の中の核子の運動は等方的である，つまり球対称に分布していると仮定すると，ν は平均値

$$\nu_0 = \frac{\boldsymbol{q}^2}{2M} + S \tag{6.19}$$

のまわりに対称な分布になる．その幅は

$$\sigma_\nu = \sqrt{\langle(\nu-\nu_0)^2\rangle} = \frac{|\boldsymbol{q}|}{M}\sqrt{\langle \boldsymbol{P}^2\cos^2\alpha\rangle} = \frac{|\boldsymbol{q}|}{M}\sqrt{\frac{1}{3}\langle \boldsymbol{P}^2\rangle} \tag{6.20}$$

である．

■**フェルミ運動量**　17.1 節で詳しく論ずるように，核子が原子核内でほぼ自由に動き回っているような**フェルミ気体** (Fermi gas) として原子核を記述することができる．**フェルミ運動量** (Fermi momentum) $P_{\rm F}$ は，平均自乗運動量と

$$P_{\rm F}^2 = \frac{5}{3}\langle \boldsymbol{P}^2 \rangle \tag{6.21}$$

という関係がある（17.9 節参照）．いくつかの原子核による準弾性散乱を分析すると，ポテンシャルの実効的な平均の深さ S および原子核の中のフェルミ運動量 $P_{\rm F}$ を決めることができる．

S と $P_{\rm F}$ の質量数 A 依存性は最初に 1970 年代の初めに研究された．初めての系統的な測定の結果は表 6.1 に示されており，次のようにまとめることができる．

- ポテンシャルの実効的な平均の深さ S は Li における 17 MeV から質量数 A とともに連続的に大きくなって Pb では 44 MeV である．
- 軽い原子核を別とすればフェルミ運動量は A にはほとんどよらず

$$P_{\rm F} \approx 250 \mathrm{MeV}/c \tag{6.22}$$

　である．

表 6.1　原子核のフェルミ運動量 $P_{\rm F}$ とポテンシャルの実効的な平均の深さ S．これらの値は入射ビームエネルギーが 320 MeV と 500 MeV の間で，一定の散乱角 60° で測られた準弾性電子散乱の分析から得られた [Mo71, Wh74]．誤差はおよそ 5 MeV/c ($P_{\rm F}$) および 3 MeV(S) である．

原子核	^{6}Li	^{12}C	^{24}Mg	^{40}Ca	^{59}Ni	^{89}Y	^{119}Sn	^{181}Ta	^{208}Pb
$P_{\rm F}$ [MeV/c]	169	221	235	249	260	254	260	265	265
S [MeV]	17	25	32	33	36	39	42	42	44

このような振舞いはフェルミ気体模型の正しさを示している．軽い原子核を別とすれば原子核物質の密度は質量数に依存しない．

6.3　パイ中間子と K 中間子の電荷半径

中性子の電荷半径を決めたのと同じ方法で，8.2 節で扱う他の粒子（例えばパイ中間子 [Am84] や K 中間子 [Am86]）の電荷半径を測ることができる．高エネルギーの中間子を水素原子の電子に散乱させ，反跳を受けた電子の角度分布を分析し，それによって形状因子を決定する．パイ中間子や K 中間子はスピン 0 の粒子なので，電荷の形状因子があるだけで，磁気的形状因子はない．

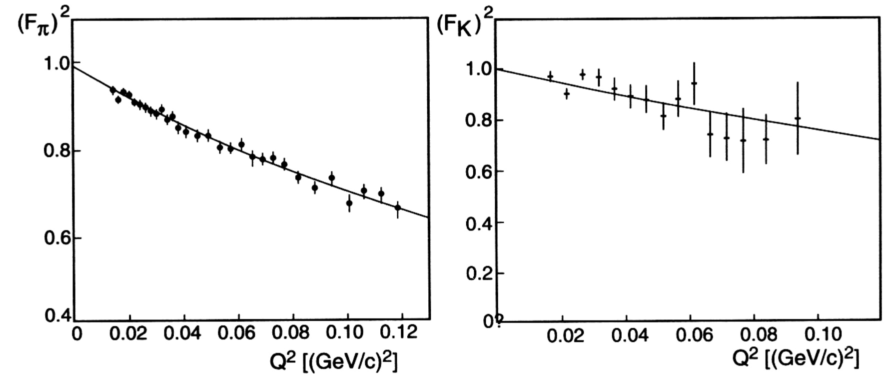


図 6.4 パイ中間子と K 中間子の形状因子を Q^2 の関数として表したもの（[Am84] と [Am86] による）．曲線は単極子型の形状因子 $(1+Q^2/a^2\hbar^2)^{-1}$ に対応する．

形状因子の Q^2 依存性を図 6.4 に示す．両方の場合とも**単極子型の形状因子** (monopole form factor)

$$G_{\mathrm{E}}(Q^2) = \left(1+\frac{Q^2}{a^2\hbar^2}\right)^{-1} \quad \text{ただし} \quad a^2 = \frac{6}{\langle r^2\rangle} \tag{6.23}$$

で記述される．原点近くでの傾きから，**平均自乗電荷半径**

$$\langle r^2\rangle_\pi = 0.44 \pm 0.02\,\mathrm{fm}^2, \quad \sqrt{\langle r^2\rangle_\pi} = 0.67 \pm 0.02\,\mathrm{fm},$$

$$\langle r^2\rangle_{\mathrm{K}} = 0.34 \pm 0.05\,\mathrm{fm}^2, \quad \sqrt{\langle r^2\rangle_{\mathrm{K}}} = 0.58 \pm 0.04\,\mathrm{fm}$$

を得る．

パイ中間子や K 中間子の電荷分布は陽子とは異なり空間的にわずかしか拡がっていない．その理由として，これらの粒子の内部構造の違いを考えることができる．第 8 章で見るように，陽子は 3 つのクォークから構成されているのに対し，パイ中間子と K 中間子は 1 つのクォークと 1 つの反クォークから構成されている．

K 中間子の半径はパイ中間子の半径より小さい．K 中間子はパイ中間子と違って重いクォーク（s クォーク）を持っていることにその原因を求めることができる．13.5 節では重いクォーク–反クォーク対の系について，構成要素が重ければ重いほどその系の半径が小さくなることを示す．

【問　題】

1 電子の半径 電子–電子散乱断面積のモットの散乱断面積からのずれを調べて電子の半径の上限を求めたい．半径の上限として 10^{-3} fm を得ようとするとき，重心系で必要なエネルギーはどれくらいか？

2 電子–パイ中間子散乱 電子–パイ中間子の弾性散乱の微分断面積 $d\sigma/d\Omega$ を表す式を求めよ．$\langle r^2\rangle_\pi = 0.44\,\mathrm{fm}^2$ として $Q^2 \to 0$ の極限において断面積の形状因子部分の Q^2 依存性を具体的に書き下せ．

第 7 章

深非弾性散乱

外見は魅力に満ちていても，賢い人はその中身を深く探求する.
ヴィルヘルム・ブッシュ
『誕生日または排他主義者』

7.1 核子の励起状態

5.5 節で議論したように，原子核による電子散乱で観測されるスペクトルでは弾性散乱のピークの傍らに，原子核の励起による他のピークが現れる．核子による電子散乱の場合にも同様のスペクトルが観測される．

図 7.1 に電子–陽子散乱のスペクトルを示す．このスペクトルは電子ビームエネルギー $E = 4.9\,\mathrm{GeV}$，散乱角 $\theta = 10^\circ$ で得られた．磁気スペクトロメータの磁場を小刻みに変えて散乱後の電子のエネルギーの広い範囲をカバーした．弾性散乱による鋭いピーク（図の中では見やすくするため高さを 1/15 に変えてある）の左の散乱エネルギーの低い側に，陽子の非弾性散乱による一連のピークが観測される．これらのピークは核子の励起状態に対応するもので**核子共鳴** (nucleon resonance) と呼んでいる．陽子に励起状態があるという事実は陽子が合成された系であるということを示唆している．第 15 章では，これらの共鳴の構造をクォーク模型を用いて説明する．

これらの状態の不変質量を W と書くことにする．それは交換された光子の 4 元運動量 (q) と始状態の陽子の 4 元運動量 (P) から計算される：

$$W^2c^2 = P'^2 = (P+q)^2 = M^2c^2 + 2P \cdot q + q^2 = M^2c^2 + 2M\nu - Q^2. \quad (7.1)$$

ここでローレンツ不変な量 ν は

$$\nu = \frac{P \cdot q}{M} \quad (7.2)$$

と定義される.

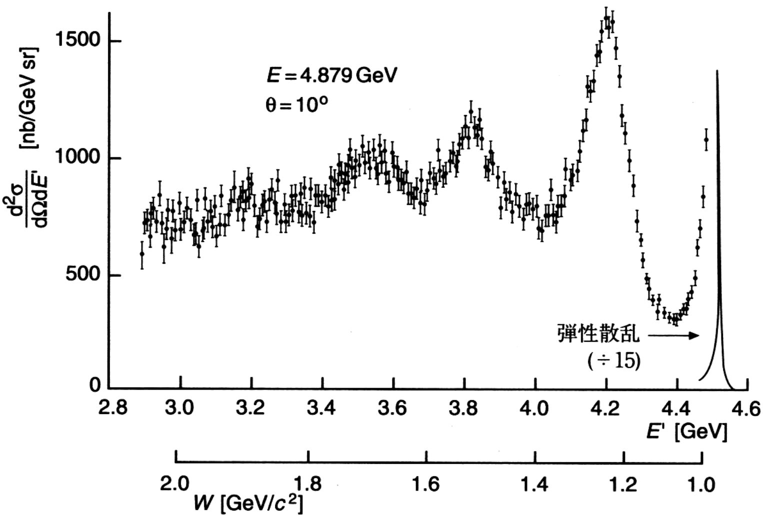


図 7.1　電子–陽子散乱による散乱された電子のエネルギースペクトル．入射電子ビームのエネルギーは $E = 4.9\,\mathrm{GeV}$，散乱角は $\theta = 10°$ で測定された（[Ba68] による）．不変質量 W も示されている．

標的陽子が静止している実験系では，$P = (Mc, \mathbf{0})$ なので $q = ((E - E')/c, \boldsymbol{q})$．したがって実験室系では

$$\nu = E - E' \tag{7.3}$$

は仮想光子により電子から陽子へ移行したエネルギーである．

■ **Δ(1232) 共鳴**　図 7.1 の $E' = 4.2\,\mathrm{GeV}$ の近傍に見られる核子共鳴は質量 W が $1232\,\mathrm{MeV}/c^2$ なので $\Delta(1232)$ という名前を持っている．第 15 章で詳しく述べるが，この共鳴には 4 つの電荷の状態 Δ^{++}, Δ^{+}, Δ^{0}, Δ^{-} がある．図 7.1 では反応により電荷が移行しないので Δ^{+} が励起されている．

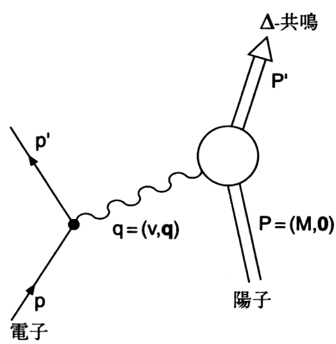


図 7.1 の弾性散乱のピークに幅があるのはスペクトロメータのエネルギー分解能が

有限だからである．一方，共鳴は典型的には $\Gamma \approx 100\,\mathrm{MeV}$ 程度の真の幅[注1]を持っている．この幅から不確定性原理によってこのような共鳴の寿命がたいへん短いことが結論できる．$\Delta(1232)$ 共鳴はおよそ $120\,\mathrm{MeV}$ の幅を持っており，その寿命は

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{6.6 \times 10^{-22}\,\mathrm{MeV\,s}}{120\,\mathrm{MeV}} = 5.5 \times 10^{-24}\,\mathrm{s}$$

である．これは強い相互作用に現れる典型的な時間のスケールである．Δ^+ 共鳴は

$$\Delta^+ \longrightarrow p + \pi^0$$
$$\Delta^+ \longrightarrow n + \pi^+$$

によって崩壊する．その際に核子の他にそれより軽い粒子である中間子（パイ中間子）が発生する．

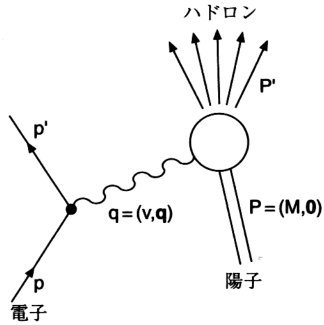
7.2　構造関数

核子の構成要素を探すには，実験において十分によい分解能が必要である．探子（プローブ）となる粒子ビームのド・ブロイ波長が核子の半径よりも小さいことが条件である．つまり $\lambda \ll R$, 4 元運動量移行については $Q^2 \gg h^2/R^2$ である．散乱実験において大きな 4 元運動量移行を実現するためには高いエネルギーが必要である．第 1 世代の実験は SLAC の最高エネルギー 25 GeV の線形加速器で 1960 年代に行われた．第 2 世代は CERN で 300 GeV までのミューオンビームを用いて 1970 年代から行われた．400 GeV の陽子でパイ中間子を生成し，それを磁石を用いて狭い領域に閉じ込めて 200 メートルにわたって飛行させる．飛行の最中にパイ中間子の一部はミューオンに崩壊し，300 GeV までのエネルギーのミューオンビームができる．それを散乱実験に用いる．最新の世代の実験は DESY の衝突型加速器 HERA で行われ，2007 年夏に実験が終了した．HERA では 30 GeV の電子ビームと 900 GeV の陽子ビームの衝突実験が行われた．

SLAC の実験によりハドロンのクォークおよびグルーオン構造の基本的な性質が確立した．それについて以下では議論し，解釈する．第 2，第 3 世代の実験は，強い相互作用の理論である量子色力学に実験的基礎を与えた．

不変質量が $W \gtrsim 2.5\,\mathrm{GeV}/c^2$ になると励起スペクトルに共鳴の個々のピークは見られなくなる．その代わり強い相互作用をする粒子（ハドロン）が数多く生成されるのが観測される．

[注1] 「幅」の厳密な意味は 9.2 節で議論する．



この発生過程の力学は弾性散乱の場合と同様に形状因子によって記述される．ただし非弾性散乱の場合には通常は**構造関数** (structure function) W_1, W_2 と呼ばれる．

弾性散乱では入射ビームエネルギー E が決まっている場合，自由に変えられる運動学的パラメータは **1 つ**しかない．例えば散乱角 θ が与えられると，運動学により 4 元運動量移行の自乗 Q^2，エネルギー移行 ν，散乱後の電子のエネルギー E' なども決まる．$W = M$ であるから，式 (7.1) により ν と Q^2 の間には

$$2M\nu - Q^2 = 0 \tag{7.4}$$

という関係がある．

これに対し**非弾性散乱**では，陽子の励起エネルギーを示す自由度が 1 つ余計に入っている．したがって構造関数および断面積は，(E', θ) あるいは (Q^2, ν) などの **2 つの**独立で自由なパラメータの関数である．この場合 $W > M$ であり

$$2M\nu - Q^2 > 0 \tag{7.5}$$

が成り立つ．

ローゼンブルースの公式 (6.1) の代わりに断面積は次のように書かれる：

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega\, dE'} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^*_{\mathrm{Mott}} \left[W_2(Q^2, \nu) + 2W_1(Q^2, \nu) \tan^2 \frac{\theta}{2}\right]. \tag{7.6}$$

ここでも [ ] 内の第 2 項には磁気的な相互作用が含まれている．

深非弾性散乱の実験の結果は**ビヨルケンのスケーリング変数** (Bjorken scaling variable) と呼ぶ新たなローレンツ不変量を用いて議論される：

$$x = \frac{Q^2}{2P \cdot q} = \frac{Q^2}{2M\nu}. \tag{7.7}$$

これは次元を持たない量で，散乱過程の非弾性度を示すものである．弾性散乱では $W = M$ なので，式 (7.4) により

$$2M\nu - Q^2 = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = 1 \tag{7.8}$$

となり，非弾性過程 $(W > M)$ では

$$2M\nu - Q^2 > 0 \implies 0 < x < 1 \tag{7.9}$$

となる．

図 7.2 には，電子からの運動量移行 Q^2 の 3 つの異なる値において，核子によって散乱された電子のスペクトルがビヨルケン・スケーリング変数 x の関数として示してある．運動量移行 Q^2 とエネルギー損失 ν を決めるためには，実験において電子の散乱角と散乱後の電子のエネルギーを測る必要がある．

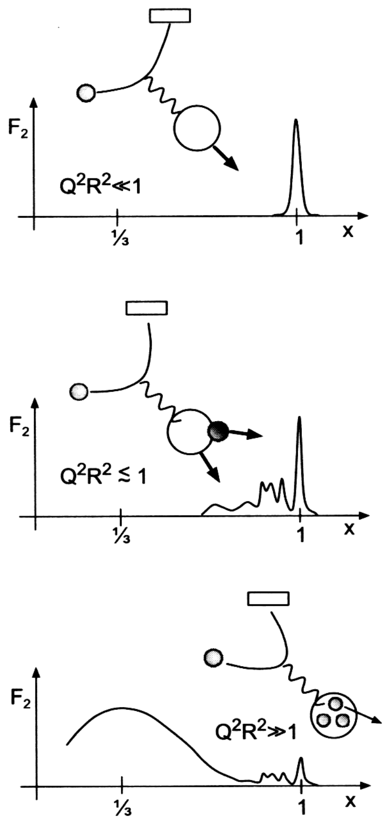


図 7.2　Q^2 の増加とともに弾性散乱から非弾性散乱を経て深非弾性散乱に遷移する様子が示されている．Q^2 が小さく仮想光子の波長が核子の半径よりもはるかに大きいときには，弾性散乱しか観測されない．仮想光子の波長が核子の半径と同程度になると，励起された状態への遷移が見られる．仮想光子の波長が核子の半径よりもはるかに小さくなると，電子は核子の電荷を持つ構成要素によって散乱される．

$x = 1/3$ にある幅広いピーク（実際の測定では高次の効果のために少し小さな x の値のところに現れる）は容易に解釈できる．電子が核子の構成要素によって散乱されると仮定すると，ビヨルケン・スケーリング変数は

$$x = \frac{1}{n} \cdot \frac{Q^2}{2P \cdot q} \tag{7.10}$$

である．ここで n は構成要素の数である．式 (7.10) の P は核子の構成要素の 4 元運動量である．式 (7.7) の P を nP で置き換えたのである．x は常に核子 1 個についての量であり，核子の弾性散乱の場合に $x=1$ になるように保ってある．更に，電子がこの構成要素によって弾性散乱をすると，式 (7.8) と同様に

$$\frac{Q^2}{2Pq}=1 \tag{7.11}$$

である．したがって，$x=1/3$ の幅広いピークは核子の中に構成要素が 3 つあるということを意味する．ピークに幅があるのは核子の中の構成要素のフェルミ運動によるものである．

すでに述べたように，深非弾性散乱を解析するためには，散乱された電子を運動学的に完全に決定すれば十分である．最初の 2 世代の実験ではそのような解析が行われた．DESY での実験では，立体角が 4π の測定器を用いて散乱による粒子が完全に再構築された．その典型的な深非弾性散乱の事象を図 7.3 に示す．いわゆる「閉じ込め」の効果により，散乱されたクォークも陽子のそれ以外の部分も直接に観測されるわけではない．後に説明するように，それらは色が無色のハドロンになり，ハドロンが実際に観測される．

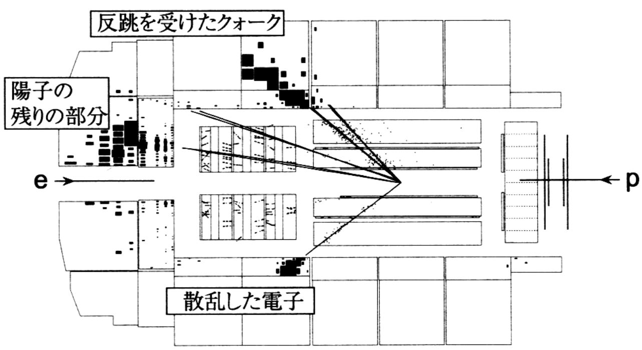


図 7.3　800 GeV の陽子ビームが右側から，30 GeV の電子ビームが左側からそれぞれ入射する．内側の位置検出器によってすべての荷電粒子の方向が測定される．散乱された電子のエネルギーは，電磁カロリメータで測定される．ハドロンのエネルギーは，ハドロン・カロリメータで測定される．

上記のような直観的な考察をより正式な形で再考してみよう．次元を持つ 2 つの構造関数 $W_1(Q^2,\nu)$ と $W_2(Q^2,\nu)$ の代わりに次元のない構造関数

$$\begin{aligned} F_1(x,Q^2) &= Mc^2 W_1(Q^2,\nu), \\ F_2(x,Q^2) &= \nu W_2(Q^2,\nu) \end{aligned} \tag{7.12}$$

を通常は使う.

この 2 つの構造関数 $F_1(x,Q^2)$ と $F_2(x,Q^2)$ は断面積から得られるが，これらは x を固定したとき全く Q^2 に依存しないかあるいはたいへん弱くしか Q^2 に依存しない．図 7.4 には $2\,(\mathrm{GeV}/c)^2$ から $18\,(\mathrm{GeV}/c)^2$ までの Q^2 の領域の $F_2(x,Q^2)$ のデータが x の関数として示してある．$x=1/3$ におけるピークは図 7.2 ほどはっきりしていない．これは深非弾性散乱において $Q^2>2\,\mathrm{GeV}^2$ では高次の効果が重要となるからであり，それについては後に議論する．

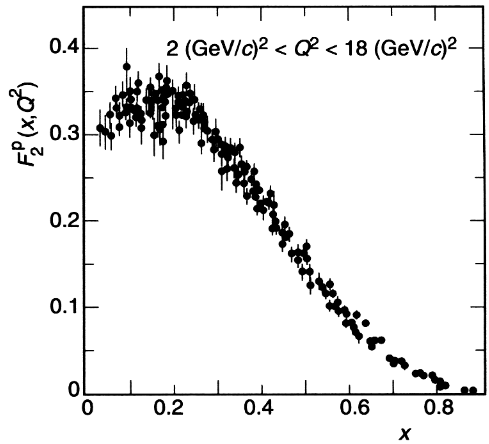


図 **7.4** 陽子の構造関数 F_2．2–18$\,(\mathrm{GeV}/c)^2$ の Q^2 の領域で，x の関数として示してある [At82].

構造関数が Q^2 によらないということは，我々のこれまでの議論によれば，**点電荷に散乱されている**ということを意味している（図 5.6 参照）．核子は拡がりを持つ物体であるから，この結果から次のことが言える：

核子は点状の構成要素から成る内部構造を持っている.

構造関数 F_1 は磁気的相互作用に起因するものである．スピン 0 の粒子による散乱では F_1 は消える．スピン 1/2 のディラック粒子による散乱では式 (6.5) と (7.6) から，

$$2xF_1(x)=F_2(x) \tag{7.13}$$

という関係が得られる．これを**カラン–グロスの関係式** (Callan–Gross relation) と呼ぶ [Ca69]（章末演習問題参照）．

比 $2xF_1/F_2$ を x の関数として図 7.5 に示してある．測定精度の範囲内でこの比は 1 であり，このことから第 2 の結論を出すことができる：

核子の点状の構成要素はスピン 1/2 を持っている.

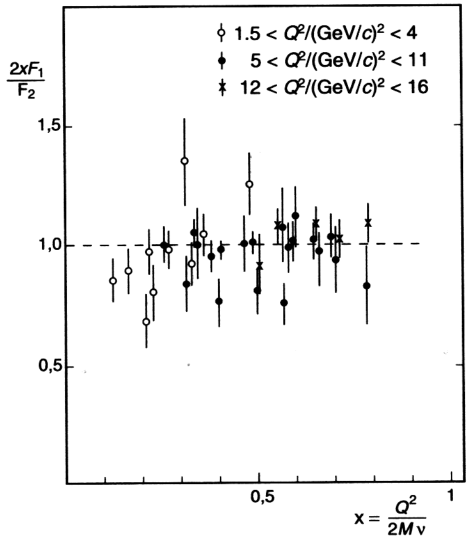


図 7.5 構造関数 $2xF_1(x)$ と $F_2(x)$ の比．測定は SLAC で行われた（[Pe87] による）．比はほぼ一定で 1 であることがわかる．

7.3 パートン模型

陽子による深非弾性散乱の解釈は，適当な座標系を選べば特に簡単になる．物理的な内容は，当然のことながら座標系の選択によらない．陽子の構成要素の横方向運動量と静止質量とが無視できるような高速で動いている系の中で陽子を観察すると，陽子の内部構造は第 1 近似では構成要素の縦方向運動量によって与えられる．これがファインマンとビヨルケンの**パートン模型** (parton model) の基礎である．この模型では陽子の構成要素は**パートン** (parton) と呼ばれる．今日では，電荷を帯びたパートンは**クォーク**であり，電気的に中性なパートンは強い相互作用の場の量子である**グルーオン**であることがわかっている．

陽子を自由運動しているパートンに分解すると，電子と陽子の相互作用を電子とそれぞれのパートンの相互作用のインコヒーレントな和であると見なすことができる．電子とパートンのこの相互作用は弾性散乱と見なすことができる．この近似は，光子とパートンの相互作用の時間が短くて，その時間内ではパートン同士の相互作用を無視できる場合（図 7.6）に成り立つ．これはすでに準弾性散乱（6.2 節）で学んだように，**インパルス近似** (impulse approximation) である．8.3 節で見るようにパートン間の相互作用は短距離では弱いので，深非弾性散乱においてこの近似はよく成り立っている．

パートンの質量が無視できるということと，$Q^2 \gg M^2c^2$ であるということを仮定して近似をすると，式 (7.7) で定義したビヨルケン・スケーリング変数 $x = Q^2/2M\nu$

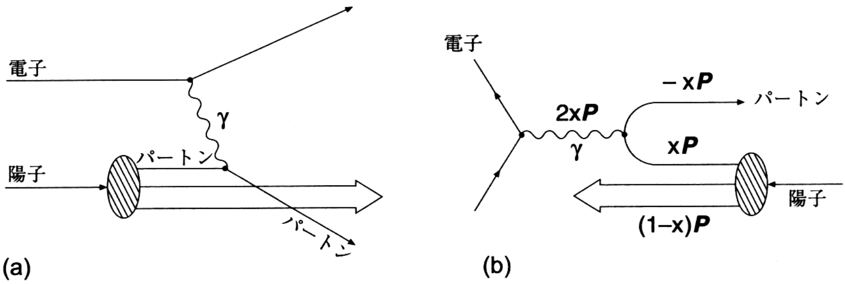


図 7.6 深非弾性電子–陽子散乱をパートン模型で (a) 実験室系および (b) 高速で動いている系で図式的に表したもの．矢印は運動量の方向を示している．図 (b) は散乱過程をいわゆる Breit 座標系で表現している．Breit 座標系では仮想光子のエネルギー移行はゼロであり，散乱に関与するパートンの運動量は向きを変えるがその絶対値は変わらない．

の直接的な解釈が得られる．陽子の 4 元運動量に対し，深非弾性散乱で散乱をしたパートンが散乱前に持っていた 4 元運動量の割合が x である．実験室系で 4 元運動量 $(\nu/c, \boldsymbol{q})$ を持っている仮想光子は 4 元運動量 xP を持っているパートンと相互作用をする．x のこの解釈はインパルス近似をする場合にのみ成り立つということを強調しておきたい．更に，陽子の進行方向に対して横方向運動量やパートンの静止質量を無視する場合，すなわちたいへん速く動いている系においてのみ成り立つ解釈であるということを強調しておきたい．

このような前提条件が満たされる最も好都合な座標系はいわゆる **Breit 座標系**（図 7.6 (b)）である．この系では光子はエネルギーを持たない $(q_0 = 0)$．この座標系では，x はパートンが持つ 3 元運動量の割合に等しい．

深非弾性散乱の位置分解能は仮想光子の換算波長 $\lambda\!\!\!^{-}$（波長 λ を 2π で割ったもの）によって与えられる．これはローレンツ不変ではなく，それぞれの座標系によって異なる．実験室系 $(q_0 = \nu/c)$ では，

$$\lambda\!\!\!^{-} = \frac{\hbar}{|\boldsymbol{q}|} = \frac{\hbar c}{\sqrt{\nu^2 + Q^2c^2}} \approx \frac{\hbar c}{\nu} = \frac{2Mx\hbar c}{Q^2}. \tag{7.14}$$

例えば，実験室系で $x = 0.1$, $Q^2 = 4\,(\mathrm{GeV}/c)^2$ の場合には $\lambda\!\!\!^{-} \simeq 10^{-17}\,\mathrm{m}$ という値を得る．Breit 座標系ではこの関係式は

$$\lambda\!\!\!^{-} = \frac{\hbar}{|\boldsymbol{q}|} = \frac{\hbar}{\sqrt{Q^2}} \tag{7.15}$$

という簡単な形になる．したがって Breit 座標系では Q^2 も具体的な意味を持つ．つまり，Q^2 は構造を研究する際に空間分解能を決定する量である．

7.4 パートン模型による構造関数の解釈

構造関数は核子の内部の構成を記述するものである．核子は，f で表す数種類のクォークから構成されており，それぞれのクォークは電荷 $z_{\mathrm{f}} \cdot e$ を持っていると仮定しよう．クォークによる電磁気的散乱の断面積は，その電荷の自乗に比例するので z_{f}^2 に比例する．

クォークの運動量に関する分布関数を $q_{\mathrm{f}}(x)$ と書くことにする．つまり，$q_{\mathrm{f}}(x)\,dx$ はハドロンの中で運動量の割合が $[x, x+dx]$ の範囲にあるような種類 f のクォークの数の期待値である．核子の量子数を決定するクォーク（**バレンスクォーク** (valence quark)）のほかにも，核子の中にはクォーク–反クォーク対が存在する．これらは強い相互作用の場の中で，グルーオンから仮想粒子として生成され消滅するものである．このような過程はクーロン場における仮想的な電子–陽電子対の生成と同様なものである．このようなクォークと反クォークを**海クォーク** (sea quark) と呼ぶ．

反クォーク (antiquark) の運動量分布は $\bar{q}_{\mathrm{f}}(x)$ と書き，**グルーオン**の運動量分布は $g(x)$ と書く．そうすると構造関数 F_2 は，x と z_{f}^2 によって重みをかけた運動量分布の和になる．ここで和はすべての種類のクォークと反クォークについてとる：

$$F_2(x) = x \cdot \sum_{\mathrm{f}} z_{\mathrm{f}}^2 (q_{\mathrm{f}}(x) + \bar{q}_{\mathrm{f}}(x)). \tag{7.16}$$

構造関数は水素，重水素，およびより重い原子核による散乱実験で決定されている．原子核による散乱の場合は，慣例により構造関数は常に核子あたりに換算して示される．重陽子の中の核子のフェルミ運動によるわずかな補正を別とすれば，重陽子の構造関数 F_2^{d} は陽子と中性子を平均した構造関数 F_2^{N} に等しい：

$$F_2^{\mathrm{d}} \approx \frac{F_2^{\mathrm{p}} + F_2^{\mathrm{n}}}{2} = F_2^{\mathrm{N}}. \tag{7.17}$$

したがって中性子の構造関数は，重陽子の構造関数から陽子の構造関数を差し引くことによって得られる．

ビーム粒子としては，電子だけでなくミューオンやニュートリノも用いられる．ミューオンは電子と同様に点状の荷電粒子であり，電子より高エネルギーで生成されるという利点がある．散乱過程は全く同じで，断面積も同じである．**ニュートリノの散乱**はクォークの分布に関し相補的な情報を与える．ニュートリノは弱い相互作用によりクォークの弱い電荷（弱荷）に結合する．ニュートリノ散乱では，クォークの種類の区別やクォークと反クォークの区別をすることができる．詳細は 10.8 節で扱う．

■構造関数の x の依存性　ニュートリノ散乱と反ニュートリノ散乱の結果を組み合わせると海クォークとバレンスクォークの運動量分布を分離して決定することができる．図 7.7 に図式的に示す曲線の形状からわかるように，海クォークは x の小さ

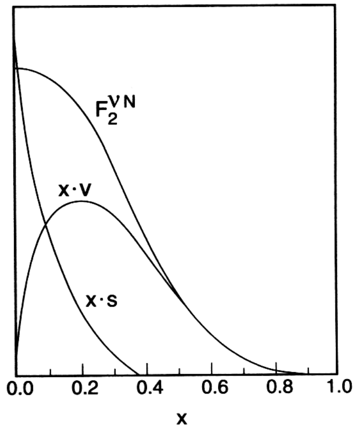


図 **7.7** (反) ニュートリノ散乱によって測られた核子の構造関数 F_2 を図式的に描いたもの. x によって重みをかけたバレンスクォーク (v) と海クォーク (s) の運動量分布も別々に描いてある.

な値においてのみ構造関数に寄与する. その運動量分布は x とともに急に減少し, $x \approx 0.35$ より上では無視できるくらい小さい. バレンスクォークの分布は $x \approx 0.2$ の近傍で最大値を持ち, $x \to 1$ および $x \to 0$ でゼロになる. 分布が拡がりを持っているのは, 核子の中でクォークがフェルミ運動をしているからである.

大きな x では F_2 はたいへん小さい. つまり **1 つの**クォークが核子の運動量の大部分を単独で担う確率はたいへん小さい.

■原子核の効果 原子核物理の典型的なエネルギースケール (例えば結合エネルギー) は数 MeV であり, 運動量 (例えばフェルミ運動量) はおよそ 250 MeV/c である. つまり構造関数を決定するのに用いられる散乱実験の Q^2 の値より数桁も小さい. したがって, 原子核の中で核子がフェルミ運動をしていることによる運動学的な効果を別とすれば, 散乱が自由な核子で起ころうが原子核に束縛された核子で起ころうが構造関数には何の違いもないと予想されるであろう. しかし実際はクォークの運動量分布に, それを取り巻く原子核媒質の影響がはっきりとあることが観測された [Ar94]. 1983 年にこれを発見した実験グループの名にちなんで **EMC 効果** (EMC effect) と呼んでいる.

典型的な例として, 図 7.8 にはヘリウム, 炭素, カルシウムに対する重陽子の構造関数の比が示してある.

アイソスカラーな原子核同士を比べると, 構造関数 F_2 に対する原子核の束縛の影響を, F_2^{p} と F_2^{n} の違いを考慮することなく研究することができるという利点がある.

$0.06 \lesssim x \lesssim 0.3$ では比の値は 1 よりもわずかに大きい. $0.3 \lesssim x \lesssim 0.8$ ではバレンスクォークが主要な役割を果たすが, 比の値は再び 1 より小さくなる. $x \approx 0.65$ に

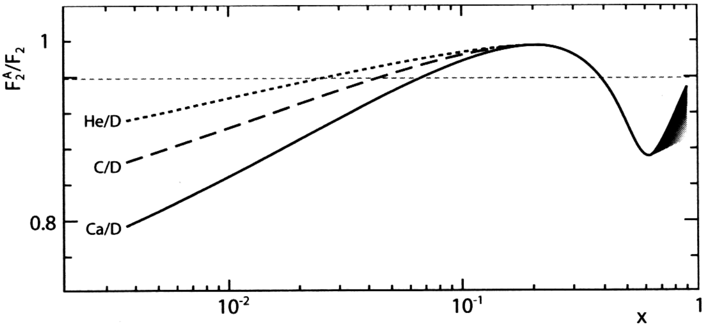


図 7.8 ヘリウム，炭素，カルシウムに対する重陽子の構造関数 F_2 の比の値を x の関数として表したもの [Ar88, Go94b, Am95].

最小値がある．この効果は，核子が原子核に束縛されている場合にはクォークの運動量分布が x の小さい方へシフトしていることを示している [Ar94].

x が 1 に近づくと，比 F_2^A/F_2^d は x とともに急激に増加する．比は急激に変化しているが，実際には構造関数自体が小さいので F_2 の変化の絶対値はたいへん小さい．ただし，これについて言及する価値はある．つまり，原子核では電子が核子のクラスター（複数の核子の集団）に散乱されることがありうるので，散乱後の電子が自由な核子による散乱よりも大きな運動量を得る可能性がある．

$x < 0.1$ で原子核の構造関数が減少するのは**原子核のシャドーイング** (nuclear shadowing) と呼ばれる効果によるものである．この効果は，光子が強い相互作用をするクォークと結合することによるものである．これについて少し説明をしよう．この効果は光子がどのようにして強い相互作用に関与するかをみごとに示す．

仮想光子はクォークと反クォークの対になり（図 7.9），また仮想粒子に戻る．このクォーク–反クォーク対は原子核と強い相互作用をする．この振動に際しては，3 元運動量は保存するが，エネルギーは保存しない．仮想光子の 4 元運動量を $q = (\nu, \boldsymbol{p})$ とすると，式 (6.3) で $Q^2 = -q^2$ を導入したのでエネルギー–運動量の関係式から

$$(\boldsymbol{p}c)^2 = \nu^2 - (qc)^2 = \nu^2 + (Qc)^2. \tag{7.18}$$

仮想のクォーク–反クォーク対のエネルギーは

$$\nu' = \sqrt{(\boldsymbol{p}c)^2 + (2m_q c^2)^2} = \sqrt{\nu^2 + (Qc)^2 + (2m_q c^2)^2}. \tag{7.19}$$

簡単のため，クォーク–反クォーク対は質量が $2m_q$ の 1 つの粒子として扱う．原子核のシャドーイングが現れる x が小さな領域では，エネルギー損失 ν は大きくなければならない．$m_q c^2 \ll \nu$, $Qc \ll \nu$ なので次のような近似が成り立つ：

$$\nu' = \sqrt{\nu^2 + (Qc)^2 + (2m_q c^2)^2} = \nu\Big(1 + \frac{(Qc)^2}{2\nu^2}\Big). \tag{7.20}$$

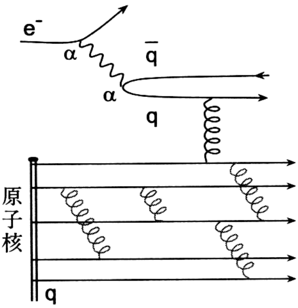


図 7.9　仮想光子は電荷を持つクォークに結合する．結合定数は電磁相互作用の結合定数 α である．クォークは原子核内の核子と強い相互作用をする．

振動におけるエネルギーの非保存を表す量は，

$$\Delta\nu = \nu' - \nu = \frac{(Qc)^2}{2\nu} = \frac{M(Qc)^2}{2M\nu} = Mc^2x \tag{7.21}$$

と表される．そうすると，振動の寿命は

$$\Delta tc = \frac{\hbar c}{\Delta\nu} = \frac{\hbar c}{Mc^2x} \tag{7.22}$$

である．$\hbar/Mc$ は核子のコンプトン長で，その値は $\approx 0.2\,\mathrm{fm}$ である．

このことを考慮に入れれば図 7.8 の解釈は容易である．$x \approx 0.1$ ではクォーク–反クォーク対の振動の長さが原子核内の核子の間隔とほぼ同じになり，それによって原子核のシャドーイングが起こる．原子核が厚くなればなるほどその効果は大きくなる．原子核のシャドーイングの定量的な扱いは文献 [Ko00] に記述されている．

【問　題】

1　コンプトン散乱　貯蔵リング HERA では周回する電子のスピンが時間がたつとリングの磁場の方向に反平行に向く（ソコロフ (Sokolov)–テルノフ (Ternov) 効果 [So64]）．このスピン偏極を測るためにコンプトン散乱のスピン依存性を用いる．以下ではその運動学的な量を考える．

(a) アルゴン・レーザー（波長 514 nm）からの円偏光した光子が電子（26.67 GeV，直線状に飛行している）に正面衝突する．電子の静止系では入射光子のエネルギーはいくらか？

(b) 電子の静止系において光子の 90° および 180° への散乱を考察する．それぞれの場合に，散乱された光子のエネルギーはいくらか？ 実験室系では，この光子のエネルギーおよび散乱角はどれだけか？

(c) カロリメータによってこの光子の位置を分解するとすれば，相互作用をする点から 64 m 離れて置かれたカロリメータの位置分解能はどのくらいよくなければならないか？

2　深非弾性散乱　カラン–グロスの関係式 (7.13) を導け．散乱中心の質量としてはどんな値を代入すべきか？

3 深非弾性散乱　衝突型加速器 HERA では電子と陽子の深非弾性散乱が研究された．30 GeV の電子が 820 GeV の陽子に正面衝突する．

(a) この反応の重心系エネルギーを求めよ．電子ビームが静止した陽子標的にぶつかるのであれば，同じ重心系エネルギーを持つために電子ビームのエネルギーはどのくらいなければならないか？

(b) 深非弾性散乱に関係する運動学的な量は4元運動量移行の自乗 Q^2 とビヨルケン・スケーリング変数 x である．Q^2 は例えば式 (6.2) によって計算される．そこには電子の運動学的な量だけが入っている（ビームエネルギー E_{e}，散乱後の電子のエネルギー E'_{e}，散乱角 θ）．しかしある特定な運動学的な領域では他の量から導いたほうが Q^2 の測定誤差が小さくなる．電子の散乱角 θ と散乱されたクォークの反跳角 γ によって表される Q^2 の式を導け．実験では，γ は終状態のいくつかのハドロンのエネルギーと運動量を測ることによって決定される．どのようにしたらよいか？

(c) HERA で可能な4元運動量移行 Q^2 の最大値はいくらか？ 陽子の静止標的とエネルギーが 300 GeV の電子ビームを用いた実験ではどんな Q^2 の値に到達可能か？ それは陽子の空間分解能としてはどんな値に対応するか？

(d) 7° から 178° の範囲をカバーする ZEUS カロリメータを用いて到達可能な Q^2 と x の範囲を求めよ．散乱された電子を分解するには少なくとも 5 GeV のエネルギーが必要であるとする．

(e) 電子とクォークの相互作用は中性流 (γ, Z^0) および荷電流 ($\mathrm{W}^{\pm}$) によって起こりうる．Q^2 のどんな値において電磁相互作用と弱い相互作用の断面積が同じくらいになるかを計算せよ．

4 スピン偏極　深非弾性レプトン散乱実験を高いビームエネルギーで行うにはミューオンを用いる．そのためにはまず静止標的に陽子ビームをぶつける．そこで荷電パイ中性子が発生し，それが飛行中にミューオンとニュートリノに崩壊する．

(a) 磁石の磁場を用いて 350 GeV のパイ中間子ビームを選んだとき，実験室系でのミューオンのエネルギーはどの領域にあるか？

(b) ミューオンのエネルギーを選択すると単一エネルギーのミューオンビームのスピンが偏極しているのはなぜか？ ミューオンのエネルギーの関数として偏極はどう変わるか？

5 パートンの運動量割合と $\boldsymbol{x}$　深非弾性散乱のパートンモデルにおいて，核子の質量 M とパートンの質量 m を無視しないとすると，運動量 P のうち核子中の散乱されたパートンの運動量の割合 ξ は

$$\xi \approx x\left[1 + \frac{m^2c^2 - M^2c^2x^2}{Q^2}\right]$$

で与えられることを示せ．深非弾性の領域では $\frac{x^2M^2c^2}{Q^2} \ll 1$, $\frac{m^2c^2}{Q^2} \ll 1$ である．（ヒント：小さな $\varepsilon, \varepsilon'$ に対して，$\sqrt{1+\varepsilon(1+\varepsilon')} \approx 1 + \frac{\varepsilon}{2}(1+\varepsilon' - \frac{\varepsilon}{4})$ と近似できる．）

第 8 章

クォーク，グルーオンと強い相互作用

クォーク［語源はスラヴィック言語］　ミルクを発酵させ，上澄みを取り除くことによって得られる生チーズ製品．その主成分は水分をまだ多く含む凝固したたんぱく質である．

『ブロックハウス百科事典』 第 19 版

前の章では核子の構造と構成要素を研究する道具として深非弾性散乱をどのように使うことができるかを学んだ．一方，粒子の質量のスペクトロスコピーによっても核子などの強い相互作用をする粒子（ハドロン）の構造についての相補的な情報が得られる．それによりハドロン内部の力学とハドロン間の力を記述する強い相互作用，および場の量子についての情報が得られる．

クォーク模型 (quark model) はもともと 1960 年代半ばに，それまでに発見されていた様々なハドロンを系統的に整理するために発明されたものである．この章ではクォークの性質を明らかにするために深非弾性散乱とスペクトロスコピーからの情報を用いる．

8.1　核子のクォーク構造

■**クォーク**　深非弾性散乱により核子が電荷を持つ点状の粒子つまり**クォーク**から構成されていることがわかった．核子の性質（電荷，質量，磁気モーメント，アイソスピンなど）は核子の構成要素の性質を組み合わせたものとして説明できなければならない．そのためには少なくとも 2 種類のクォークが必要で，それらを u（**アップ** (up)）と d（**ダウン** (down)）と書く．クォークのスピンは 1/2 であり，簡単なクォーク模型ではクォークのスピンを足し合わせたときに核子の全スピン 1/2 にならなければならないので，核子は少なくても 3 つのクォークから構成されていることになる．陽子は u クォーク 2 つと d クォーク 1 つ，中性子は u クォーク 1 つと d クォーク 2

つから成っている．

		クォーク		核子	
		u	d	p (uud)	n (udd)
電荷	z	+2/3	−1/3	1	0
アイソスピン	I	1/2		1/2	
	I_3	+1/2	−1/2	+1/2	−1/2
スピン	s	1/2	1/2	1/2	1/2

陽子と中性子は $I = 1/2$ のアイソスピン2重項を成す．このことはuクォークとdクォークがアイソスピンの2重項を成していることに起因する．クォークが素電荷 e の 1/3 を単位とした電荷を持っていることは陽子と中性子の電荷から一意的に決まるものではなく，むしろ他の現象によって示唆されたものである．例えばこれまでに発見されたハドロンでは，正電荷の場合，素電荷の2倍（例えば Δ^{++}）が最大であり，負電荷の場合，素電荷の1倍（例えば Δ^-）が最大である．そこで，Δ^{++} は3つのuクォーク（電荷 $3 \cdot (2/3)e = 2e$）から成り，Δ^- は3つのdクォーク（電荷 $3 \cdot (-2/3e) = -1e$）から成っていると考えられる．

■**バレンスクォークと海クォーク**　核子の量子数を決定する3つのクォークを**バレンスクォーク**と呼ぶ．核子の中にはこのほかにも仮想クォーク–反クォーク対が存在する．これらを**海クォーク**と呼ぶ．海クォークの量子数は平均をとると実質的にはゼロになってしまうので，核子の外的な性質には影響を与えない．しかし電荷を持っているので深非弾性散乱でこれらも「見る」ことができる．ただし，それらが担っているのは，核子の運動量の割合 x のうちたいへん小さい部分だけである．

「海クォーク」の中にはuとdクォークだけでなく他の種類のクォーク–反クォーク対もある．これについては第9章で述べる．クォークの種類は**香り** (flavour) と呼ばれ，u, dクォークのほかにもs（**ストレンジ** (strange)），c（**チャーム** (charm)），b（**ボトム** (bottom)）およびt（**トップ** (top)）がある．これらの6つの種類のクォークは質量が小さいものから大きなものへ順に並べると2重項（**ファミリー** (family) ないし**世代** (generation) と呼ばれる）に配列することができる．これについても後に詳しく議論する：

$$\begin{pmatrix} \mathrm{u} \\ \mathrm{d} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{c} \\ \mathrm{s} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{t} \\ \mathrm{b} \end{pmatrix}.$$

上の列のクォークは電荷 $z_\mathrm{f} = +2/3$，下の列のクォークは電荷 $z_\mathrm{f} = -1/3$ を持っている．c, b, tクォークの質量はたいへん大きいので，たいていの実験において，到達可能な Q^2 の範囲では主要な役割を果たさない．そこで，以下ではこれらは無視することにする．

■**クォークの電荷** u, d クォークがそれぞれ電荷 $z_{\mathrm{f}} = +2/3$ と $-1/3$ を持っていることは，**ニュートリノ**の深非弾性散乱によって測られた核子の構造関数と電子ないしミューオンの散乱によって測られた核子の構造関数を比較すると確認することができる．電子ないしミューオンの深非弾性散乱によって得られる陽子と中性子の構造関数は式 (7.16) により次のように与えられる：

$$
\begin{aligned}
F_2^{\mathrm{e,p}}(x) &= x \cdot \left[\frac{1}{9}\left(d_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}} + d_{\mathrm{s}} + \bar{d}_{\mathrm{s}}\right) + \frac{4}{9}\left(u_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}} + u_{\mathrm{s}} + \bar{u}_{\mathrm{s}}\right) + \frac{1}{9}\left(s_{\mathrm{s}} + \bar{s}_{\mathrm{s}}\right)\right], \\
F_2^{\mathrm{e,n}}(x) &= x \cdot \left[\frac{1}{9}\left(d_{\mathrm{v}}^{\mathrm{n}} + d_{\mathrm{s}} + \bar{d}_{\mathrm{s}}\right) + \frac{4}{9}\left(u_{\mathrm{v}}^{\mathrm{n}} + u_{\mathrm{s}} + \bar{u}_{\mathrm{s}}\right) + \frac{1}{9}\left(s_{\mathrm{s}} + \bar{s}_{\mathrm{s}}\right)\right].
\end{aligned}
\tag{8.1}
$$

ここで $u_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p,n}}(x)$ は陽子ないし中性子の中の u バレンスクォークの分布を表し，$u_{\mathrm{s}}(x)$ は u の海クォークの分布を表す，等々である．陽子と中性子における海クォークの分布は同じであるという前提に立つので，海クォークについては上つきの添字 p や n をはずすことができる．陽子と中性子は u と d クォーク（およびその分布）を交換すると形式上それぞれ中性子と陽子に変換される（**アイソスピン対称性**）ので，

$$
\begin{aligned}
u_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}(x) &= d_{\mathrm{v}}^{\mathrm{n}}(x), \\
d_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}(x) &= u_{\mathrm{v}}^{\mathrm{n}}(x), \\
u_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}(x) = d_{\mathrm{s}}^{\mathrm{p}}(x) &= d_{\mathrm{s}}^{\mathrm{n}}(x) = u_{\mathrm{s}}^{\mathrm{n}}(x).
\end{aligned}
\tag{8.2}
$$

「平均をとった」核子の構造関数は

$$
\begin{aligned}
F_2^{\mathrm{e,N}}(x) &= \frac{F_2^{\mathrm{e,p}}(x) + F_2^{\mathrm{e,n}}(x)}{2} \\
&= \frac{5}{18} x \cdot \sum_{\mathrm{f=d,u}} \left(q_{\mathrm{f}}(x) + \bar{q}_{\mathrm{f}}(x)\right) + \frac{1}{9} x \cdot \left[s_{\mathrm{s}}(x) + \bar{s}_{\mathrm{s}}(x)\right].
\end{aligned}
\tag{8.3}
$$

s クォークは海クォークとしてのみ現れるので，この式の第 2 項は小さい．したがって近似的に因子 5/18 が得られるが，これは u および d クォークの（e^2 を単位とした）電荷の自乗の平均値である．

一方，**弱荷** (weak charge) はすべてのクォークに共通であるため，ニュートリノの深非弾性散乱には因子 $z_{\mathrm{f}}{}^2$ が入ってこない．電荷の保存とヘリシティにより，ニュートリノと反ニュートリノはそれぞれの香りのクォークや反クォークに異なった形で結合する．しかし式 (7.17) のように陽子と中性子の平均をとるとこの効果は消える．平均をとった核子の構造関数は，

$$
F_2^{\nu,\mathrm{N}}(x) = x \cdot \sum_{\mathrm{f}} \left(q_{\mathrm{f}}(x) + \bar{q}_{\mathrm{f}}(x)\right). \tag{8.4}
$$

実際，実験結果は $F_2^{\mathrm{e,N}}$ と $F_2^{\nu,\mathrm{N}}$ は因子 5/18 を別とすれば等しいということを示している（図 8.1）．このことから，u クォークが電荷 +2/3，d クォークが電荷 −1/3 を持っていると考えるのは正しいことがわかる．

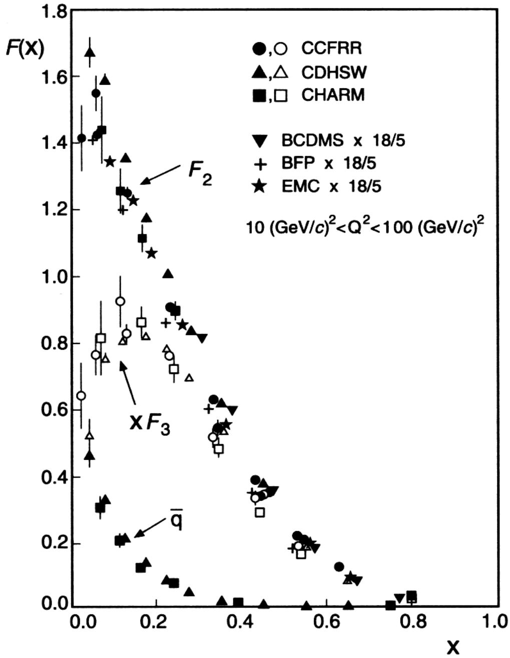


図8.1　荷電レプトンないしニュートリノの深非弾性散乱により得られた構造関数の比較 [PD94]（10.8 節も参照）．構造関数 F_2 のほかに反クォークの分布 $\bar{q}(x)$，すなわち海クォークの分布とバレンスクォークの分布 $xF_3(x)$ が示されている（図 7.7 参照）．ニュートリノ散乱からの構造関数は 18/5 倍してプロットしてある．

■クォークの運動量分布　ニュートリノの散乱と荷電レプトンの散乱の結果を比べることにより海クォークとバレンスクォークの運動量分布に関する情報が得られる（10.8 節参照）．バレンスクォークの分布は $x \approx 0.17$ のあたりに最大値があり，平均値は $\langle x_v \rangle \approx 0.12$ である．海クォークは小さな x にのみ分布し，平均値は $\langle x_s \rangle \approx 0.04$ である．

構造関数 $F_2^{\nu,\mathrm{N}}$ の x についての積分を考えると重要な情報が更に得られる．クォークの運動量を分布関数の重みを掛けて積分することになるので，その積分値は核子の運動量のうちクォークが担っている運動量の割合を与える．実験結果は

$$\int_0^1 F_2^{\nu,\mathrm{N}}(x)\,dx \approx \frac{18}{5}\int_0^1 F_2^{\mathrm{e,N}}(x)\,dx \approx 0.5. \tag{8.5}$$

これは核子の運動量の約半分をクォークが担っている，ということを示している．運動量の残りの半分 (≈ 0.5) は，電磁相互作用も弱い相互作用もしない粒子によって担われている．これは**グルーオン**の寄与であると考えられる．

図 8.2 には比 $F_2^{\mathrm{n}}/F_2^{\mathrm{p}}$ が示されている．この比は $x \to 0$ のとき 1 に近づく．そこでは海クォークが主な役割を果たしており，バレンスクォークの分布のわずかな違い

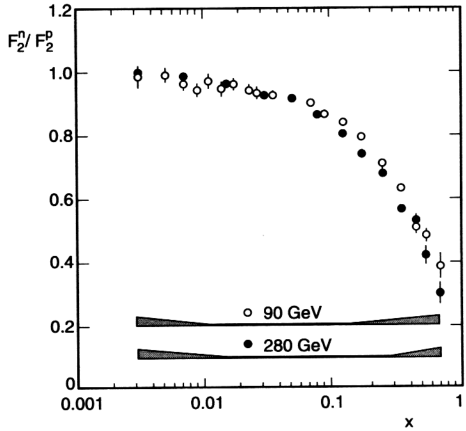


図 8.2 構造関数の比 $F_2^{\rm n}/F_2^{\rm p}$ [Am92b]. データは 2 つのビームエネルギー（90 GeV と 280 GeV）のミューオンの散乱について得られたもので，Q^2 について平均をとってある．各データ点の誤差棒は統計誤差を示す．下側の帯は系統的誤差を示す．

は比の値にほとんど影響を及ぼさない．逆に $x \to 1$ の場合は海クォークはもはや役割を果たさない．そこで $F_2^{\rm n}/F_2^{\rm p}$ は核子のバレンスクォークの電荷の自乗の平均の比 $(2z_{\rm d}{}^2 + z_{\rm u}{}^2)/(2z_{\rm u}{}^2 + z_{\rm d}{}^2)$ に対応する値 2/3 まで減少することが期待される．しかし実験値は 1/4，つまり $z_d{}^2/z_u{}^2$ であり，運動量の大部分は，陽子では u クォークが，中性子では d クォークが担っていることを示している．

■**構成子クォーク**　式 (8.5) で見たように，核子の運動量のほぼ半分だけがバレンスクォークと海クォークによって担われている．しかし核子のスペクトロスコピーから得られる性質を考察する場合には，海クォークとグルーオンを表立って取り扱う必要はない．これらをバレンスクォークに組み込んで，あたかも 3 つのバレンスクォークのみが存在して質量が大きくなっており，量子数は以前と変わらない，というようにすることができる．第 13–15 章でそのことにもう一度触れる．この「実効的なバレンスクォーク」は**構成子クォーク** (constituent quark) と呼ばれている．

深非弾性散乱の解釈において裸の u クォークと d クォークの静止質量を無視した．実際，静止質量は $m_{\rm u}$ =1.5–5 MeV/c^2, $m_{\rm d}$ =3–9 MeV/c^2 [PD98] で，たいへん小さな値である．これらは**カレントクォーク** (current quark) の質量と呼ばれるのが普通である．しかしこの質量はハドロンのスペクトロスコピー（例えば磁気モーメントや励起状態の計算）から得られる質量ではない．ハドロンのスペクトロスコピーから得られる質量は構成子クォーク質量であり，はるかに大きい（約 300 MeV/c^2）．これは主としてグルーオンと海クォークの雲によって与えられているものである．すべての香りについての構成子クォークの質量は表 9.1 にまとめられている．

d クォークは u クォークよりも重い．このことは次のような考察により容易に理

解することができる．陽子 (uud) と中性子 (udd) の間には前述のようにアイソスピン対称性がある．つまり u クォークと d クォークを交換すると陽子は中性子になり，中性子は陽子となる．強い相互作用はクォークの香りには依存しないので，陽子と中性子の質量の違いはクォークそのものの質量の違いかあるいはクォーク間の電磁相互作用によるものである．陽子の中の u クォークと d クォークの空間分布が中性子の中の d クォークと u クォークの空間分布にそれぞれ等しいと仮定すれば，クーロンエネルギーは中性子より陽子において大きいということが容易にわかる．それにもかかわらず中性子は陽子より質量が大きいのであるから，d クォークの質量は u クォークの質量より大きくなければならない．

8.2　ハドロンの中のクォーク

核子のほかに多くの不安定な**ハドロン**が存在し，それらを研究することによって強い相互作用の多様な性質がわかる．ハドロンは 2 つのグループに分類することができる．その 1 つは**バリオン** (baryon) で半整数のスピンを持っており，フェルミ粒子である．もう 1 つは**中間子** (meson) で整数のスピンを持っており，ボース粒子である．

ハドロンのスペクトルは，まず写真乾板を用いて宇宙線を研究することにより始まり，後には粒子加速器を用いた実験で研究されるようになった．その際に，他の短寿命の粒子とともに核子の共鳴も発見された．核子の**共鳴**は核子の励起状態と解釈することができる．励起状態が存在することから核子がより小さな複数の要素から構成されているということがわかった．同様のことは今日知られているすべてのハドロンにあてはまる．

■バリオン　陽子と中性子は最も小さな質量を持ったバリオンである．陽子と中性子は，エネルギー状態ないし質量状態が明確に定義された数多くの励起スペクトルの「基底状態」である．このことは第 15 章で議論する．バリオンのスペクトルは原子や分子のスペクトルに類似しているが，1 つ重要な点で異なっている．状態の間のエネルギー差（つまり質量差）が核子の質量そのものと同じくらいであり，相対的に見ても原子物理や分子物理の場合より大きい．それ故に，これらの状態を励起状態というよりは固有の寿命を持った独立した粒子と見なすのである．

陽子や中性子以外の**バリオン**も 3 つのクォークから構成されている．クォークはスピン 1/2 の粒子であるからバリオンのスピンは半整数である．

粒子反応でバリオンが生成されたときには，同時に同じ数の反バリオンが生成される．この現象を記述するために**バリオン数** (baryon number) B という新しい量子数を導入する．この量子数は加法的である．すべてのバリオンは $B = 1$ を持っており，すべての反バリオンは $B = -1$ を持っている．それに対応してクォークにはバリオ

ン数 1/3，反クォークにはバリオン数 $-1/3$ が与えられている．その他のすべての粒子は $B=0$ である．バリオン数は，今日までに知られている限りではすべての粒子反応と粒子崩壊において保存する．このことは結局，クォーク数から反クォーク数を引いた数は保存する，ということを意味する．例えば次のような**陽子の崩壊**がもしあればバリオン数が破れることになる．

$$\mathrm{p} \longrightarrow \pi^0 + \mathrm{e}^+$$

もしバリオン数が実際に破れれば，この崩壊モードはエネルギー的に最も有利であるから最も頻繁に起こるはずである．しかし，そのような崩壊は今日まで発見されていない．実験により決められた部分寿命（この崩壊モードのみが可能であるとした場合の寿命）の下限は $\tau(\mathrm{p} \to \pi^0 + \mathrm{e}^+) > 5.5 \times 10^{32}$ 年である [Be90a].

■**中間子**　最も軽いハドロンは**パイ中間子**である．質量は約 140 MeV/c^2 で核子よりずっと軽い．パイ中間子には 3 つの電荷の状態 π^-, π^0, π^+ がある．パイ中間子のスピンは 0 である．したがってパイ中間子は 2 つのクォークから構成されていると考えるのが自然である．より正確に言えばクォークと反クォークの対から構成されている．そのようにしてのみこれまでに知られているクォークを使って 3 つの電荷の状態をつくることができる．パイ中間子は最も軽いクォークの系であるから，更に軽いレプトンかあるいは光子にのみ崩壊することができる．パイ中間子のクォークの構成は，

$$|\pi^+\rangle = |\mathrm{u}\bar{\mathrm{d}}\rangle, \quad |\pi^-\rangle = |\bar{\mathrm{u}}\mathrm{d}\rangle, \quad |\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{|\mathrm{u}\bar{\mathrm{u}}\rangle - |\mathrm{d}\bar{\mathrm{d}}\rangle\right\}.$$

$|\pi^0\rangle$ は $|\mathrm{u}\bar{\mathrm{u}}\rangle$ と $|\mathrm{d}\bar{\mathrm{d}}\rangle$ の混合状態である．ここで正しい規格化と対称化を選んである．パイ中間子の質量が，先に導入した構成子クォーク質量よりずっと小さいという事実は，クォーク間の相互作用がハドロンの質量に大いに影響していることを示している．

クォークと反クォークの対から成るハドロンを**中間子**と呼ぶ．中間子のスピンは整数である．中間子のスピンは，クォークと反クォークのそれぞれ大きさが 1/2 のスピンのベクトル和と，整数の軌道角運動量から成っている．中間子は電子，ミューオン，ニュートリノないし光子に崩壊しうる．つまり，バリオン数の場合と違って「中間子数の保存」というものは存在しない．クォーク模型においてはこれはもっともなことである．というのは，中間子はクォーク–反クォーク対 $|\mathrm{q}\bar{\mathrm{q}}\rangle$ であってクォーク数から反クォーク数を引くとゼロだからである．いくらでも多くの中間子が生成されうるし，消滅しうる．どの中間子を粒子と呼ぶか反粒子と呼ぶかは単に便宜上の問題にすぎない．

8.3 クォークとグルーオンの相互作用

■色　クォークは色 (color) というもう1つの重要な性質を持っている．これについては我々はこれまで考慮に入れてこなかった．ハドロンの中のクォークについてパウリの原理が守られるためには色が必要なのである．u クォーク3つから構成されている Δ^{++} 共鳴を考察してみると，この粒子のスピンは $J = 3/2$ で，パリティは正である．Δ^{++} は $J^P = 3/2^+$ の最も軽いバリオンであるから，軌道角運動量は $\ell = 0$ であると推定されるので，空間波動関数は対称である．合成角運動量 3/2 となるためには，3つの u クォークのスピンは平行でなければならない：

$$|\Delta^{++}\rangle = |\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{u}^{\uparrow}\rangle.$$

したがってスピン波動関数も対称である．同じ香りのクォークしかないので2つのクォークの交換に関してこの系の波動関数は対称である．そうすると全体の波動関数は対称であり，パウリの原理と矛盾する．

新しい性質「色」を導入することによってパウリの原理が成り立つようにすることができる．色はクォークが持つ一種の電荷と考えることができる．**赤** (red)，**青** (blue)，**緑** (green) という記号を与えることにする．それに対応して反クォークは反色を持っている．**反赤** (anti-red)，**反青** (anti-blue)，**反緑** (anti-green) である．こうすれば3つの u クォークを互いに識別することができる．**色の波動関数**を，粒子の交換に関して反対称なようにつくることができる．そうすると全体の波動関数が**反対称**になる．量子数「色」はもっぱら理論的な理由で導入されたが，この仮説が正しいことを示すはっきりとした実験的な証拠がある．それについては 9.3 節で話すことにしよう．

■グルーオン　クォークをハドロンの形に束縛する相互作用を**強い相互作用** (strong interaction) と呼ぶ．我々の今日の理解では，そのような基本的な相互作用は常に粒子の交換によるものである．クォーク間の強い相互作用の際に交換される粒子は**グルーオン**である．グルーオンは色電荷 (color charge) に結合する．これは電磁相互作用と似ている．電磁相互作用では荷電粒子間に交換されるのは光子である．

8.1 節に示した実験による発見を契機として**量子色力学** (QCD: quantum chromodynamics) と呼ばれる場の理論が発展した．QCD は名前からわかるように量子電磁気学 (QED) にならってつくられた．両方とも相互作用は $J^P = 1^-$ で質量がゼロの場の粒子（ベクトルボソン）の交換によって媒介される．

グルーオンは色と反色を同時に帯びている．群論の規則によれば 3×3 の色の組み合わせは2種類の多重項，**1重項** (singlet) と **8重項** (octet) をつくる．8重項の状態は色のあらゆる状態をつくり上げることができるような基底状態の系を構成する．

これがグルーオンの 8 重項に対応する．色と反色からこの 8 つの状態をどのようにつくるのかは単に便宜上の問題である．例えば次のように選ぶことができる：

$$\mathrm{r\bar{g}},\quad \mathrm{r\bar{b}},\quad \mathrm{g\bar{b}},\quad \mathrm{g\bar{r}},\quad \mathrm{b\bar{r}},\quad \mathrm{b\bar{g}},\quad \sqrt{\frac{1}{2}}\,(\mathrm{r\bar{r}}-\mathrm{g\bar{g}}),\quad \sqrt{\frac{1}{6}}\,(\mathrm{r\bar{r}}+\mathrm{g\bar{g}}-2\mathrm{b\bar{b}}).$$

一方，1 重項

$$\sqrt{\frac{1}{3}}\,(\mathrm{r\bar{r}}+\mathrm{g\bar{g}}+\mathrm{b\bar{b}})$$

は 3 つの色と 3 つの反色から対称につくられており，色の名前を定義し直しても（色の空間での回転）不変である．したがって特定の色に作用することがないので色電荷の間で交換されることはできない．

8 種類のグルーオンは交換されることによって色電荷を帯びた粒子間の相互作用を媒介する．クォーク間だけでなくグルーオン間の相互作用もある．これは電磁相互作用と明らかに違う点である．電磁相互作用の場の量子である光子は電荷を帯びておらず，光子と光子は結合しない．

QED の基本的な過程（光子の放出と吸収，電子–陽電子対生成と対消滅）と同様に，QCD にもグルーオンの放出と吸収（図 8.3 (a)）とクォーク・反クォーク対生成と対消滅がある（図 8.3 (b)）．更に 3 つないし 4 つのグルーオン同士の結合も存在する（図 8.3 (c), (d)）．

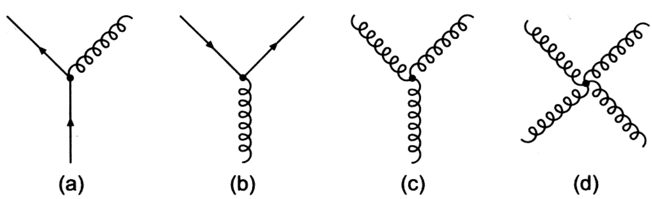


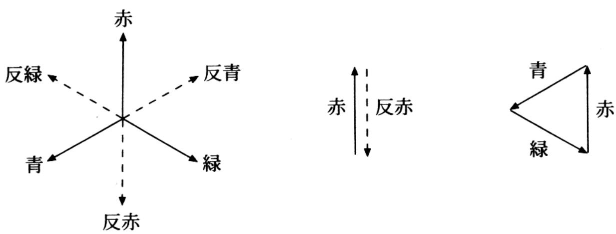
図 8.3 強い相互作用による基本的な相互作用のダイアグラム．(a) クォークによるグルーオンの放出，(b) グルーオンのクォーク–反クォーク対への解離，(c), (d) グルーオンの「自己結合」．

■無色の物体としてのハドロン 色を導入することによってクォークに自由度が 1 つ新たにつけ加わった．そこで，それぞれのハドロンについて，形成する構成子クォークの色の違いのために合成系の色のみが違っておりそれ以外の性質は全く同じであるような多くの粒子が存在すると期待できる．しかし実験結果によると，π^-, p, Δ^0 などについてそれぞれ 1 種類の粒子しか存在しない．そこで色のない粒子，つまり合成された最終的な色が**無色** (colorless) の粒子のみが自由粒子として存在しうる，という条件を新たに導入する．

クォークがこれまで自由粒子として観測されなかった理由もこの条件で説明するこ

とができる．1つのクォークをハドロンからたたき出すと，色電荷を持つ2つの自由粒子，つまりそのクォークとハドロンの残りの部分が生じてしまうからである．自由なクォークが存在しないことを**閉じ込め** (confinement) と呼ぶ．クォークに作用するポテンシャルは距離が大きくなるにつれ無限に大きな値になる．これはクーロンポテンシャルと違う点である．グルーオン同士が相互作用をするためにこのような現象が起こるのだと考えられる．

色とその反色を組み合わせることにより，無色（「白い」）状態ができる．3つの異なる色を足すことによっても同様に無色の状態ができる．それを図式的に示すと，3つの色をある1つの平面上の互いに120° ずつ向きの異なる3つのベクトルとして表すことができる．



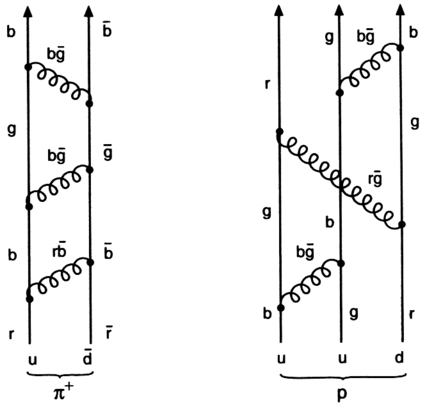
中間子については例えば π^+ の場合，色の3種類の組み合わせが可能である：

$$|\pi^+\rangle = \begin{cases} |\mathrm{u_r \bar{d}_{\bar{r}}}\rangle \\ |\mathrm{u_b \bar{d}_{\bar{b}}}\rangle \\ |\mathrm{u_g \bar{d}_{\bar{g}}}\rangle \end{cases} .$$

ここで添字は色ないし反色を示している．実際のパイ中間子はこれらの状態の混合したものである．自分自身が色と反色を持っているグルーオンを交換するので，パイ中間子の中のクォークの色の組み合わせは断え間なく変わるが，合成された色が「白」であることは常に変わらない．

バリオンにおいては，同様に3つの色が「白」に合成される．無色なバリオンを得るには，3つのクォークが異なる色を持たなければならない．例えば陽子はそのような状態の混合したものである：

$$|\mathrm{p}\rangle = \begin{cases} |\mathrm{u_b u_r d_g}\rangle \\ |\mathrm{u_r u_g d_b}\rangle \\ \quad\vdots \end{cases} .$$



この議論によって $|qq\rangle$ や $|qq\bar{q}\rangle$ のような構成のハドロンがなぜ存在しないかも明らかになる．どのような色の組み合わせを選ぼうとも，このような状態は無色ではありえないからである．

■**強い相互作用の結合定数** $\boldsymbol{\alpha_s}$　場の量子論では，2 つの粒子間の相互作用を記述する結合「定数」は Q^2 に依存する有効定数である．電磁相互作用ではこの Q^2 依存性はたいへん小さいが，強い相互作用ではたいへん大きい．場の量子であるグルーオン自身が色を帯びており，グルーオンが他のグルーオンに結合しうることがその原因である．

図 8.4 は電磁相互作用の結合定数と強い相互作用の結合定数の Q^2 依存性が異なることを示している．光子は電子–陽電子対に一時的になるのでそれにより電荷は遮蔽される．同様にグルーオンはクォーク–反クォーク対に一時的になるので強い相互作用の電荷（色電荷）は遮蔽される．Q^2 の値が大きいほど相互作用をしている粒子間の距離が小さく，相互作用をしている粒子の有効電荷は大きい．つまり結合定数が増加する．一方，グルーオンにはこのほかに次のような効果がある．グルーオンはグルーオンに結合するので，グルーオンには図に示すようなグラフが存在する．その結果，反遮蔽が起こる．相互作用する粒子が近いほどグルーオンが見る色電荷は小さい．つまり Q^2 が増加すると，結合定数は減少する．グルーオンの場合には反遮蔽の方が遮蔽の効果よりもずっと強い．

QCD の摂動計算によると第 1 項は

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33-2n_f)\cdot\ln(Q^2/\Lambda^2)}. \tag{8.6}$$

ここで n_f は関与するクォークの種類の数である．質量の大きなクォークの仮想的なクォーク–反クォーク対は寿命がたいへん短く，また短距離でのみ起こる．したがって Q^2 がたいへん大きな場合にのみ分解されうる．このような理由により n_f は Q^2 の値によって変わり，3 から 6 の間の値をとる．パラメータ Λ は QCD の唯一の自

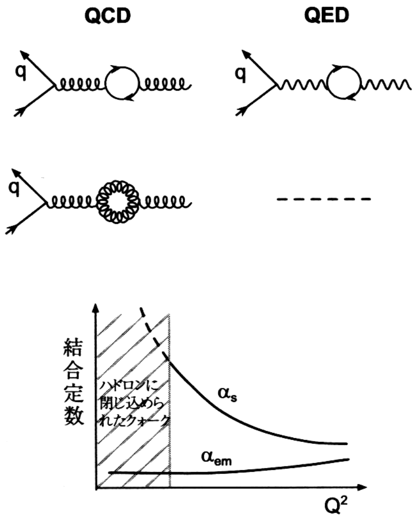


図 8.4　強い相互作用の結合定数 α_s と電磁相互作用の結合定数 α_{em} の Q^2 依存性．光子が電子–陽電子対に一時的になるために電荷が遮蔽される．同様に，グルーオンがクォーク–反クォーク対に一時的になるために強い電荷（色電荷）が遮蔽される．グルーオン同士が結合すると反遮蔽が起こる．

由なパラメータである．QCD による予測値と実験データを比べることによって決められるべきものであり，その値は $\Lambda \approx 250\,\mathrm{MeV}/c$ である．QCD による摂動計算を行いうるためには $\alpha_s \ll 1$ でなければならない．$Q^2 \gg \Lambda^2 \approx 0.06\,(\mathrm{GeV}/c)^2$ のときこの条件が満たされる．

式 (7.15) によれば，結合定数の Q^2 依存性は距離に対する依存性に対応する．Q^2 の値が大きくなり非常に短距離になると，クォーク間の結合はだんだん小さくなり漸近的にゼロになる．クォークは $Q^2 \to \infty$ の極限では「自由」であると見なすことができる．これを**漸近的自由** (asymptotic freedom) と呼ぶ．反対に距離が大きくなるとクォーク間の結合の大きさつまり束縛はたいへん大きくなるので，個々のクォークはハドロンから離れることはできない（閉じ込め）．

8.4　構造関数のスケーリングの破れ

7.2 節で構造関数 F_2 はスケーリング変数 x にのみ依存することを示し，そのことから核子は電荷を持った点状の構成要素から成っていると結論した．しかし精密な測定をしてみると，これは近似的にのみ正しく，実際には F_2 はわずかに Q^2 に依存していることがわかる．図 8.5 には実験から得られた重陽子の構造関数 F_2 を，x のそれぞれの値において Q^2 の関数として示してある．x と Q^2 の運動学的領域の広い範囲にわたって実験データが得られている．構造関数は x が小さい値のときには

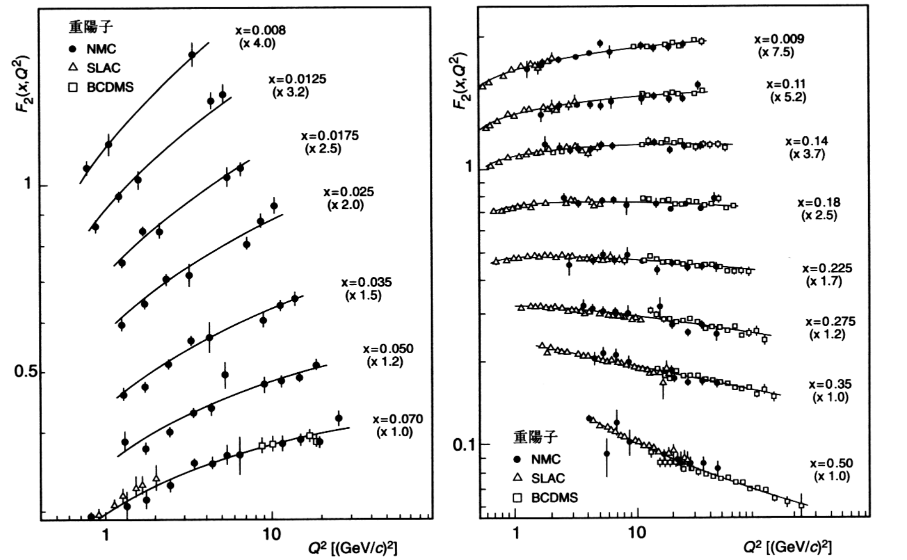


図 8.5 重陽子の構造関数 F_2 を，それぞれの x の値において Q^2 の関数として表してある．横軸も縦軸も対数目盛である．データは CERN のミューオン散乱（NMC と BCDMS 実験）[Am92a, Be90b] と SLAC の電子散乱 [Wh92] によるものである．図を見やすくするためにそれぞれの x の値のデータを定数倍してある．曲線は理論的に予言されているスケーリングの破れを考慮に入れた QCD の fit である．fit の際には，グルーオン分布と強い相互作用の結合定数は自由パラメータである．

Q^2 とともに増加し，x が大きな値のときには Q^2 とともに減少する．この振舞いは**スケーリングの破れ** (scaling violation) と呼ばれている．図 8.6 にはそれを図式的に示してある．この図では F_2 の振舞いを見やすくするために，実験値のプロットは省略してある．Q^2 が大きくなると運動量の大きな割合を担うクォークは少なくなり運動量の小さなクォークが増える，ということを意味している．

スケーリングの破れはクォークが空間的な拡がりを持っているということを意味するものではない．核子の構成要素が絶えず相互作用をしている（図 8.3）という QCD の枠内の基本的な過程にその原因がある．クォークはグルーオンを放射したり吸収したりしうる．グルーオンは $q\bar{q}$ 対に変化したりグルーオンを放射することができる．したがって核子の構成要素間の運動量配分は時々刻々変わる．

その影響が Q^2 の様々な値における構造関数の測定にどう現れるかを示そうとしたものが図 8.7 である．仮想光子は $\hbar/\sqrt{Q^2}$ の大きさを分解することができる．Q^2 が小さな値であるとき ($Q^2 = Q_0^2$)，クォークとクォークから放射されたグルーオンとは分離できず，一体としてクォークの分布関数 $q(x, Q_0^2)$ が測定される．Q^2 が大きくなると分解能がよくなるのでグルーオン放射過程とクォーク–反クォーク対生成過程が重要となり，核子の運動量を分配して担うパートンの数が増える．したがって

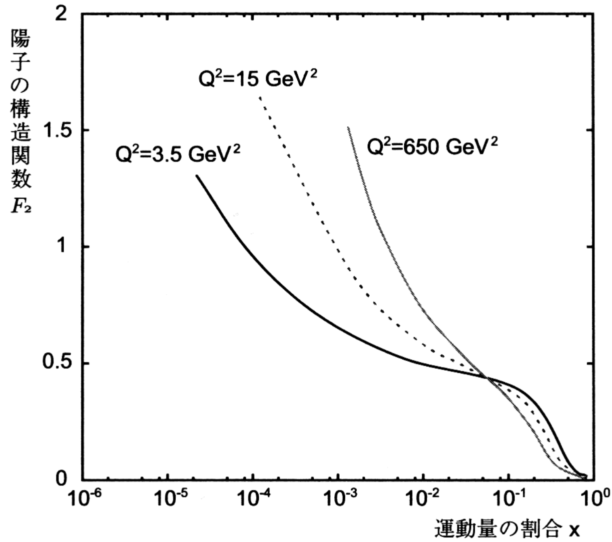


図 8.6　陽子の構造関数 F_2^{d} を 3 つの Q^2 の値において x の関数として示したもの．Q^2 の広い範囲をカバーするために，3 世代の実験のすべてのデータを含めて解析してある．曲線は理論的に予測されているスケーリングの破れを考慮に入れた QCD の fit である．fit の際には，グルーオン分布と強い相互作用の結合定数は自由パラメータである．曲線は，分解能が増加すると海クォークの数が増加する様子や x が増加するとクォークの数が減少する様子をはっきりと示している．x が大きいときにクォークが減少することを見やすくするために，実験値のプロットは省略してある．

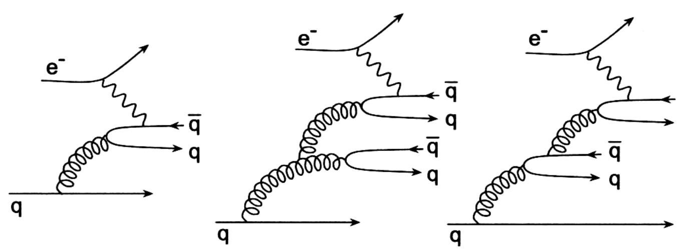


図 8.7　左図：クォークはグルーオンを放射し，そのグルーオンからクォーク–反クォーク対ができる．中央の図：グルーオンが更にグルーオンを放出し，それからクォーク–反クォーク対ができる．右図：クォークが更にグルーオンを放出し，それからクォーク–反クォーク対ができる．Q^2 が小さな値であるとき，$Q^2 = Q_0^2$ ではクォークとグルーオンは一体のものとして観測される．Q^2 が大きくなると $(Q^2 > Q_0^2)$，分解能がよくなり，グルーオンから分離したクォークのみの運動量の割合が観測される．したがって，ビヨルケン・スケーリング変数 x は小さくなる．

運動量が再分配される．そうすると測定されるクォーク分布 $q(x,Q^2)$ は運動量の割合 x が小さなところでは $q(x,Q_0^2)$ よりも大きくなり，逆に x が大きいところでは $q(x,Q_0^2)$ よりも小さくなる．このようにして構造関数は x の小さな値のところでは Q^2 とともに増加し，x が大きな値のところでは Q^2 とともに減少する理由が説明できる．グルーオン分布 $g(x,Q^2)$ にも，クォークないしグルーオンによるグルーオン放射によって Q^2 依存性が生じる．

ある x の値におけるクォーク分布やグルーオン分布の Q^2 依存性は強い相互作用の結合定数 $\alpha_s(Q^2)$ に比例し，その x より大きな x のすべての値におけるクォーク分布とグルーオン分布がどのような大きさを持っているかにも依存する．その x が更に小さな x に分割されるからである．

クォーク分布とグルーオン分布が互いに依存することは，連立微積分方程式によって記述される [Gr72, Li75, Al77]．$\alpha_s(Q^2)$ と，ある Q_0^2 における $q(x,Q_0^2)$ および $g(x,Q_0^2)$ の x 依存性の形がわかっていれば，QCD によって Q^2 のどの値においても $q(x,Q^2)$ と $g(x,Q^2)$ を予言できる．逆に，実験によって決定された構造関数 $F_2(x,Q^2)$ のスケーリングの破れから結合定数 $\alpha_s(Q^2)$ とグルーオン分布 $g(x,Q^2)$ を決定することができる．グルーオン分布を直接測ることはレプトン深非弾性散乱ではできない．

図 8.5 の中の曲線はスケーリングの破れの QCD 計算を，測定された構造関数に fit したものである [Ar93]．それにより決定された値 $\Lambda \approx 250\,\mathrm{MeV}/c$ は結合定数

$$\alpha_s(Q^2 = 100\,(\mathrm{GeV}/c)^2) \approx 0.16 \tag{8.7}$$

に対応する．

ところで，理論的には構造関数の Q^2 に対する**変化量**だけしか計算することができないことを指摘しておかねばならない．したがって，少なくとも 1 つの Q^2 $(Q^2 = Q_0^2)$ において $F_2(x,Q^2)$ の x 依存性を実験により決定する必要がある．

■まとめ 構造関数のスケーリングの破れはたいへん興味ある現象である．点状であると思われた粒子が詳しく観察してみると複合物であるとわかるのは，これまでもしばしば起こったことである（例えば低エネルギーの α 粒子および高エネルギーの電子による原子核のラザフォード散乱）．しかし深非弾性散乱では新しい現象が観測される．分解能を上げていくとクォークやグルーオンが，クォークとグルーオンから成る複合物だとわかり，更に分解能を上げるとそのクォークやグルーオンもクォークとグルーオンから成る複合物だとわかるのである（図 8.7）．分解能を上げていったときこれらの粒子の量子数（スピン，香り，色，$\cdots$）は変化しない．質量と空間的拡がりと有効結合定数 α_s が変化するだけである．したがってある意味で，強い相互作用をする粒子には内部構造の**自己同一性**があると考えることができる．

【問　題】

1 **パートン**　エネルギー 600 GeV のミューオンと静止している陽子の深非弾性散乱を考察する．データの解析は $Q^2 = 4\,\mathrm{GeV}^2/c^2$ で行われるものとする．

(a) この条件下で到達可能な x の最小値はいくらか？ 衝突後のミューオンのエネルギー E' の最小値は $E' = 0$ と仮定してよい．

(b) $x > 0.3$, $x > 0.03$ および x の測定可能な全領域において，どのくらいの数のパートンが分離されるか？ ただしパートン分布は次のようにパラメータ化する：

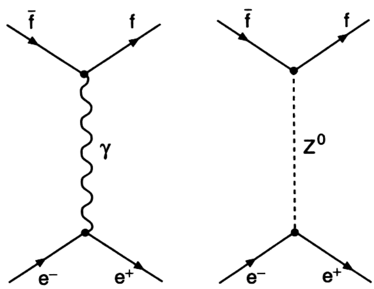
$$q_{\mathrm{v}}(x) = A(1-x)^3/\sqrt{x} \qquad (\text{バレンスクォーク}),$$
$$q_{\mathrm{x}}(x) = 0.4(1-x)^8/x \qquad (\text{海クォーク}),$$
$$g(x) = 4(1-x)^6/x \qquad (\text{グルーオン}).$$

バレンスクォークが 3 個あることを考慮するために規格化定数 A を用いている．

第9章

e^+e^- 衝突による粒子生成

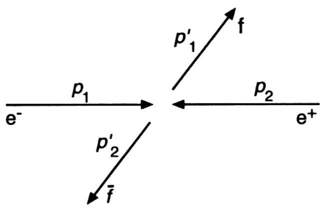
これまでは軽いクォーク u, d と，これらから構成されているハドロンとについてのみ議論してきた．重いクォークをつくるための最も容易な方法は e^+e^- 衝突によるハドロン生成である．自由な電子と陽電子は比較的容易につくることができ，それらを円環状の加速器で加速して貯蔵し，衝突に用いることができる．電子と陽電子が衝突して対消滅する場合には，ビームエネルギーが十分でありさえすれば，電磁相互作用ないし弱い相互作用をするすべての粒子が生成されうる．



電磁相互作用では，電子と陽電子は消滅して1つの**仮想光子**になり，その仮想光子は電荷を持つ素粒子の対にただちに崩壊する．弱い相互作用では，交換される粒子は重い**ベクトルボソン $\mathbf{Z^0}$**（上の図および第11章参照）である．記号 f は基本的なフェルミ粒子（クォークないしレプトン）を表し，$\bar{f}$ はその反粒子を表す．$f\bar{f}$ の系は光子ないし Z^0 の量子数を持っていなくてはならない．これらの反応によって，レプトン–反レプトン対であれクォーク–反クォーク対であれ，電荷を持つ基本的な粒子–反粒子対はすべて生成されうる．ニュートリノは電気的に中性なので，ニュートリノ–反ニュートリノ対は Z^0 交換によってのみ生成されうる．

■**粒子衝突**　どの粒子–反粒子対が生成されうるかは，もっぱら電子と陽電子のエネルギーに依存する．貯蔵リングでは同じエネルギー E を持った電子と陽電子が反対

方向に周回し，正面衝突する．



このときローレンツ不変なエネルギー変数 s を用いるのが慣例である．s は重心系エネルギーを自乗したものである：

$$s = (p_1c + p_2c)^2 = m_1^2c^4 + m_2^2c^4 + 2E_1E_2 - 2\boldsymbol{p}_1 \cdot \boldsymbol{p}_2c^2. \tag{9.1}$$

共にエネルギーが E の粒子が衝突する貯蔵リングの場合には

$$s = 4E^2. \tag{9.2}$$

したがって質量 $2m = \sqrt{s}/c^2$ までの粒子–反粒子対が生成されうる．新しい粒子を発見するためには貯蔵リングのエネルギーを徐々に上げ，反応率が増すか，あるいは断面積に共鳴が現れるのを探す．

衝突ビーム型の実験の長所は，両方のビームのエネルギーの合計が粒子生成のために重心系で利用できることである．これに対し，質量 m の静止標的の実験では，$mc^2 \ll E$ であれば

$$s \approx 2mc^2 \cdot E \tag{9.3}$$

である．この場合，重心系エネルギー $\sqrt{s}$ はビームエネルギーの平方根に比例して増加するだけである．

■粒子の検出　e^+e^- 対消滅で生成される粒子を検出するには，2本のビームの衝突点のまわりに測定器を建設し，可能な限り全立体角 (4π) を覆うことが必要である．測定器は粒子の飛跡をさかのぼって e^+e^- 衝突点まで達することができることと，粒子の種類を識別できることが必要である．そのような測定器の基本的な構造が図9.1に示されている．

9.1　レプトン対の生成

質量の大きなクォークに目を向ける前に，まずレプトンについて検討しよう．**レプトン** (lepton) はスピン1/2の素粒子で，弱い相互作用と，もし電荷を帯びている場合には電磁相互作用はするが，強い相互作用はしない．

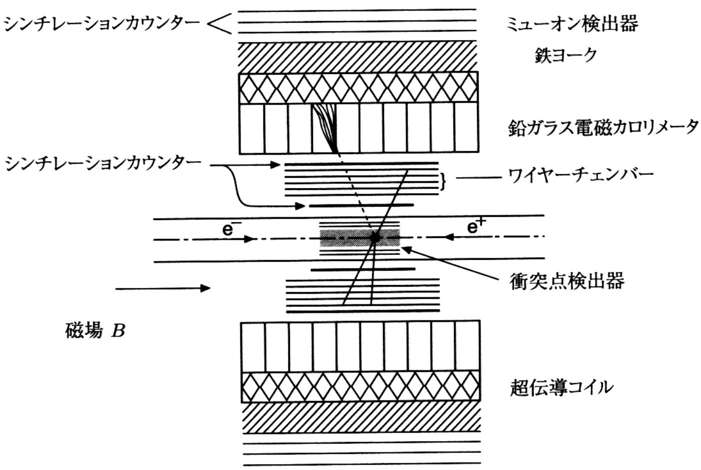


図 9.1　e^+e^- 衝突実験に用いられる 4π 測定器の原理図．ビーム軸方向に約 1 T の磁場をつくるソレノイドの中に測定器がある．荷電粒子はシリコンマイクロストリップ検出器などから成る衝突点検出器とワイヤーチェンバーで検出される．衝突点検出器は衝突点を推定するため，および短寿命粒子の崩壊点を決定するために用いられる．磁場中の飛跡の曲がり方から運動量が決定される．光子と電子は電磁カロリメータ（例えば鉛ガラス）の中につくるシャワーによって検出される．ミューオンは鉄ヨークも貫通し，外側にあるシンチレーションカウンターで検出される．

■ミューオン　電子–陽電子衝突で生成されうる最も質量の小さい粒子はミューオンである：

$$e^+ + e^- \longrightarrow \mu^+ + \mu^-$$

負のミューオン μ^- に対し，正のミューオン μ^+ はその反粒子[注1]である．両方とも質量はわずかに $105.7\,\mathrm{MeV}/c^2$ であり，すべての普通の e^+e^- 貯蔵リングでの実験で生成される．ミューオンは物質を容易に透過する[注2]．これに対し電子は質量が小さいために物質中の飛程がずっと短い．ハドロンも強い相互作用のために飛程が短い．ミューオンは不安定な粒子としては中性子に次ぐ長い寿命 ($2\,\mu$s) を持っている．このことは，実験においてミューオンは容易に識別されうるということを意味する．したがって，ミューオン対の生成の過程は他の e^+e^- 反応の基準としてしばしば用いられる．

■τ レプトン　e^+e^- 反応の重心系エネルギーが十分にあれば，更なるレプトン対，すなわち τ^- と τ^+ が生成されうる．τ の寿命はずっと短く，3×10^{-13} s である．したがって測定器では τ の崩壊生成物のみが検出される．τ は弱い相互作用によって

注1　反粒子は一般に粒子の記号の上に線を引いて表される（例えば $\bar{\nu}$）．しかし，荷電レプトンについては電荷を示せば粒子か反粒子かわかるので，この方法の代わりに e^+, μ^+, τ^+ と書く．

注2　宇宙線のミューオンは地下鉱山においても検出される．

ミューオンか電子に崩壊する．これについては 10.1 節で議論する．

τ は SLAC の e$^+$e$^-$ 貯蔵リング SPEAR で発見された．その発見は e$^+$e$^-$ の重心系エネルギーよりもずっと小さなエネルギーを持った，互いに反対の符号の電荷の電子–ミューオン対を観測することによってなされた [Pe75].

この事象は，質量の大きなレプトン–反レプトン対の生成とそれに引き続く崩壊であると解釈された：

$$
\begin{array}{l}
e^+ + e^- \longrightarrow \tau^+ + \tau^- \\
\quad \tau^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau \quad \text{または} \quad e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\tau \\
\quad \tau^+ \to e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\tau \quad \text{または} \quad \mu^+ + \nu_\mu + \bar{\nu}_\tau
\end{array}
$$

生成されたニュートリノは検出されない．

$\tau^+\tau^-$ 対生成のしきい値は，その生成断面積が e$^+$e$^-$ の重心系エネルギーの増加とともにどのように増えるかを見ればわかる．それによって **τ レプトン**の質量がわかる．τ 生成を捕らえるために，可能な限り多くのレプトン崩壊やハドロン崩壊のチャネルを用いるべきである（図 9.2）．実験におけるしきい値は $\sqrt{s} = 2m_\tau c^2$ であるから，τ の質量は 1.777 GeV/c^2 である．

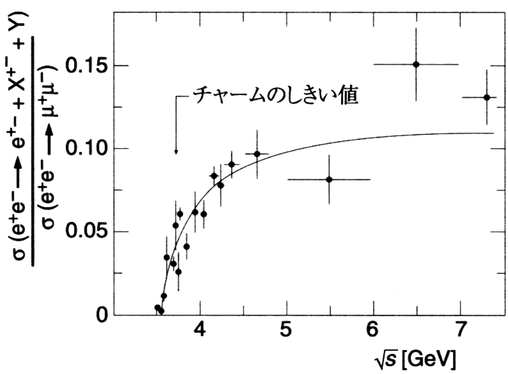
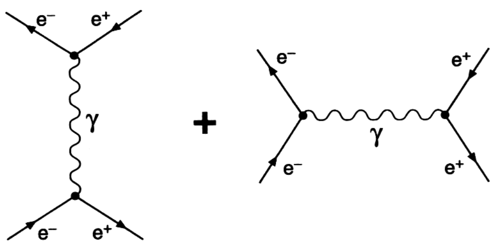


図 9.2 反応 $e^+ + e^- \to e^\pm + X^\mp + Y$ における互いに反対の符号の電荷の 2 つの粒子（$e^\pm$ と $X^\mp$）の生成断面積と $\mu^+\mu^-$ 対の生成断面積の比 [Ba78, Ba88]．ここで $X^\mp$ は荷電レプトンないし中間子を表し，Y は観測されない中性の粒子である．$\sqrt{s} \approx 3.55$ GeV で比の値が急激に増加しているのは τ 対の生成によるものであり，これをしきい値としてエネルギー的に可能となっている．チャームクォークを含む中間子の生成のしきい値（矢印）は τ レプトンの生成のしきい値よりもわずかに高い．どちらの粒子も似たような崩壊モードを持つため，τ レプトンの検出を困難なものとしている．

■断面積 荷電レプトン対の生成は，よい近似で純粋に電磁相互作用の過程（γ 交換）によると見なすことができる．Z^0 の質量に比べてエネルギーが小さければ，Z^0 ボソンの交換や光子交換と Z^0 交換の干渉を無視することができる．その場合，断面

積はかなり容易に決定できる.

その中で最も複雑なのは弾性散乱 $e^+e^- \to e^+e^-$ の計算である. この過程は**バーバー散乱** (Bhabha scattering) と呼ばれる. この場合 2 つの異なった過程を考慮しなくてはならない. 第 1 の過程では電子と陽電子が対消滅して仮想光子になりそれに続いて e^+e^- 対が生成される. 第 2 の過程は電子と陽電子の散乱である.



この 2 つの過程の終状態は同じである. したがって断面積を計算するためには両者の振幅を足し合わせなくてはならない.

これに対し, ミューオン対の生成は計算がより簡単である. だから e^+e^- 反応は通常ミューオン対生成を使って反応の絶対値を求める. $\mu^+\mu^-$ の微分断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4s}(\hbar c)^2 \cdot \left(1+\cos^2\theta\right). \tag{9.4}$$

立体角 Ω について積分すると全断面積が得られる:

$$\sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}(\hbar c)^2. \tag{9.5}$$

これは

$$\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-) = \frac{21.7}{(E^2/\mathrm{GeV}^2)}\,\mathrm{nbarn} \tag{9.6}$$

と書くことができる.

式 (9.4) の導出は多くの教科書に記述されている [Go86, Na90, Pe87]. ここではこの式がもっともであるかどうかのみを検証する. 光子は素電荷を持つ粒子 2 つと結合する. そこで行列要素には因子 e が 2 回入る. 断面積は行列要素の自乗に比例するので e^4 すなわち α^2 に比例する. 長さのスケールは $\hbar c$ に比例する. 断面積の次元は面積の次元であるから $\hbar c$ の自乗に比例する. そして次に (エネルギー)^2 の次元の量によって割らなければならない. 電子やミューオンの質量は s に比べてたいへん小さいので s が唯一の意味あるエネルギー量である. これが分母に入るので, 断面積は貯蔵リングのエネルギーが上がるにつれその自乗に逆比例して減少する. 角度依存性 $(1+\cos^2\theta)$ は, ミューオンのようにスピン 1/2 の粒子を 2 つ生成する場合に典型的なものである. ちなみに式 (9.4) は $Q^2c^2 = s = 4E^2 = 4E'^2$ であることを考慮

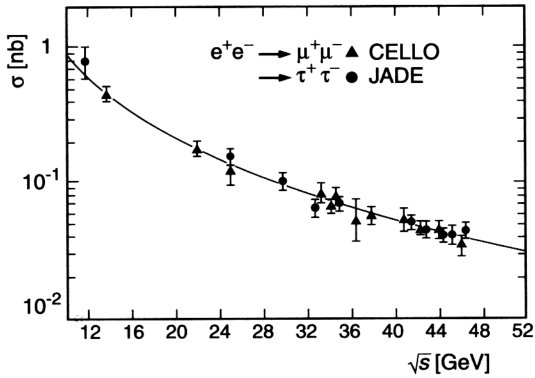


図 9.3　反応 $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$ と $e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ の断面積を重心系エネルギー $\sqrt{s}$ の関数として示したもの（[Ba85] と [Be87]）．曲線は量子電磁気学により予測された断面積 (9.6) を示す．

すれば，角度依存性の項以外は**モットの散乱断面積**の式 (5.39) と完全に同じである．

図 9.3 は反応 $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$ の断面積の実験値と**量子電磁気学**による予測値を比較している．理論と実験はよく一致しているのがわかる．この図には反応 $e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ の断面積も示されている．μ と τ の静止質量が無視できるほど重心系エネルギー $\sqrt{s}$ が大きい場合には $\mu^+\mu^-$ 生成と $\tau^+\tau^-$ 生成の断面積は同じになる．これを**レプトン普遍性** (lepton universality) と呼ぶ．その意味は電子，ミューオン，および τ は，質量とそれに関連した効果を無視すれば，すべての反応において同じように振舞う，ということである．ミューオンと τ は大きい質量を持った電子であると見なすことができる．

式 (9.6) が実験で得られる断面積とよく合うので，ミューオンや τ の形状因子は 1 である．これは表 5.1 によると点状の粒子であることを意味している．これまでの観測によるとレプトンは空間的な拡がりを持っていない．電子の大きさの上限は 10^{-18} m である．レプトンの励起状態の探索も現在まで成功していないので，今のところレプトンは素粒子であって点状の粒子であると考えられている．

9.2　共鳴

e^+e^- 反応でのミューオン対やハドロンの生成断面積を重心系エネルギー $\sqrt{s}$ の関数として表すと，双方とも式 (9.5) の $1/s$ 依存性を示す．終状態がハドロンのチャネルではこの傾向は図 9.4 に描かれているように大きなピークで破られている．これらのいわゆる**共鳴** (resonance) は短寿命の状態で，特定の質量と角運動量などのよく定義された量子数を持っている．したがって共鳴を粒子と呼ぶことはもっともである．

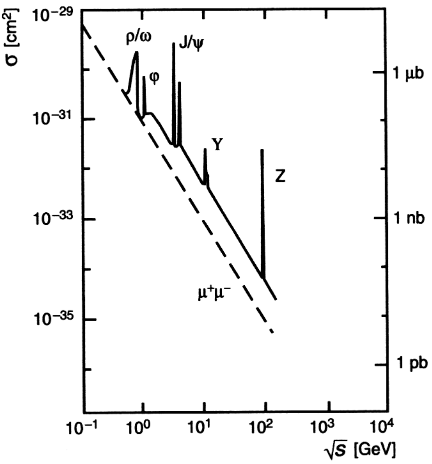


図 9.4 反応 $e^+e^- \to$ ハドロンの断面積を重心系エネルギー $\sqrt{s}$ の関数として図式的に示したもの [Gr91]．点線はミューオン対生成の断面積 (19.5) を示す．

■**ブライト–ウィグナーの公式** 共鳴エネルギー E_0 の近傍での 2 つの粒子 a と b の反応断面積のエネルギー依存性は一般に**ブライト–ウィグナーの公式** (Breit–Wigner formula) によって記述される（例えば [Pe87] 参照）．弾性散乱の場合，近似的に

$$\sigma(E) = \frac{\pi \lambda\!\!\!^{-}{}^2 (2J+1)}{(2s_\mathrm{a}+1)(2s_\mathrm{b}+1)} \cdot \frac{\Gamma^2}{(E-E_0)^2 + \Gamma^2/4} \tag{9.7}$$

と書かれる．ここで $\lambda\!\!\!^{-}$ は重心系での換算波長（波長 λ を 2π で割ったもの），s_a と s_b は反応する粒子のスピン，Γ は共鳴の**幅**（full width at half maximum：半値全幅）である．このような共鳴の寿命は $\tau = \hbar/\Gamma$ である．この公式を見ると強い減衰を伴う強制振動の場合の共鳴を思い出すであろう．そこでは E は外力の周波数 ω に対応し，E_0 は共鳴周波数 ω_0，幅 Γ は減衰に対応している．

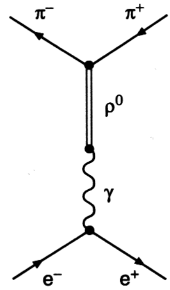
反応が非弾性の場合には断面積は始状態のチャネルの**部分幅** (partial width) Γ_i と終状態のチャネルの部分幅 Γ_f，および全幅 Γ_tot に依存する．**全幅** (total width) は終状態の可能なすべてのチャネルの**部分幅**の和である．個々の崩壊チャネル f については

$$\sigma_f(E) = \frac{3\pi \lambda\!\!\!^{-}{}^2}{4} \cdot \frac{\Gamma_i \Gamma_f}{(E-E_0)^2 + \Gamma_\mathrm{tot}^2/4} \tag{9.8}$$

と書くことができる．ここで s_a と s_b には電子のスピン (1/2) を代入し，J には光子のスピン (1) を代入した．

■ $\boldsymbol{\varrho, \omega, \phi}$ **共鳴** まず低エネルギーでの共鳴を考察しよう．この状態の幅 Γ は 4–150 MeV の間にあり，寿命は約 10^{-22}–10^{-24} 秒に相当する．これは強い相互作用に特徴的な値である．これらの共鳴はクォーク–反クォーク対の束縛状態であると解釈

できる．その質量は反応の重心系での全エネルギーに対応する．クォーク–反クォークから成る束縛状態は仮想光子と同じ量子数を持たなければならない．つまり合成角運動量 $J = 1$ と負のパリティを持たなければならない．そのようなクォーク–反クォーク状態を**ベクトル中間子** (vector meson) と呼ぶ．これらはより軽い中間子へ崩壊する．次に示すダイアグラムには，共鳴の生成と崩壊が図式的に示してある．



770–780 MeV 付近のピークの解析から，それが 2 つの共鳴（ϱ^0 中間子 ($m_{\varrho^0} =$ 770 MeV/c^2) と ω 中間子 ($m_\omega =$782 MeV/c^2)）の干渉によるものであることがわかる．これらの共鳴は $u\bar{u}$ 対と $d\bar{d}$ 対の生成によって起きたものである．u クォークと d クォークはほとんど同じ質量を持っているので，$u\bar{u}$ 状態と $d\bar{d}$ 状態は近似的には縮退している．ϱ^0 と ω は $u\bar{u}$ と $d\bar{d}$ の混合状態である．

この 2 つの中間子は崩壊の仕方が違うので実験により識別することができる（図 14.3 参照）：

$$\varrho^0 \longrightarrow \pi^+\pi^-$$
$$\omega \longrightarrow \pi^+\pi^0\pi^-$$

エネルギー 1019 MeV の近傍には ϕ 共鳴がある．その幅 Γ はわずか 4.4 MeV なのでハドロンとしてはたいへん長い寿命を持っている．ほぼ 85% の割合で 2 つの K 中間子に崩壊する．K 中間子の質量は 494 MeV/c^2 ($K^\pm$) ないし 498 MeV/c^2 (K^0) である：

$$\phi \longrightarrow K^+ + K^-$$
$$\phi \longrightarrow K^0 + \bar{K}^0$$

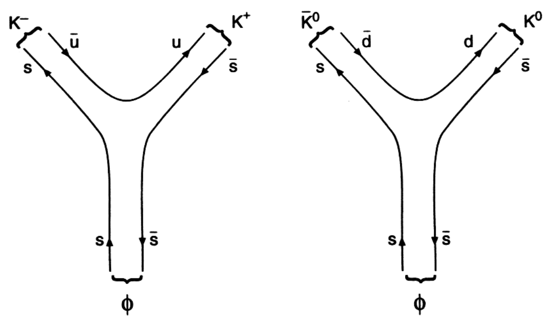
K 中間子はいわゆる**ストレンジ粒子** (strange particle) の一例である．ストレンジ粒子は強い相互作用で生成されるが，その崩壊生成物にはハドロン，つまり強い相互作用をする粒子が含まれるにもかかわらず弱い相互作用でのみ崩壊する．ストレンジ粒子という名前は，この珍しい事実によるものである．

このような振舞いは，K 中間子は s クォーク（「**ストレンジ**」クォーク）を含むクォークと反クォークの組み合わせであるということによって説明できる：

$$|\mathrm{K}^+\rangle = |\mathrm{u\bar{s}}\rangle, \quad |\mathrm{K}^0\rangle = |\mathrm{d\bar{s}}\rangle,$$
$$|\mathrm{K}^-\rangle = |\mathrm{\bar{u}s}\rangle, \quad |\mathrm{\bar{K}}^0\rangle = |\mathrm{\bar{d}s}\rangle.$$

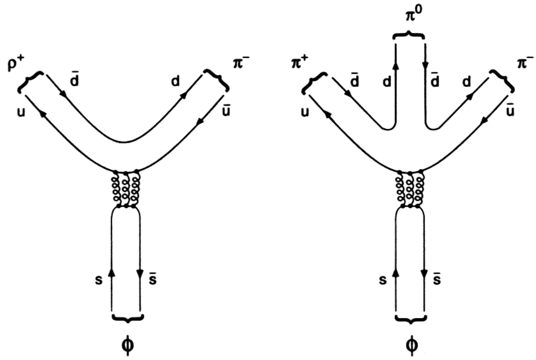
s クォークは構成子クォーク質量として 450 MeV/c^2 を持っていると考えられる．K 中間子が崩壊する際には s クォークは軽いクォークに変化しなければならない．これは弱い相互作用によってのみ可能である．K 中間子および他の「ストレンジ粒子」は，s クォークと $\bar{\mathrm{s}}$ クォークが同じ数だけ同時に生成されるならば，強い相互作用によって生成されうる．つまり少なくとも 2 つの「ストレンジ粒子」が同時に生成されなければならない．このことは量子数 S（**ストレンジネス** (strangeness)）を用いて記述される．s クォークのストレンジネスは -1 である．ストレンジネスは $\bar{\mathrm{s}}$ クォークの数から s クォークの数を引いた数で与えられる．この量子数は強い相互作用と電磁相互作用では保存されるが，弱い相互作用では変わりうる．

ϕ 中間子がたいてい 2 つの K 中間子に崩壊するのは ϕ 中間子が $\mathrm{s\bar{s}}$ 状態だからである．崩壊の際に，強い相互作用の色の場の中で $\mathrm{u\bar{u}}$ 対か $\mathrm{d\bar{d}}$ 対が生成され，それと $\mathrm{s\bar{s}}$ クォークとから K 中間子が発生するのである．



質量差 $m_\phi - 2m_\mathrm{K}$ は小さいので，この崩壊の位相空間はたいへん小さい．そのために ϕ 共鳴の寿命は長く幅は小さい．

それならば「ϕ はなぜ軽い中間子に優先的に崩壊しないのか？」という疑問が涌くであろう．ϕ のパイ中間子への崩壊は位相空間がずっと大きいにもかかわらずたいへん小さい (2.5%)．そのような崩壊は s と $\bar{\mathrm{s}}$ がまず消滅し，その後 2 つないし 3 つのクォーク–反クォーク対が生成される場合にのみ可能である．QCD によれば，これは少なくとも 3 つのグルーオンによる仮想的中間状態を経て起こるものである．それ故 1 つのグルーオンの交換で起こりうる 2 つの K 中間子へ崩壊に比べ，この過程は起こりにくい．クォーク線がとぎれない過程が優先的に起こることは **OZI 則**（大久保–ツヴァイク–飯塚の規則 (Okubo–Zweig–Iizuka rule)）と呼ばれている．



■ **J/ψ と Υ 共鳴**　s クォークの存在はハドロンのスペクトロスコピーで知られてはいたが，1974 年に重心系エネルギー 3097 MeV の位置に幅が 87 keV しかないたいへん狭い共鳴が発見されたのは驚きであった．この共鳴は J/ψ と名づけられた[注3]．これは新しい種類の重いクォークが発生したのだと解釈された．この c クォーク（「**チャーム**」クォーク）はすでに理論的な面から存在が示唆されていた．J/ψ の寿命が長いのも $c\bar{c}$ 対によるものであるとすれば説明できる．c（あるいは $\bar{c}$）クォークと軽いクォークから成る 2 つの中間子への崩壊は **OZI 則**では優先されるが，エネルギーの条件から不可能である．この点が $\phi \to K + \bar{K}$ の崩壊の場合と違うところである．後に実験的に検出された D 中間子（$c\bar{u}, c\bar{d}$ など）の質量は J/ψ の質量の半分よりも大きい．したがって J/ψ は D 中間子対に崩壊することができない．数 100 MeV ほど高い重心系エネルギーにも共鳴が見つかった．これらは ψ', ψ'' などと名づけられ，$c\bar{c}$ 系の励起状態と解釈された．J/ψ は光子の量子数 $J^P = 1^-$ を持つ最も低い $c\bar{c}$ 状態である．$c\bar{c}$ 状態で少し低いエネルギーの状態 η_c が存在するが，量子数が 0^- なので e^+e^- 消滅では直接には生成されえない（13.2 節参照）．

10 GeV の近傍でも断面積の似たような振舞いが見つかり，一連の Υ（ウプシロン）共鳴が発見された [He77, In77]．このような状態は，更に重い b クォーク（「ボトム」クォーク）によるものである．1 番低い 9.46 GeV にある状態は同様にたいへん狭い幅 (52 keV) しかなく，寿命は長い．

t クォーク（「トップ」クォーク）は 1995 年に Tevatron (FNAL) で陽子–反陽子衝突の 2 つの実験グループによって発見された [Ab95a, Ab95b]．これらの結果およびその後の結果を合わせると t クォークの質量は 173.8±5.2 GeV/c^2 である．今日までの e^+e^- 加速器の重心系エネルギーの最高値は約 172 GeV/c^2 であり，$t\bar{t}$ 対を生成するには不十分である．

注3 この粒子は 2 つの異なった実験（pp 衝突と e^+e^- 対消滅）によってほぼ同時に発見された．一方の実験グループはそれを “J” と名づけ [Au74a]，他方は “ψ” と名づけた [Au74b]．

表 9.1 クォークの電荷と質量：b, g, r は青，緑，赤という色を表している．$Q^2 \to \infty$ の極限において測定されるであろう「裸の」クォーク（カレントクォーク）の質量 [PD98] と，構成子クォークつまりハドロン内に束縛されたクォークの有効的な質量を示してある．クォークの質量，特にカレントクォークの質量はどの模型をとるかに強く依存する．重いクォークでは相対的に両方の質量の差は小さい．

クォーク	色	電荷	質量 [MeV/c^2] 裸のクォーク	構成子クォーク
d：ダウン	b, g, r	−1/3	3–9	≈ 300
u：アップ	b, g, r	+2/3	1.5–5	≈ 300
s：ストレンジ	b, g, r	−1/3	60– 170	≈ 450
c：チャーム	b, g, r	+2/3	1 100–1 400	
b：ボトム	b, g, r	−1/3	4 100–4 400	
t：トップ	b, g, r	+2/3	168×10^3–179×10^3	

■ **Z^0 共鳴** $\sqrt{s} = 91.2\,\text{GeV}$ に，幅が 2490 MeV の共鳴が更に観測され，これはクォーク対やレプトン対に崩壊する．その共鳴の性質から弱い相互作用のベクトルボソン Z^0 の実粒子であると考えられる．この共鳴については，11.2 節で更に記述する．

9.3 ハドロンの非共鳴生成

これまでは電子–陽電子消滅の断面積における共鳴のみを考察してきた．共鳴と共鳴の間の領域でも当然ながらクォーク–反クォーク対が生成される．初めに生成されたクォークや反クォーク（プライマリークォークと呼ぶ）に更にクォーク–反クォーク対が加わりハドロンを形成する．この過程をクォークの**ハドロン化** (hadronisation) と呼ぶ．当然ながら，重心系のエネルギーの半分より小さい質量のクォークのみが生成されうる．

ハドロンの生成に際しては，まずクォーク–反クォーク対が発生するので，断面積はそれぞれのクォーク–反クォーク対生成の断面積の和として与えられる．電磁相互作用によるプライマリークォーク–反クォーク対の生成は，ミューオン対の生成と同じように計算することができる．ミューオンとは違って，クォークの電荷は素電荷 $1 \cdot e$ ではなく，$z_\text{f} \cdot e$ である．z_f はクォークの香り f によって +2/3 ないし −1/3 である．したがって遷移行列要素は $z_\text{f} e^2$ に比例し，断面積は $z_\text{f}^2 e^4$ つまり $z_\text{f}^2 \alpha^2$ に比例する．クォークと反クォークはそれぞれ色と反色を持っているのでクォーク–反クォーク対が生成されるとき 3 種類の色の状態がありうる．そのために断面積の式に因子 3 がつけ加わる．このようにして断面積は，

$$\sigma(\text{e}^+\text{e}^- \to \text{q}_\text{f}\bar{\text{q}}_\text{f}) = 3 \cdot z_\text{f}^2 \cdot \sigma(\text{e}^+\text{e}^- \to \mu^+\mu^-), \tag{9.9}$$

断面積の比は

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \to ハドロン)}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)} = \frac{\sum_f \sigma(e^+e^- \to q_f\bar{q}_f)}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)} = 3 \cdot \sum_f z_f^2 \tag{9.10}$$

となる．ここでクォークの種類 f についての和には，その反応の重心系エネルギーで生成されうるクォークのみが寄与する．

図 9.5 には比 R を重心系エネルギー $\sqrt{s}$ の関数として図式的に示してある．このような図を得るためには様々な粒子加速器を用いてたくさんの実験を行わなければならない．粒子加速器はそれぞれある特定のエネルギー領域をカバーしているからである．非共鳴領域では，R はエネルギー $\sqrt{s}$ が増すにつれ階段状に増加する．個々のクォークの香りの寄与を考慮すればこれはもっともなことである．J/ψ の生成のしきい値以下では $u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$ 対のみが生成されうる．それ以上のエネルギーでは $c\bar{c}$ 対も生成されるようになり，更に大きなエネルギーでは $b\bar{b}$ 対も生成される．したがって式 (9.10) における和にはエネルギーが増すにつれ多くの項が入ってくる．逆に R の

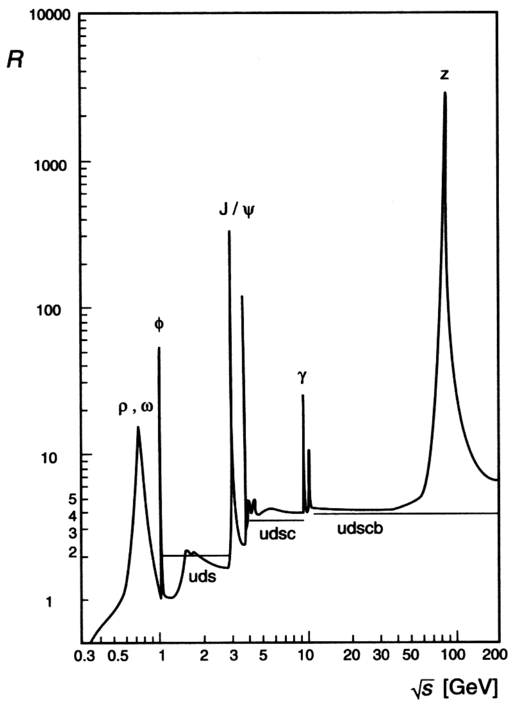


図 9.5　反応 $e^+e^- \to$ ハドロンの断面積を反応 $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$ の断面積で割り，重心系エネルギー $\sqrt{s}$ の関数として図式的に示したもの．水平の実線は関与するクォークの数によって式 (9.10) から期待される R の値，$R = 6/3$, $R = 10/3$, $R = 11/3$ を示す．t クォークが関与するときに予想される値 $R = 15/3$ はこの図のエネルギー領域の範囲外である．(この図は G. Myatt (Oxford) の厚意による．)

増加からそれぞれのクォークの電荷を求めることができる．エネルギー領域により，つまり寄与しているクォークの香りの数により，期待される R は，

$$R = 3 \cdot \sum_{\mathrm{f}} z_{\mathrm{f}}^2 = 3 \cdot \underbrace{\underbrace{\underbrace{\Big\{ \underset{\mathrm{u}}{(\tfrac{2}{3})^2} + \underset{\mathrm{d}}{(-\tfrac{1}{3})^2} + \underset{\mathrm{s}}{(-\tfrac{1}{3})^2}}_{3\cdot 6/9} + \underset{\mathrm{c}}{(\tfrac{2}{3})^2}}_{3\cdot 10/9} + \underset{\mathrm{b}}{(-\tfrac{1}{3})^2} \Big\}}_{3\cdot 11/9} . \tag{9.11}$$

この予測は実験結果によく一致する．R の測定によりクォークの電荷が決定され，更に色がちょうど3色あるということも確認できるので，たいへん重要な結果である．

9.4　グルーオンの放射

e^+e^- 散乱によってグルーオンの存在を実験的に検出し，強い相互作用の結合定数 α_s の大きさを測ることに成功した．

グルーオンの存在を初めて示唆したのは陽子の深非弾性レプトン散乱であった．構造関数 F_2 の x についての積分値が期待されていた量の半分でしかなかったのである．陽子の運動量の他の半分は明らかに，電荷を持たない，弱い相互作用もしない粒子によって担われている．この粒子がグルーオンであることがわかったのである．結合定数 α_s の大きさは構造関数 F_2 のスケーリングの破れから決定することができた（8.4 節）．

これらの量はジェットの解析によって直接的に測定されうる．高エネルギーでは生成するハドロンは互いに反対方向に放出される 2 つのジェットとなって現れる．これらのジェットはプライマリークォークや反クォークのハドロン化により発生するものである（図 9.6 の左図）．

このような単純な $\mathrm{q\bar{q}}$ 生成の他に高次の過程も生じうる．例えばエネルギーの大きい（「ハードな」）グルーオンが放射され，それが第 3 のハドロンジェットとして現れうる．これは電磁気的な制動放射で光子が放射されるのに対応するものである．しかし電磁気的結合定数 α はかなり小さいので，ハードな光子の放射はまれにしか起こらない．これに対しグルーオン制動放射の確率は結合定数 α_s で決まる．実際，そのような 3 ジェット事象は検出された．特にすばらしい例を図 9.6 の右図に見ることができる．結合定数 α_s は 3 ジェット事象と 2 ジェット事象の計数率を比較することによって直接得られる．異なる重心系エネルギーで測ることにより，α_s は式 (8.6) から予想されるように $Q^2 = s/c^2$ が増加すると減少することが示された．

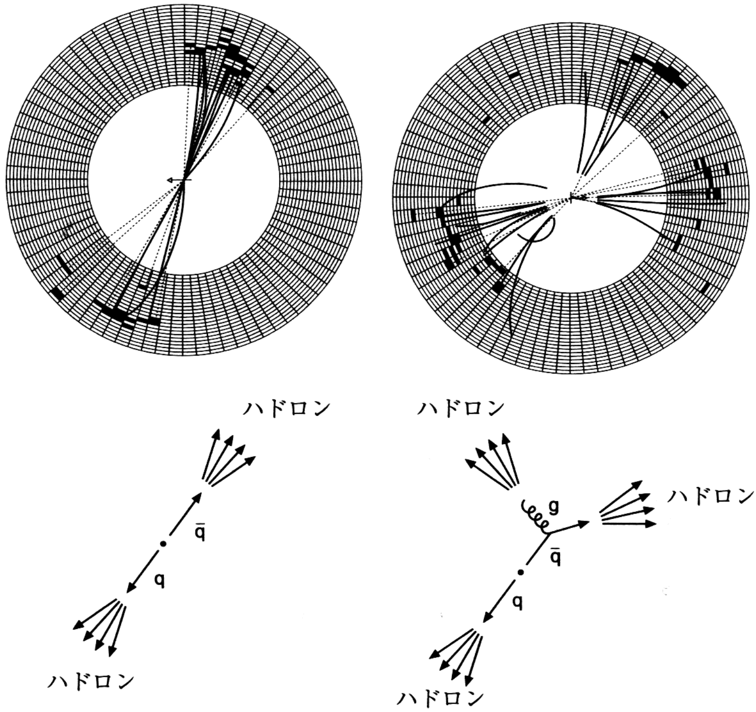


図 9.6　e^+e^- 貯蔵リング PETRA において JADE 測定器によって測定された典型的な 2 ジェットと 3 ジェットの事象．円筒形の測定器の中央にビーム軸があるが，それに垂直な平面に投影した図である．荷電粒子（実線）と中性粒子（点線）の飛跡が内側のワイヤーチェンバーの信号ないしその外側の鉛ガラス電磁カロリメータの信号に基づいて描かれている．生成されたハドロンが 2 つないし 3 つのジェットになって集中しているのがこの投影図にはっきり見える．(この図は DESY の厚意による．)

【問　題】

1　電子–陽電子衝突

(a) それぞれエネルギー E が 4 GeV の電子と陽電子が貯蔵リング内で正面衝突する．ルミノシティが $10^{32}\,\mathrm{cm^{-2}s^{-1}}$ のとき期待される $\mu^+\mu^-$ 対の生成率はいくらか？ ハドロンが終状態にある事象 (event) の生成率はいくらか？

(b) 互いに正対する 2 本の直線（衝突型）加速器の建設を計画している．電子と陽電子が重心系エネルギー 500 GeV で正面衝突する．2 時間のうちにハドロン生成反応の断面積を統計誤差 10% で測定するにはルミノシティはどれくらいにする必要があるか？

2　Υ 共鳴　質量約 9460 MeV の $\Upsilon(1S)$ 共鳴の精密な測定が，CESR 電子–陽電子貯蔵リングで行われている．

(a) 貯蔵リングの曲率半径が $R = 100\,\mathrm{m}$ のとき，ビームエネルギー E と重心系のエネルギー W の不確定さを計算せよ．次の式が成り立つ：

$$\delta E = \left(\frac{55}{32\sqrt{3}}\frac{\hbar c m_e c^2}{2R}\gamma^4\right)^{1/2}.$$

このエネルギーの不確かさは Υ の実験による測定について何を意味するか？((b) で与えられる情報を用いよ.)

(b) $\Upsilon(1S)$ 共鳴が存在するようなエネルギー領域にわたってブライト–ウィグナーの公式を積分せよ．ハドロンの終状態についてのこの積分の実験による観測値は，$\int \sigma(e^+e^- \to \Upsilon \to \text{ハドロン})\,dW \approx 300\,\text{nb}\,\text{MeV}$ である．$\Upsilon \to \ell^+\ell^-$ $(\ell = e, \mu, \tau)$ の崩壊確率はそれぞれ約 2.5% である．Υ の全自然崩壊幅を求めよ．ビームエネルギーに不確かさがない場合（そして輻射補正により共鳴が拡げられていない場合），共鳴のピークでの断面積の大きさはどれくらいと期待されるか？

第 10 章

弱い相互作用の現象論

弱い相互作用の発見と弱い相互作用に関する初期の理論は β 崩壊の現象に基づくものであった．弱い相互作用によって束縛された状態は現在までのところ知られていない．これは強い相互作用，電磁相互作用，重力相互作用と異なる点である．このような意味で弱い相互作用は我々にとって多少なじみの少ないものである．弱い相互作用を記述するときに例えば原子物理に類似性を求めることができない．弱い相互作用は W ボソンおよび Z^0 ボソンの交換によって媒介されている．そして，弱い相互作用によってクォークやレプトンの崩壊が起こる．強い相互作用，電磁相互作用，重力相互作用が質量のないボソンによって媒介されるのに対して，弱い相互作用において交換されるボソンは質量が大きく，およそ $100\,\mathrm{GeV}/c^2$ もある．弱い相互作用で交換されるボソンがクォークやレプトンに結合する強さは，光子が荷電粒子に結合する強さとほぼ同じであるが，ボソンの質量が大きいために 100 GeV に比べて低いエネルギーでは弱い相互作用は見かけ上，点接触の相互作用であり，弱い．

散乱実験では弱い相互作用の効果は観測が難しい．弱い相互作用だけをする粒子（ニュートリノ）の反応は断面積がたいへん小さいからである．ハドロンや荷電レプトンが関与する散乱実験では弱い相互作用の効果は強い相互作用や電磁相互作用の効果の影に隠れてしまう．だから弱い相互作用についての我々の知識の大半は，粒子の崩壊から得られたものである．

β 崩壊の最初の理論的な記述はフェルミ (Fermi) [Fe34] により電磁相互作用の類推によってなされた．それは若干の変更をすれば今日でもなお低エネルギーの過程に用いうるものである．その後，弱い相互作用の研究において，パリティの破れの発見 [Wu57]，異なるニュートリノファミリーの発見 [Da62]，K^0 中間子の系における CP の破れの発見 [Ch64] が歴史上の重要な一里塚となった．その後の実験では B^0 中間子の系での CP の破れの発見とニュートリノ振動の発見が重要な成果である．

弱い相互作用はクォークにもレプトンにも同じように働く．クォークについては前

の章で詳細に扱った．そこで，この章ではレプトンについて詳しく扱い，その後に弱い相互作用の現象を取り上げることにする．

10.1　レプトンの性質

■**荷電レプトン**　e^+e^- 散乱を扱った際に，荷電レプトンはすでに登場した．それらは電子 (e^-)，**ミューオン** (μ^-)，タウ (τ^-)，およびそれらの反粒子 (e^+, μ^+, τ^+) である．反粒子は対応する粒子と同じ質量を持ち，電荷は逆符号である．

電子は荷電粒子のうちで最も質量が小さく，それに次ぐのがミューオンである．電荷保存のために電子は安定であり崩壊しないことが保証されている．**ミューオンの崩壊**に際して電子が発生する．ミューオンの崩壊は

$$\mu^- \longrightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

のように起こる．ごくまれには，崩壊に際して光子ないし e^+e^- 対が更に生成される．次のような反応はエネルギー的には許されるが，実際には一度も観測されていない：

$$\mu^- \not\longrightarrow e^- + \gamma$$

したがって，ミューオンは電子の励起状態ではない．

τ レプトンはミューオンよりもずっと質量が大きい．多くのハドロンよりも質量が大きい．それ故に，τ はより質量が小さいレプトンに

$$\tau^- \longrightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\tau, \quad \tau^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau$$

のように崩壊するだけでなく，ハドロンにも崩壊しうる．例えばパイ中間子とニュートリノへの崩壊が可能である：

$$\tau^- \longrightarrow \pi^- + \nu_\tau$$

実際，**τ の崩壊**の半分以上はハドロンを経た崩壊である [Ba88].

■**ニュートリノ**　これまでにニュートリノが生成される過程をいくつも扱ってきた．原子核の β 崩壊や荷電レプトンの崩壊である．ニュートリノは電気的に中性なレプトンであり，強い相互作用も電磁相互作用もしない．ニュートリノの検出は，一般に，弱い相互作用によって荷電粒子が生成される過程を介して荷電粒子を測定することによって間接的に行われる．ニュートリノによって持ち出されたり持ち込まれたりしたエネルギー，運動量，スピンはその反応に含まれる他の粒子を測定し保存則を適用することによって決定される．例えば，β 崩壊において観測される粒子のエネルギーの和と角運動量の和から，電子のほかに粒子が生成されたはずだということがわかる．

実験の結果は，ニュートリノと反ニュートリノは別の粒子である，という仮定を支

持している．例えば，β 崩壊において反ニュートリノは

$$\mathrm{n} \longrightarrow \mathrm{p} + \mathrm{e}^- + \bar{\nu}_\mathrm{e}$$

のように生成される．その反ニュートリノは陽電子が生成される反応のみ起こし，電子が生成される反応は起こさない：

$$\bar{\nu}_\mathrm{e} + \mathrm{p} \longrightarrow \mathrm{n} + \mathrm{e}^+$$
$$\bar{\nu}_\mathrm{e} + \mathrm{n} \not\longrightarrow \mathrm{p} + \mathrm{e}^-$$

更に，**荷電パイ中間子の崩壊**で生成されるニュートリノや反ニュートリノもある．

$$\pi^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$
$$\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

これらのニュートリノはミューオンが生成される反応は起こすが電子が生成される反応は起こさない．この点で，β 崩壊で生成されるニュートリノと振舞いが異なる [Da62]．このことは，電子ニュートリノ ν_e とミューオンニュートリノ ν_μ は違う種類のニュートリノであることを示唆している．電子ニュートリノは電子の生成と消滅に関わっており，ミューオンニュートリノはミューオンの生成と消滅に関わっている．最近の実験では，τ ニュートリノによる反応によって同じように τ レプトンが生成された．したがって，3 種類のニュートリノがある，と結論することができる．

更に，ニュートリノと反ニュートリノは異なる粒子だということがわかっている．π^+ 崩壊からのニュートリノは反応を起こすと μ^- だけを生成するが，π^- 崩壊からの反ニュートリノは μ^+ だけを生成する．

■ニュートリノ振動 弱い相互作用による崩壊の運動学的な解析は，現在までにニュートリノの静止質量の実験的な上限を与えているだけであって，このような直接的な測定方法によってはニュートリノの質量がゼロである，ということは排除されていない．電子ニュートリノの質量の測定は 17.6 節で扱う．

しかし，ニュートリノがゼロでない質量を持っている，という強い証拠がある．質量の直接的な測定はないが，異なる実験的な証拠によってこのことを示す．その実験について以下に説明をする．

ニュートリノの質量がゼロでないことを間接的に検出する実験では，香りのファミリーの固有状態 $|\nu_\mathrm{e}\rangle, |\nu_\mu\rangle, |\nu_\tau\rangle$ 間の遷移（振動）を探す．これらのニュートリノは原子炉や粒子加速器からのニュートリノや，太陽ニュートリノ・大気ニュートリノである [Ku89]．

もしニュートリノの質量が厳密にゼロであれば，ニュートリノはどのように混合しても質量の演算子の固有状態であるだろう．そうすると，質量の固有状態 $|\nu_1\rangle, |\nu_2\rangle, |\nu_3\rangle$ は，$|\nu_\mathrm{e}\rangle, |\nu_\mu\rangle, |\nu_\tau\rangle$ として荷電レプトン $|\mathrm{e}\rangle, |\nu\rangle, |\tau\rangle$ の厳密な「パートナー」である

と**定義**できるであろう．その場合はニュートリノビームにおける香りの振動は観測されないはずである．

もしニュートリノの質量がゼロでなければ，香りの振動が起こりうる．これはよく知られた量子力学的な効果である．本書でも 14.4 節で K^0 と $\bar{K}^0$ の系の香りの振動を紹介する．

太陽ニュートリノの実験（ニュートリノが太陽でどのように生成されるかは 19.5 節参照）により，そのような振動が起こることが示された．太陽ニュートリノのフラックスの測定値は，太陽における素粒子反応とエネルギーの生成を詳細に記述する太陽模型で予測されている量のほぼ半分にすぎなかった [Ha96]．太陽模型の方が間違っているかもしれない，という疑いは長いこと持たれていたが，最近の 2 つの実験によって排除された [Ah01, Fu01]．これらの実験では太陽ニュートリノの全フラックスを Z^0 の交換（10.2 節参照）で媒介される反応で測定した．この反応はニュートリノの香りに依存しない．

サドベリーニュートリノ観測所（カナダ）[Ah01] では，地下 2000 メートルに置かれた 1000 トンの重水のチェレンコフ検出器によって次のような反応を同時に測定することができる：

$$\nu_{\mathrm{e},\mu,\tau} + \mathrm{d} \longrightarrow \mathrm{p} + \mathrm{p} + \mathrm{e}^-$$

$$\nu_{\mathrm{e},\mu,\tau} + \mathrm{d} \longrightarrow \mathrm{p} + \mathrm{n} + \nu_{\mathrm{e},\mu,\tau}$$

$$\nu_{\mathrm{e},\mu,\tau} + \mathrm{e} \longrightarrow \nu_{\mathrm{e},\mu,\tau} + \mathrm{e}$$

1 番目の反応は，ニュートリノのエネルギーが μ や τ を生成するには低過ぎるので実際には ν_e による反応のみが起こる．2 番目は香りに依存しない反応であり，ニュートリノ全体のフラックスを測定する．実際，ニュートリノ全体のフラックスは，ν_e だけのフラックスの 3 倍であることを実験は示している．3 番目の反応は ν_e による反応に最も感度が良いが，ニュートリノ全体のフラックスを測るのにも用いることができる．

日本の神岡の地中にある検出器による大気ニュートリノの測定によって，異常が観測された．実験は，地下 1000 メートルに置かれた 50000 トンの水のチェレンコフ検出器（スーパーカミオカンデ）によって行われた．大気ニュートリノは次のような崩壊の連鎖によって生成される：

$$\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

$$\mu^+ \longrightarrow \bar{\nu}_\mu + \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e}$$

これに対応して，π^- の崩壊からはこれらの反粒子が生成される．2 種類のニュートリノの初期の比の値は，$[n(\nu_\mu) + n(\bar{\nu}_\mu)]/[n(\nu_\mathrm{e}) + n(\bar{\nu}_\mathrm{e})] = 2$ である．

大気ニュートリノのエネルギーは，逆反応によって生成された荷電粒子を測定す

ることによって決定される．我々がここで議論したデータの解析は，エネルギーが 1 GeV の桁のニュートリノについてなされたものである．

宇宙線による大気中での ν_μ の生成率は，ニュートリノが大気の中だけを通過してきたのかあるいは地球の内部を反対側から通過してきたのか，に強く依存することがわかった．実験により，地球の反対側から来るニュートリノは ν_μ のフラックスが半分になることが観測された [Fu98]．ニュートリノにとって地球はたいへん透明なので，ニュートリノのフラックスは地球の物質との反応によって減衰することはない．フラックスの減少は，ν_μ から ν_τ への振動によるものと考えられた．同時に，大気の ν_e には振動の兆候はなかった．

一方，粒子加速器を用いた実験では，KEK の陽子シンクロトロンで発生させたミューオンニュートリノを 250 km 離れた神岡のスーパーカミオカンデで測定してニュートリノ振動が観測された．その他の粒子加速器でも研究が行われている．

もう 1 つの実験による情報が，原子炉で生成された反ニュートリノの振動の観測から得られている．神岡の小型の検出器 KamLAND は 1000 トンの液体シンチレータからできており，荷電粒子が通ると光子を発する．この測定器は，近傍 (~ 200 km) の日本の原子炉から放出される反電子ニュートリノにすぐれた測定感度がある．原子炉からの反ニュートリノの強度は 4–5 MeV がピークである．このような低エネルギーのニュートリノの振動は約 200 km の距離で観測される．

ニュートリノ振動があるということは，ニュートリノの 2 つの重要な性質を示している．ニュートリノはゼロでない質量を持っており，ニュートリノの弱い相互作用の固有状態は質量の固有状態の重ね合わせである．ニュートリノの異なる香りの混合はたいへん強い．これはクォークの異なるファミリー間の弱い相互作用に関する混合が弱いのと対照的である．この結果から得られる質量の大きさについては後に議論する（10.4 節）．

■ 6 つのレプトン 新たなレプトンを次第に高いエネルギーまで探したが，現在までのところ発見されていない．新たな荷電レプトンの質量の下限は現時点では 42.8 GeV/c^2 である．11.2 節では，質量の小さなニュートリノ ($m_\nu \ll 10\,\mathrm{GeV}/c^2$) は 3 種類しかない，ということがわかる．以上をまとめると次のようになる．現在 6 種類のレプトンが知られている．3 つの荷電粒子 (e, μ, τ) と 3 つの中性粒子 $(\nu_\mathrm{e}, \nu_\mu, \nu_\tau)$ である．

クォークと同じように，レプトンも 3 つの**ファミリー**に分類され，それぞれのファミリーは電荷が 1 つだけ違う 2 つの粒子から成っている．荷電レプトンの質量はクォークの質量と同様に，まちまちである ($m_\mu/m_\mathrm{e} \approx 207, m_\tau/m_\mu \approx 17$)．なぜ基本的なフェルミ粒子に 3 つのファミリーがあるのか，については一般的に受け入れられる説明ができていない．3 つのファミリーのレプトンの質量がなぜこのような値なのかも理解されていない．

■レプトン数の保存　上で述べたすべての反応において，レプトンの生成ないしは消滅は常に同じファミリーの反レプトンの生成ないしは消滅を伴っていた．バリオンと同じように，保存則があると考えることができる．すべての反応において，あるファミリーのレプトン数から同じファミリーの反レプトン数を引いた和は保存する．これは

$$L_\ell = N(\ell) - N(\bar{\ell}) + N(\nu_\ell) - N(\bar{\nu}_\ell) = \text{一定} \quad \text{ただし} \quad \ell = \mathrm{e}, \mu, \tau \tag{10.1}$$

と表すことができる．和 $L = L_\mathrm{e} + L_\mu + L_\tau$ は**レプトン数** (lepton number) と呼ばれる．L_ℓ のそれぞれは**レプトンファミリー数** (lepton family number) と呼ばれる．ただし，レプトンファミリー数は各**反応点**でのみ保存されるものであることに注意を要する．ニュートリノは飛行中に振動するのでレプトンファミリー数は保存しないがレプトン数は全体としては保存する．これらの結果，次のような許容される過程と禁止される過程とがある：

許容される過程	禁止される過程
$\mathrm{p} + \mu^- \longrightarrow \nu_\mu + \mathrm{n}$	$\mathrm{p} + \mu^- \not\longrightarrow \pi^0 + \mathrm{n}$
$\mathrm{e}^+ + \mathrm{e}^- \longrightarrow \nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$	$\mathrm{e}^+ + \mathrm{e}^- \not\longrightarrow \nu_\mathrm{e} + \nu_\mu$
$\pi^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$	$\pi^- \not\longrightarrow \mathrm{e}^- + \nu_\mathrm{e}$
$\mu^- \longrightarrow \mathrm{e}^- + \bar{\nu}_\mathrm{e} + \nu_\mu$	$\mu^- \not\longrightarrow \mathrm{e}^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\mathrm{e}$
$\tau \longrightarrow \pi^- + \nu_\tau$	$\tau \longrightarrow \pi^- + \nu_\mathrm{e}$

電磁相互作用や弱い相互作用の過程におけるこれらの保存則の破れの上限値は，実験によればいずれもたいへん小さい．例えば

$$\frac{\Gamma(\mu^\pm \to \mathrm{e}^\pm\gamma)}{\Gamma(\mu^\pm \to \text{すべてのチャネル})} < 5 \times 10^{-11},$$
$$\frac{\Gamma(\mu^\pm \to \mathrm{e}^\pm\mathrm{e}^+\mathrm{e}^-)}{\Gamma(\mu^\pm \to \text{すべてのチャネル})} < 1 \times 10^{-12} \tag{10.2}$$

である [PD94]．

上に述べた許容される反応はすべてニュートリノが関与しており，ニュートリノは弱い相互作用しかしないので，すべて弱い相互作用によるものである．しかし，その逆は成り立たない．次の節で扱うように，ニュートリノも他のレプトンも関与しない弱い相互作用の過程も存在する．

10.2　弱い相互作用の種類

弱い相互作用は荷電レプトンを同じファミリーのニュートリノに変換することができることを思い起こそう．弱い相互作用は荷電レプトンと反ニュートリノ，あるいは荷電反レプトンとニュートリノを生成することもできる．同様に，弱い相互作用で

は，ある香りのクォークが別の香りのクォークに変換されうる．その典型的な例は，d クォークから u クォークへの変換である．これは中性子の β 崩壊において起こる．そのようなすべての反応においては，反応に関与するクォークとレプトンの種類がすべて変化し，同時に，それらの電荷が $+1e$ ないし $-1e$ だけ変化する．このような反応を記述するために，**荷電流** (changed current) という言葉がつくられた．これらの反応は荷電粒子 W^+ と W^- によって媒介される．

長い間，このような弱い相互作用しか知られていなかった．今日では，弱い相互作用はもう 1 つの，電気的に中性な粒子 Z^0 によっても起こりうるということがわかっている．この場合には，クォークやレプトンは変化しない．このような反応を**中性流** (neutral current) と呼ぶ．

$W^\pm$ と Z^0 はベクトルボソンである．つまり，スピンが 1 である．これらの粒子の質量は大きい．$W^\pm$ の質量は 80 GeV/c^2，Z^0 の質量は 91 GeV/c^2 である．これらの粒子をどのように実験により検出するかは，後に 11.1 節で扱う．この章では，歴史的経緯に沿って，まず**荷電流**について述べる．これは**レプトン過程** (leptonic process)，**セミレプトン過程** (semileptonic process)，**非レプトン過程** (non-leptonic process) の 3 つに分けることができる（図 10.1）．

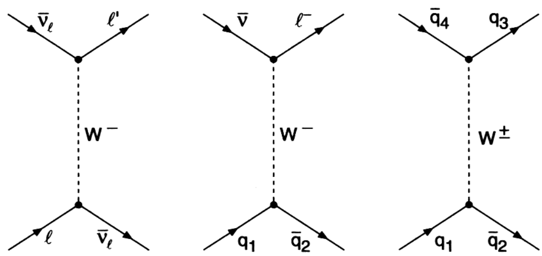
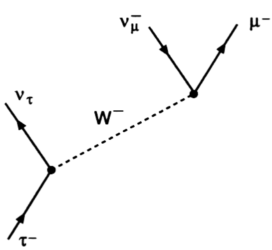


図 10.1　荷電流による 3 種類の反応．レプトン過程（左），セミレプトン過程（中央），非レプトン過程（右）．

■**レプトン過程**　W ボソンがレプトンにのみ結合している場合には，レプトン過程と呼ぶ．その反応は

$$\ell + \bar{\nu}_\ell \longleftrightarrow \ell' + \bar{\nu}_{\ell'}$$

のように表すことができる．



それの例は τ レプトンのレプトン崩壊

$$\tau^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau$$
$$\tau^- \longrightarrow \mathrm{e}^- + \bar{\nu}_\mathrm{e} + \nu_\tau$$

および散乱過程

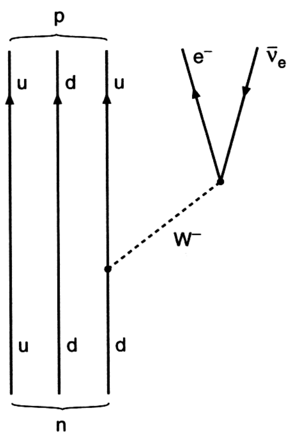
$$\nu_\mu + \mathrm{e}^- \longrightarrow \mu^- + \nu_\mathrm{e}$$

である.

■**セミレプトン過程**　**セミレプトン過程**は交換される W ボソンがレプトンにもクォークにも結合する場合である．その基本的な過程は

$$\mathrm{q}_1 + \bar{\mathrm{q}}_2 \longleftrightarrow \ell + \bar{\nu}_\ell$$

と書くことができる.



その例は荷電パイ中間子の崩壊，K^- の崩壊，あるいは中性子の β 崩壊である：

ハドロンレベルでは	クォークレベルでは
$\pi^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$	$\mathrm{d} + \bar{\mathrm{u}} \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$
$\mathrm{K}^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$	$\mathrm{s} + \bar{\mathrm{u}} \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$
$\mathrm{n} \longrightarrow \mathrm{p} + \mathrm{e}^- + \bar{\nu}_\mathrm{e}$	$\mathrm{d} \longrightarrow \mathrm{u} + \mathrm{e}^- + \bar{\nu}_\mathrm{e}$

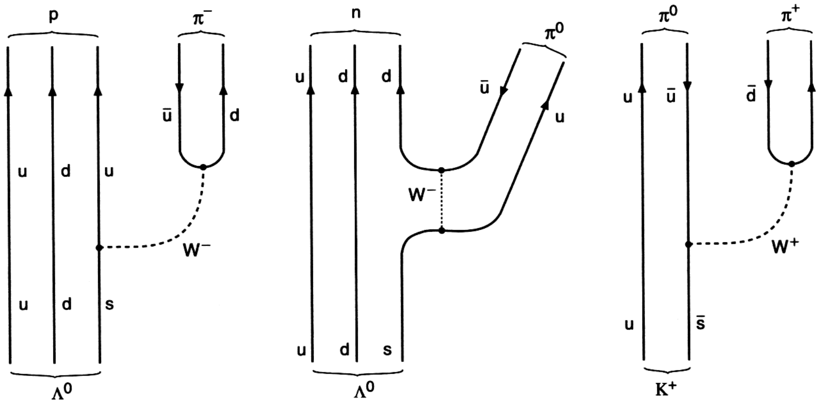
中性子の β 崩壊は，d クォークの崩壊と見なすことができる．ここでは中性子の中の他の 2 つのクォークは反応には関与しておらず，これらは**傍観者クォーク** (spectator quark) と呼ばれる．原子における K 殻電子捕獲 $\mathrm{p} + \mathrm{e}^- \to \mathrm{n} + \nu_\mathrm{e}$ は β^+ 崩壊の競争過程である．**逆 β 崩壊**は $\bar{\nu}_\mathrm{e} + \mathrm{p} \to \mathrm{n} + \mathrm{e}^+$ ないし $\nu_\mathrm{e} + \mathrm{n} \to \mathrm{p} + \mathrm{e}^-$ である．(反) ニュートリノはこの逆 β 崩壊によって初めて検出された [Co56a]．すなわち，核分裂でできた中性子過剰な原子核が β^- 崩壊した際の反ニュートリノが水素と反応する

のが観測された．核融合でできた陽子過剰な原子核が β^+ 崩壊した際の太陽ニュートリノや星のニュートリノを検出するのに，中性子との反応を用いることができる．セミレプトン過程の更なる例はニュートリノと核子の深非弾性散乱であるが，これについては 10.8 節で詳細に扱う．

■非レプトン過程 非レプトン過程はレプトンを全く含まない過程である．基本的な反応は

$$q_1 + \bar{q}_2 \longleftrightarrow q_3 + \bar{q}_4$$

である．電荷の保存により，クォークの組み合わせは全電荷が $\pm 1e$ となる組み合わせに限られる．その例は，ストレンジネスを持つバリオンや中間子のハドロン崩壊である．具体的には Λ^0 ハイペロンの核子と中間子への崩壊や，$K^+(u\bar{s})$ の 2 つのパイ中間子への崩壊である．それらのファインマン・ダイアグラムは次のようである：



10.3 弱い相互作用の結合強度

■荷電流 この節では荷電流をより定量的に扱う．以下ではレプトン過程を例にとる．その理由は，レプトンはクォークと違って自由粒子として存在するので状況が単純に示せるからである．

モット散乱や e^+e^- 対消滅の場合と同様に，荷電流の遷移行列要素は**弱荷** (weak charge) g の自乗と質量の大きなスピン 1 の粒子の伝播関数 (4.23) とに比例する:

$$\mathcal{M}_{fi} \propto g \cdot \frac{1}{Q^2c^2 + M_W^2c^4} \cdot g \xrightarrow{Q^2 \to 0} \frac{g^2}{M_W^2c^4}. \tag{10.3}$$

W ボソンは弱荷 g で結合する．

電磁相互作用との違いは，交換される粒子の質量がゼロでないことである．光子の伝播関数 $(Qc)^{-2}$ とは違って，運動量が十分小さい ($Q^2 \ll M_W^2c^2$) ときには伝播関数はほぼ一定になる．11.2 節で，弱荷 g と電荷 e は同じくらいの大きさであること

を学ぶ．交換されるボソンの質量がたいへん大きいので，小さな Q^2 では弱い相互作用は電磁相互作用よりもずっと弱い．質量が大きいことは，力の到達距離が短いということも意味する．到達距離は $\hbar/M_{\mathrm{W}}c^2 \approx 2.5 \times 10^{-3}\,\mathrm{fm}$ である．

4 元運動量移行が小さい場合の近似では，この相互作用は関与する 4 つの粒子の点接触の相互作用として記述できる．実際，W や Z ボソンという考えが導入される前は弱い相互作用はそのように記述されていた．この相互作用の結合強度は**フェルミ定数** (Fermi constant) G_{F} によって表される．フェルミ定数は，電磁相互作用の結合定数 $\alpha = e^2/(4\pi\varepsilon_0\hbar c)$ が電荷の自乗 e^2 に比例するのと同様に，弱荷 g の自乗に比例する．$G_{\mathrm{F}}/(\hbar c)^3$ が [1/エネルギー ^{2}] の次元を持つように定義されている．g との関係は

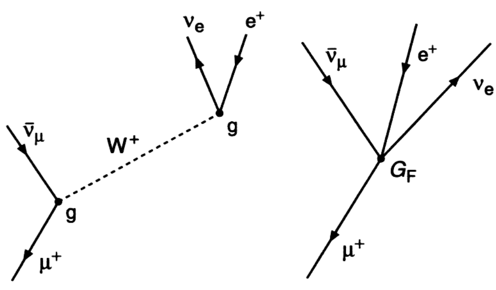
$$\frac{G_{\mathrm{F}}}{\sqrt{2}} = \frac{\pi\alpha}{2} \cdot \frac{g^2}{e^2} \cdot \frac{(\hbar c)^3}{M_{\mathrm{W}}^2 c^4} \tag{10.4}$$

である．

■ミューオンの崩壊　フェルミ定数の最も精密な値はミューオンの崩壊から得られたものである．ミューオン崩壊は 10.1 節で述べたように，次のようである：

$$\mu^- \longrightarrow \mathrm{e}^- + \bar{\nu}_{\mathrm{e}} + \nu_\mu, \quad \mu^+ \longrightarrow \mathrm{e}^+ + \nu_{\mathrm{e}} + \bar{\nu}_\mu$$

W ボソンの質量に比べるとミューオンの質量はたいへん小さいので，この相互作用を点接触の相互作用として扱い，フェルミ定数による結合として記述することはもっともなことである．



この近似ではミューオンの寿命は黄金律を用いて計算することができる．その際，ディラック方程式を用い，放出される 3 つのレプトンの位相空間も考慮に入れる．そうすると，崩壊幅は

$$\Gamma_\mu = \frac{\hbar}{\tau_\mu} = \frac{G_{\mathrm{F}}^2}{192\pi^3(\hbar c)^6} \cdot (m_\mu c^2)^5 \cdot (1+\varepsilon) \tag{10.5}$$

になる．補正項 ε は高次の（輻射）補正と，電子の質量がゼロでないことに起因する位相空間の効果とを反映するもので，小さい（[Ma91] の式 5 参照）．遷移率はエネルギーの 5 乗に比例することに注目しよう．つまり，崩壊するミューオンの質量の

5乗に比例する．位相空間はどのように計算できるか，E^5 依存性はどのようにして導出されるか，は中性子の β 崩壊を例にとって 15.5 節で学ぶ．

ミューオンの質量と寿命は高い精度で測定されている：

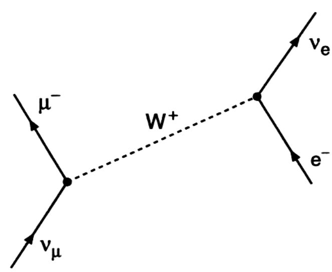
$$m_\mu = (105.658389 \pm 0.000034)\,\mathrm{MeV}/c^2,$$
$$\tau_\mu = (2.197035 \pm 0.000040) \times 10^{-6}\,\mathrm{s}. \tag{10.6}$$

これにより**フェルミ定数**の値が得られる：

$$\frac{G_\mathrm{F}}{(\hbar c)^3} = (1.16639 \pm 0.00001) \times 10^{-5}\,\mathrm{GeV}^{-2}. \tag{10.7}$$

■ニュートリノ–電子散乱 ニュートリノ–電子散乱は自由な素粒子間の反応である．この反応は弱い相互作用によってのみ起こる．この反応の断面積に対する有効結合強度 G_F の効果を議論し，弱い相互作用がなぜ「弱い」と呼ばれるのかを示すことができる．

下のダイアグラムでは，ミューオンニュートリノが電子に散乱され，ν_μ が μ^- に変化する過程が示されている．



この過程を例に選んだのは，それが W 交換によってのみ起こるからである．ν_e–e^- 散乱の計算は，Z 交換と W 交換で同じ終状態になるため干渉が起こるのでより複雑である．

4 元運動量が小さい場合，ニュートリノ–電子散乱の断面積は有効結合定数 G_F の自乗に比例する．9.1 節における $\mathrm{e}^+\mathrm{e}^-$ 対消滅の全断面積についての議論と同様に，反応の典型的な長さとエネルギースケールが，断面積に正しい次元（[面積]）を与えるように入るべきである．つまり $\hbar c$ と典型的なエネルギースケールである重心系エネルギー $\sqrt{s}$ が入るべきである：

$$\sigma = \frac{G_\mathrm{F}^2}{\pi(\hbar c)^4} \cdot s. \tag{10.8}$$

ここで s は実験室系では式 (9.3) により $s = 2m_\mathrm{e}c^2 E_\nu$ である．式 (10.7) を用いると，実験室系での断面積は

$$\sigma_\mathrm{lab} = 1.7 \times 10^{-41}\,\mathrm{cm}^2 \cdot E_\nu/\mathrm{GeV} \tag{10.9}$$

となる．

これはたいへん小さな断面積である．このことを実感するために，ニュートリノが電子と 1 回弱い相互作用をするまでに飛行しなければならない距離 L を計算してみよう．鉄の中の電子の密度は

$$n_\mathrm{e} = \frac{Z}{A}\varrho N_\mathrm{A} \approx 22 \times 10^{23}\,\mathrm{cm}^{-3} \tag{10.10}$$

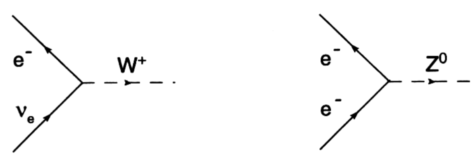
である．太陽の中で陽子の融合により生成されたニュートリノの典型的なエネルギーは約 1 MeV である．それの鉄中での平均自由行程は $L = (n_\mathrm{e} \cdot \sigma)^{-1} = 2.6 \times 10^{17}\,\mathrm{m}$ であり，30 光年に相当する[注1]！

たいへん高いエネルギーでは，単純な式 (10.10) はもはや正しくない．もし式 (10.10) に従うとすると断面積がニュートリノのエネルギーとともに無限に増加するからである．もちろん実際には断面積は無限大にはならない．4 元運動量移行が大きい場合 ($Q^2 \gg M_\mathrm{W}^2 c^2$)，伝播関数項が断面積のエネルギー依存性を主に決定する．**点接触の相互作用**の近似はもはや成り立たない．重心系エネルギー $\sqrt{s}$ が固定されているとき，微分断面積は電磁相互作用と同様に $1/Q^4$ で減少する．一方で，全断面積は

$$\sigma = \frac{G_\mathrm{F}^2}{\pi(\hbar c)^4} \cdot \frac{M_\mathrm{W}^2 c^4}{s + M_\mathrm{W}^2 c^4} \cdot s \tag{10.11}$$

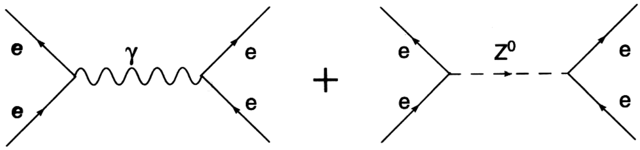
である．断面積は点接触の相互作用の近似とは違って s に比例しては増加せず，むしろ断面積は漸近的にある一定の値になる．

■中性流　これまでは，W^+ 交換つまり荷電流（左側のダイアグラム）によるニュートリノ–電子散乱のみを考慮してきた．W^+ は正電荷を持ち出し，電子ニュートリノを電子に変換する．しかし，ニュートリノや電子は Z^0 交換つまり中性流によっても相互作用できる（右側のダイアグラム）．Z^0 は電荷も質量も変換しない．



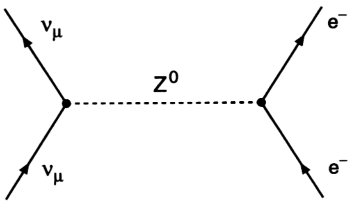
一般に，中性流による相互作用は，より強い電磁相互作用や，クォークの場合であれば強い相互作用に埋もれてしまうので観測が難しい．電子–電子散乱では電磁相互作用と弱い相互作用の重ね合わせとなる．

注1　ニュートリノの原子核による吸収はここでは無視した．これは 1 MeV 以下のエネルギーのニュートリノではもっともな近似であるが，より高いエネルギーでは修正される必要がある．



中性流と電磁相互作用の強さは Z^0 質量の程度の重心系エネルギーにおいて初めて同等になる．中性流と電磁相互作用の干渉は CERN の LEP の電子–陽電子衝突型実験でみごとに示された．

■ミューオンニュートリノ–電子の弾性散乱 ミューオンニュートリノの電子による弾性散乱は Z^0 交換による弱い相互作用を研究するのに特に適している．これはレプトンファミリー数の保存により W 交換が排除されているからである．この種の反応は 1973 年に CERN で初めて観測された [Ha73]．これは弱い相互作用の中性流の最初の実験的証拠であった．



$\nu_\mu e^- \longrightarrow \nu_\mu e^-$

4 元運動量が小さい場合に $\nu_\mu e^- \to \nu_\mu e^-$ の全断面積を式 (10.8) によって計算してみよう．荷電流による散乱のために行った計算をここで繰り返せばよいのだが，結合定数 G_F は修正する必要がある．荷電流と中性流の唯一の違いは，交換されるボソンの質量である．交換されるボソンの質量の自乗が伝播関数の分母に現れるので，G_F には $M_W^2/M_{Z^0}^2 \approx 0.78$ を掛けなければならない．低エネルギーでの全断面積は

$$\sigma = \frac{M_W^4}{M_{Z^0}^4} \cdot \frac{G_F^2}{\pi(\hbar c)^4} \cdot s \tag{10.12}$$

となり，

$$\sigma(\nu_\mu e^- \to \nu_\mu e^-) \approx 0.6 \cdot \sigma(\nu_\mu e \to \mu^- \nu_e) \tag{10.13}$$

という関係になる．

■弱い相互作用の普遍性 もし弱荷 g はすべてのクォークとレプトンについて同じであると仮定すると，崩壊幅を表す式 (10.5) は基本的なフェルミ粒子のより軽いレプトンやクォークへの電荷を伴うすべての崩壊について成立するはずである．すべての崩壊チャネルは，質量の差に起因する位相空間の補正を別とすれば，すべて同等に崩壊の全幅に寄与する．

τ レプトンの崩壊を例にとって考えよう．この粒子の崩壊には，基本的に 3 つの経

路がある：

$$\tau^- \longrightarrow \nu_\tau + \bar{\nu}_e + e^-$$
$$\tau^- \longrightarrow \nu_\tau + \bar{\nu}_\mu + \mu^-$$
$$\tau^- \longrightarrow \nu_\tau + \bar{u} + d \qquad (10.14)$$

これらの崩壊幅は $\Gamma_{\tau e} \approx \Gamma_{\tau\mu}$, $\Gamma_{\tau d\bar{u}} \approx 3\Gamma_{\tau\mu}$ である．ここで因子 3 は $\bar{u}d$ 対が 3 つの異なる色の組み合わせ $(r\bar{r}, b\bar{b}, g\bar{g})$ で現れることによる．この計算ではストレンジクォークを伴う弱い相互作用による崩壊チャネルは考慮に入れなかった．

式 (10.5) における質量項から

$$\Gamma_{\tau e} = (m_\tau/m_\mu)^5 \cdot \Gamma_{\mu e} \qquad (10.15)$$

が得られ，したがって寿命は

$$\tau_\tau = \frac{\hbar}{\Gamma_{\tau e} + \Gamma_{\tau\mu} + \Gamma_{\tau d\bar{u}}} \approx \frac{\tau_\mu}{5 \cdot (m_\tau/m_\mu)^5} \approx 3.1 \times 10^{-13}\,\mathrm{s} \qquad (10.16)$$

と予測される．実験によると

$$\tau_\tau^{\exp} = (2.900 \pm 0.012) \times 10^{-13}\,\mathrm{s} \qquad (10.17)$$

である [PD98]．このようなよい一致が得られたことには，クォークが 3 つの色を持っていることとクォークとレプトンの弱荷が同一であることを強く支持している．

10.4　クォークのファミリー

我々は弱荷は普遍的であると主張した．そして W 交換によって起こるすべての弱い相互作用の反応は 1 つの結合定数 g ないし G_F を用いて計算できると主張した．τ レプトンの寿命はそれに合致しているように思われる．すなわち W ボソンがクォークにもレプトンにも同じ強度で結合する，という仮定に基づいた我々の期待は実験により満たされた．しかし，寿命はレプトン過程とハドロン過程の崩壊幅を別々に示しているのではなく，両者の和を示しているだけである．更に，寿命は τ レプトンの質量にたいへん敏感に依存する．それ故寿命は弱荷の普遍性の特に精密なテストにはならない．

クォークへの結合はセミレプトン崩壊によってよりよく決定できる．これによると結合の数値はミューオン崩壊のデータから得られるよりも小さな値になる．中性子の β 崩壊のように d クォークが u クォークに変換される場合，結合定数は約 4% 小さく見える．Λ^0 崩壊のように s クォークが u クォークに変換される場合には結合定数は 20 倍も小さく見えさえする．

■**カビボ角**　このような現象の説明はカビボ (Cabibbo) によって 1963 年にすでに

与えられた [Ca63]．当時はクォークはまだ導入されていなかった．ここでカビボの仮説を現在の表現で再現することにする．クォークはその電荷と質量によってファミリーに分類することができる：

$$\begin{pmatrix} \mathrm{u} \\ \mathrm{d} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{c} \\ \mathrm{s} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mathrm{t} \\ \mathrm{b} \end{pmatrix}$$

弱い相互作用による崩壊では，クォーク間の遷移は主に同一のファミリーの中で起こる．しかし，より少ない頻度ではあるが，1つのファミリーから他のファミリーへの遷移も起こる．ファミリー間の遷移を説明するために，香りの固有状態 $|u\rangle$ の**「パートナー」**として $|\mathrm{d}'\rangle$ という状態を定義することを選ぶ．$|\mathrm{d}'\rangle$ は $|\mathrm{d}\rangle$ と $|\mathrm{s}\rangle$ の線形結合である．同様に，c クォークのパートナーは $|\mathrm{s}\rangle$ と $|\mathrm{d}\rangle$ の線形結合で，$|\mathrm{d}'\rangle$ とは直交しており，これを $|\mathrm{s}'\rangle$ と呼ぶ．

これらの線形結合の係数は**カビボ角** (Cabibbo angle) θ_C と呼ばれる1つの角の余弦と正弦で書き表すことができる．W 交換に関するクォークの固有状態 $|\mathrm{d}'\rangle$ と $|\mathrm{s}'\rangle$ は，強い相互作用の固有状態 $|\mathrm{d}\rangle$ と $|\mathrm{s}\rangle$ と θ_C の回転を通じて関係している：

$$\begin{aligned} |\mathrm{d}'\rangle &= \cos\theta_\mathrm{C}|\mathrm{d}\rangle + \sin\theta_\mathrm{C}|\mathrm{s}\rangle, \\ |\mathrm{s}'\rangle &= \cos\theta_\mathrm{C}|\mathrm{s}\rangle - \sin\theta_\mathrm{C}|\mathrm{d}\rangle. \end{aligned} \tag{10.18}$$

これは行列の形に書くことができる：

$$\begin{pmatrix} |\mathrm{d}'\rangle \\ |\mathrm{s}'\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_\mathrm{C} & \sin\theta_\mathrm{C} \\ -\sin\theta_\mathrm{C} & \cos\theta_\mathrm{C} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} |\mathrm{d}\rangle \\ |\mathrm{s}\rangle \end{pmatrix}. \tag{10.19}$$

状態ベクトル $|\mathrm{d}\rangle$ と $|\mathrm{s}\rangle$ が回転されるか，あるいは状態ベクトル $|\mathrm{u}\rangle$ と $|\mathrm{c}\rangle$ が回転されるかは，便宜上の問題にすぎないし，実際両方を回転することも可能である．物理としては回転角の差だけが重要である．通常は，電荷が $-1/3$ のクォークのベクトルを回転し，電荷が $+2/3$ のクォークのベクトルは回転しないことにする．

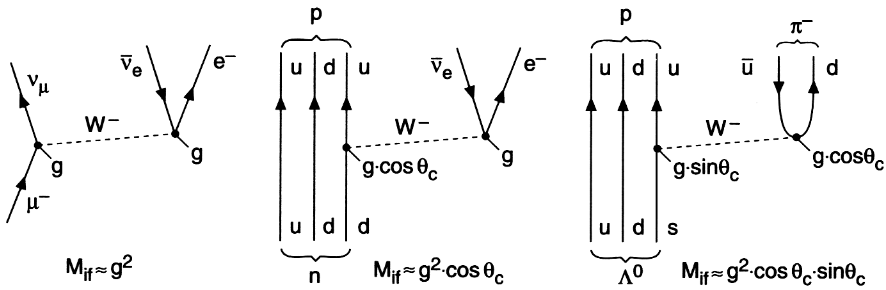
実験では，次のダイアグラムに示すような様々な粒子の寿命やセミレプトン崩壊とハドロン崩壊の分岐比を比較することによって θ_C が決定される．それにより，

$$\sin\theta_\mathrm{C} \approx 0.22, \quad \cos\theta_\mathrm{C} \approx 0.98 \tag{10.20}$$

が得られた．したがって，$\mathrm{c} \leftrightarrow \mathrm{d}$ や $\mathrm{s} \leftrightarrow \mathrm{u}$ の遷移は $\mathrm{c} \leftrightarrow \mathrm{s}$ や $\mathrm{d} \leftrightarrow \mathrm{u}$ の遷移に比べて

$$\sin^2\theta_\mathrm{C} : \cos^2\theta_\mathrm{C} \approx 1 : 20 \tag{10.21}$$

だけ抑制されている．



これらのことを踏まえて，τ の崩壊をより厳密に扱うことができる．式 (10.14) において，$\tau \to \nu_\tau + \bar{\mathrm{u}} + \mathrm{d}$ は「基本的に」唯一のハドロン崩壊であると述べた．しかし $\tau \to \nu_\tau + \bar{\mathrm{u}} + \mathrm{s}$ もエネルギー的には可能である．前者の崩壊は $\cos\theta_{\mathrm{C}}^2$ によってわずかに抑制されているだけなのに対し，後者の崩壊は $\sin\theta_{\mathrm{C}}^2$ によって強く抑制されている．しかし，$\cos\theta_{\mathrm{C}}^2$ と $\sin\theta_{\mathrm{C}}^2$ の和は1なので τ レプトンの寿命に関する結論は，クォークの質量の差を無視する限り，変化がない．

■カビボ–小林–益川行列　クォークの第3世代を加えると，式 (10.19) の 2×2 の行列は 3×3 の行列で置き換えられる [Ko73]．これは**カビボ–小林–益川行列**（**CKM 行列**）と呼ばれる：

$$\begin{pmatrix} |\mathrm{d}'\rangle \\ |\mathrm{s}'\rangle \\ |\mathrm{b}'\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{\mathrm{ud}} & V_{\mathrm{us}} & V_{\mathrm{ub}} \\ V_{\mathrm{cd}} & V_{\mathrm{cs}} & V_{\mathrm{cb}} \\ V_{\mathrm{td}} & V_{\mathrm{ts}} & V_{\mathrm{tb}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} |\mathrm{d}\rangle \\ |\mathrm{s}\rangle \\ |\mathrm{b}\rangle \end{pmatrix} . \tag{10.22}$$

クォーク q_i からクォーク q_j への遷移の確率は行列成分の絶対値の自乗 $|V_{\mathrm{q}_i\mathrm{q}_j}|^2$ に比例する．

行列成分は現在ではかなりよく知られている [Ma91]．行列はユニタリ行列なので行列成分の間には相関がある．独立なパラメータの数は全部で4である．つまり3つの実数の角と1つの虚数の位相である．この位相は干渉項を通して高次の弱い相互作用に影響を与える．**CP の破れ** (CP violation)（14.4 節参照）はこの虚数の位相の存在のせいだと考えられる [Pa89]．

次の数値は行列成分の絶対値の 90% 信頼限界に対応する値である [PD98]：

$$\left(|V_{ij}|\right) = \begin{pmatrix} 0.9745\cdots 0.9760 & 0.217\ \cdots 0.224 & 0.0018\cdots 0.0045 \\ 0.217\ \cdots 0.224 & 0.9737\cdots 0.9753 & 0.036\ \cdots 0.042 \\ 0.004\ \cdots 0.013 & 0.035\ \cdots 0.042 & 0.9991\cdots 0.9994 \end{pmatrix} . \tag{10.23}$$

この行列の対角成分は同じファミリー内の遷移を記述する．それらは1.0から数パーセントしかずれていない．行列成分 V_{cb} と V_{ts} の値は行列成分 V_{us} と V_{cd} の値よりほぼ1桁小さい．したがって，第3世代から第2世代への遷移 $(\mathrm{t}\to\mathrm{s}, \mathrm{b}\to\mathrm{c})$ は第2世代から第1世代への遷移に比べてほぼ2桁抑制される．第3世代から第1世代へ

の遷移は更に抑制される．b → u の直接の遷移は B 中間子からチャームを含まない中間子へのセミレプトン崩壊において検出された [Fu90, Al90, Al91].

弱い相互作用によるクォークの崩壊は W 交換によってのみ起こる．クォークの香りを変える中性流（例えば c → u）はこれまでに観測されておらず，ゼロであると考えられる．

10.5 レプトンファミリー

■レプトンの香りの混合行列 すでに述べたように，ニュートリノ振動によってニュートリノの質量がゼロでないことがわかった．そして弱い相互作用の固有状態である香りのファミリー $|\nu_e\rangle, |\nu_\mu\rangle, |\mu_\tau\rangle$ は質量演算子の固有状態（ν_1, ν_2, ν_3 と表す）ではないことがわかった．弱い相互作用のニュートリノの固有状態は質量の固有状態の重ね合わせである．これは d', s', b' が強い相互作用の固有状態 d, s, b の重ね合わせであるのと同様である．質量の固有状態は運動の定数ではない．固有状態の各成分の相対的な位相は時間とともに変化する．クォークについての CKM 行列と同様に，ニュートリノの弱い相互作用の固有状態を質量の固有状態に関係づける 3 行 3 列のユニタリ行列を導入する：

$$\begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\mu\rangle \\ |\nu_\tau\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \\ |\nu_3\rangle \end{pmatrix}. \tag{10.24}$$

行列 (10.24) において，式 (10.22) の V を U で置き換え，d', s', b' を ν_e, ν_μ, ν_τ で置き換え，d, s, b を ν_1, ν_2, ν_3 で置き換えた．

ニュートリノ振動が観測される前に，ニュートリノ混合の可能性は理論的に研究されていた．ポンテコルボ (Pontecorvo) はニュートリノ–反ニュートリノ振動の可能性を考えた最初の人である [Po57]．牧–中川–坂田はニュートリノの香りの混合の可能性を議論した [Ma62].

行列成分 U_{ij} の値は観測されたニュートリノ振動から導出される．議論を可能な限り簡単にするために，2 つだけのニュートリノの香りの場合について導出を行う．太陽ニュートリノが時間 t だけ飛行した後にどうなるかを検討することにする．電子ニュートリノの時間に依存する波動関数は

$$|\nu_e(t)\rangle = U_{e1} e^{-iE_{\nu_1} t/\hbar} |\nu_1\rangle + U_{e2} e^{-iE_{\nu_2} t/\hbar} |\nu_2\rangle \tag{10.25}$$

である．ニュートリノの運動は相対論的であり，そのエネルギーは

$$E_{\nu_i} = \sqrt{p^2c^2 + m_{\nu_i}^2 c^4} = \sqrt{p^2c^2\left(1 + \frac{m_{\nu_i}^2 c^4}{p^2c^2}\right)} \approx pc\left(1 + \frac{1}{2}\frac{m_{\nu_i}^2 c^4}{p^2c^2}\right) \tag{10.26}$$

と近似できる．そうすると，時間 t 後にビームの中に電子ニュートリノを見出す確率は

$$
\begin{aligned}
P_{\nu_\mathrm{e}\to\nu_\mathrm{e}}(t) &= |\langle\nu_\mathrm{e}|\nu_\mathrm{e}(t)\rangle|^2 \\
&= |U_{\mathrm{e}1}|^4 + |U_{\mathrm{e}2}|^4 + 2|U_{\mathrm{e}1}|^2|U_{\mathrm{e}2}|^2 \cos\left(\frac{1}{2}\frac{(m_{\nu_1}^2 - m_{\nu_2}^2)c^4}{\hbar pc^2}ct\right) \qquad (10.27)
\end{aligned}
$$

である．式 (10.27) は，式 (10.25) を用い $|\nu_1\rangle$ と $|\nu_2\rangle$ をそれぞれ香りの固有状態の線形結合として表すことによって得られる．観測された振動により，振動の距離 L を決定すれば $\Delta m_{21}^2 = m_{\nu_2}^2 - m_{\nu_1}^2$ の値を得ることができる．L とは式 (10.27) の余弦の位相が 2π になるときの距離であり，それに対応する飛行時間は $t = L/c$ である：

$$
L = 4\pi\frac{\hbar pc^2}{\Delta m_{21}^2 c^4}. \qquad (10.28)
$$

太陽ニュートリノから得られた現在の最良の推定値は $0.5\times10^{-5}\,\mathrm{eV}^2/c^2 < \Delta m_\mathrm{SUN}^2 < 2\times10^{-4}\,\mathrm{eV}^2/c^2$ である．一方，大気ニュートリノから得られた振動の距離による制限は $1.4\times10^{-3}\,\mathrm{eV}^2/c^2 < \Delta m_\mathrm{ATM}^2 < 5.1\times10^{-3}\,\mathrm{eV}^2/c^2$ である．$\Delta m_\mathrm{SUN}^2 = \Delta m_{21}^2$ および $\Delta m_\mathrm{ATM}^2 = |\Delta m_{31}^2| = |\Delta m_{32}^2|$ と見なすことができる．

太陽ニュートリノや大気ニュートリノのフラックスの強い減少が観測されたことは，異なる香りのニュートリノが強く混合することを意味する．現時点までのニュートリノ振動の測定からのすべての制限を考慮に入れると，レプトンの混合行列 U の最適値は

$$
U = \begin{pmatrix} -0.83 & 0.56 & 0.00 \\ 0.40 & 0.59 & 0.71 \\ 0.40 & 0.59 & -0.71 \end{pmatrix} \qquad (10.29)
$$

である [Gi03].

式 (10.29) において，レプトンの混合行列の主な特徴を示すことが目的なので，個々の行列成分の誤差は大きいが省略してある．

この行列は $U_{\mathrm{e}3}$ 以外の成分は同じような大きさである．クォークの混合行列は対角成分が大きく混合はたいへん小さいので，これとは非常に対照的である．クォークの混合とレプトンの混合の違いは，我々が標準模型（19.4 節）を超える物理を理解するために重要な情報になるかもしれない．標準模型を超える物理はおそらくある種のクォークとレプトンの統一を含むものだからである．電磁相互作用と弱い相互作用の統一（11.2 節）と同様にクォークとレプトンを統一する，より大きな統一（11.3 節）があるかもしれない．

Kayser [Ka05] によると，レプトンの香りの混合行列の主な特徴は，質量の固有状態 j の中の香り i の割合を行列成分の自乗 $|U_{ij}|^2$ で近似して表す（図 10.2）ことによって示すことができる．

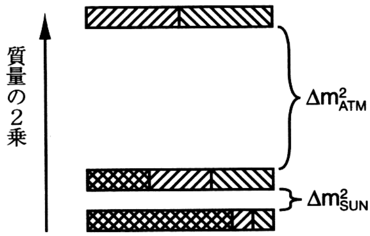


図 10.2 観測された太陽ニュートリノ，原子炉ニュートリノ，大気ニュートリノの香りの混合を説明するニュートリノの質量の自乗のスペクトル．それぞれの質量状態で両方向の斜線は ν_e，右方向の斜線は ν_μ，左方向の斜線は ν_τ の割合の部分を表す．

10.6 マヨラナニュートリノ？

荷電レプトンとクォークは，電荷を持っているのでディラック粒子である．荷電フェルミ粒子とその反粒子は同じ質量を持っていなければならない．その結果，電荷を持つ基本的なフェルミ粒子は 4 成分を持ち，ディラック方程式に従うからである．

ニュートリノは電気的に中性であり，レプトン数保存が明確に課されているわけではないので，ニュートリノの質量の固有状態は粒子と反粒子の重ね合わせである可能性がある．更に，我々が観測するニュートリノはディラック粒子としてのニュートリノや反ニュートリノではなく，同一粒子のヘリシティの異なる 2 つの状態である，と考えることもあらかじめ排除されているわけではない．これをマヨラナ (Majorana) ニュートリノと言う．マヨラナニュートリノの反粒子はマヨラナニュートリノ自身である．このようなシナリオはマヨラナがずっと昔に考えたことである．

この描像では質量の小さなマヨラナニュートリノのほかに質量の大きなマヨラナニュートリノが存在する．素粒子物理の標準模型（第 12 章参照）では，クォークやレプトンに質量を与える仕組みは，同じ粒子ファミリーのフェルミ粒子のクォークとレプトンには同じくらいの質量を与えるであろう ($M_q \approx M_\ell = M_{q,l}$)．標準模型を少し拡張すると，軽いニュートリノの質量 M_ν と重いニュートリノの質量 M_N はディラック質量 $M_{q,l}$ に次のように関係していると考えるのが自然である：

$$M_\nu M_N \approx M_{q,l}^2. \tag{10.30}$$

この関係式の解釈は次のようである．ニュートリノはまず荷電フェルミ粒子と同じくらいにディラック質量を得た．この段階ではニュートリノと反ニュートリノは質量が縮退していた．レプトン数は厳密には保存していないので，粒子と反粒子は混合することができ，その縮退は初期宇宙の多くの相転移の 1 つにおいて解けた．軽いマヨラナニュートリノの質量は小さくなり，重いマヨラナニュートリノの質量は大きくなった．

このマヨラナニュートリノのシナリオは理論家にとって多くの理由から魅力を持っている．このシナリオは，なぜニュートリノの質量が荷電フェルミ粒子の質量よりも何桁も小さいのかを説明することができる．更に，レプトン数の非保存と重いマヨラナニュートリノの崩壊における CP の破れは，宇宙の初期の歴史においてなぜ物質と反物質が非対称になったのかを説明するのに役立つだろう．

現在のところ，ニュートリノの性質を決定することができる実験は 1 種類しかない．それはニュートリノ放出を伴わない 2 重 β 崩壊である．これについては 17.7 節で議論する．

10.7　パリティの破れ

弱い相互作用のユニークな性質の 1 つは，パリティの破れである．これは弱い相互作用の反応は空間の反転に対して不変ではない，ということを意味している．

空間反転によって変化する量の一例は**ヘリシティ**

$$h = \frac{\boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{p}}{|\boldsymbol{s}| \cdot |\boldsymbol{p}|} \tag{10.31}$$

である．ヘリシティはすでに 5.3 節で紹介した．この式の分子は軸性ベクトル（スピン）とベクトル（運動量）のスカラー積である．鏡映反転によりスピンはその方向が変わらないが，運動量は方向を変える．したがって，ヘリシティは擬スカラーであり，パリティ変換演算子がそれに作用すると符号を変える．したがってヘリシティに依存する相互作用は空間反転について不変ではない．

一般に，スピン 1 の粒子の交換で記述される相互作用の演算子は**ベクトル型**ないし**軸性ベクトル型**である．相互作用がパリティを保存するためには，つまり右巻きの粒子と左巻きの粒子に同じように結合するためには，完全にベクトル型であるか完全に軸性ベクトル型である必要がある．例えば電磁相互作用では，ベクトル成分のみが存在することが実験によりわかっている．しかしパリティを破る相互作用においては，行列成分はベクトル成分と軸性ベクトル成分の両方を持っている．それらの結合の強度は 2 つの係数 c_V と c_A によって表される．両者の大きさが近ければ近いほど，パリティの破れが大きくなる．**パリティの最大限の破れ** (maximum parity violation) は両成分の大きさが同じ場合に起きる．(V + A) 相互作用，つまりベクトル成分と軸性ベクトル成分が同じ大きさで足される場合 ($c_\mathrm{V} = c_\mathrm{A}$) には，もっぱら右巻きのフェルミ粒子と左巻きの反フェルミ粒子に結合する．(V − A) 相互作用 ($c_\mathrm{V} = -c_\mathrm{A}$) は，左巻きフェルミ粒子と右巻き反粒子のみに結合する．

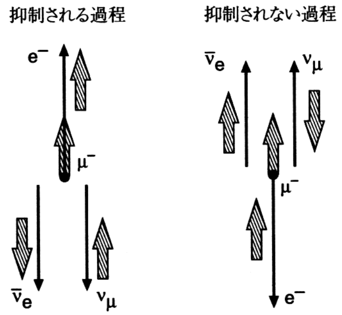
後に示すように，偏極したミューオンの崩壊の際に放出される電子の角度分布はパリティの破れを示す．この崩壊は比 $c_\mathrm{V}/c_\mathrm{A}$ を測定するために使うことができる．そのような実験により，W ボソンのレプトンへの結合の強度は $c_\mathrm{V} = -c_\mathrm{A} = 1$ であっ

た．したがって，荷電流の **V−A 理論**と呼ぶことがある．パリティは最大限に破れている．もしニュートリノないし反ニュートリノが W 交換によって生成された場合には，ニュートリノのヘリシティは負で，反ニュートリノのヘリシティは正である．実際，すべての実験結果は，**ニュートリノは常に左巻きで**，**反ニュートリノは常に右巻き**であることを示している．そのような実験については 17.6 節で述べる．

質量がゼロでない粒子は $\beta = v/c < 1$ であり，上記の考察は変更する必要がある．1 つには，質量がゼロでないフェルミ粒子は右巻きの粒子と左巻きの粒子の重ね合わせである可能性がある．他方では，右巻きの状態と左巻きの状態は反対のヘリシティの寄与を受ける．この効果は β が減少すると増加する．その理由は，ヘリシティは質量がない粒子についてのみローレンツ不変だからである．静止質量がゼロでない粒子については，粒子が「追い越される」ような，つまり運動の方向が逆転しヘリシティが逆符号になるような座標系を見つけることが常に可能である．

■ **CP の保存**　ニュートリノのヘリシティが固定されていると，**C-パリティ** (C-parity)（荷電共役変換 (charge conjugation)）も同時に破れていることが容易にわかる．C-パリティ演算を行うとすべての粒子はそれの反粒子に変わる．したがって，左巻きのニュートリノは左巻きの反ニュートリノに変わる．しかし左巻きの反ニュートリノは自然界では見つかっていない．したがってニュートリノを含むすべての物理過程，一般化して言えばすべての弱い相互作用において，最初から C-パリティは破れている．しかし，空間反転 (P) と荷電共役変換 (C) を組み合わせて CP として作用させると物理的に可能な過程になる．CP 変換では左巻きのニュートリノが右巻きの反ニュートリノになる．この両者は同じ強さで相互作用をする．これを弱い相互作用における **CP の保存**の性質と言う．CP 対称性が保存していない（CP の破れ）例については 14.4 節で議論する．

■ **ミューオンの崩壊におけるパリティの破れ**　パリティの破れのわかりやすい例はミューオンの崩壊 $\mu^- \to \mathrm{e}^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_\mathrm{e}$ である．ミューオンの静止系では，2 つのニュートリノの運動量が平行で電子の運動量に反対向きである場合に電子は最大の運動量を持つ．ここに示すスケッチからわかるように，$(\nu_\mathrm{e}, \bar{\nu}_\mu)$ 対のスピンは相殺されるので，放出された電子のスピンはミューオンのスピンと同じ方向を向いていなければならない．

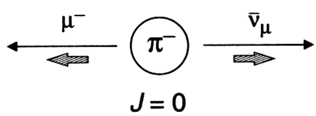


実験によると，偏極ミューオンの崩壊からの電子はミューオンのスピンの方向とは反対の方向に主に放出される（右図）．したがって左巻きである．この左巻きと右巻きの非対称性はパリティの破れの表れである．角度分布からベクトル成分と軸性ベクトル成分の比を決定することができる [Bu85].

■ヘリシティにより抑制されたパイ中間子崩壊　第 2 の例としては電荷を持つパイ中間子の崩壊が挙げられる．電荷を持つ最も軽いハドロンなので，π^- は弱い相互作用のセミレプトン過程により，つまり荷電流によってのみ崩壊する：

$$\pi^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$
$$\pi^- \longrightarrow \mathrm{e}^- + \bar{\nu}_\mathrm{e}$$

崩壊の際の位相空間を考えれば，パイ中間子はミューオンよりも電子へ 3.5 倍多い頻度で崩壊されると期待されるが，2 番目の過程は 1 番目の過程に比べ頻度が 1/8000 である [Br92]．この振舞いはヘリシティの保存を考察すると説明することができる．



パイ中間子の 2 体崩壊なので，重心系では 2 粒子は反対方向に放出される．パイ中間子のスピンはゼロなので，2 つのレプトンのスピンは互いに反対方向を向いていなければならない．したがって，各粒子の進行方向に射影すると，両方とも $+1/2$ か両方とも $-1/2$ かのどちらかである．反ニュートリノのヘリシティは $+1/2$ と決まっているので後者は不可能である．したがってミューオン（ないし電子）スピンの射影は $+1/2$ である．

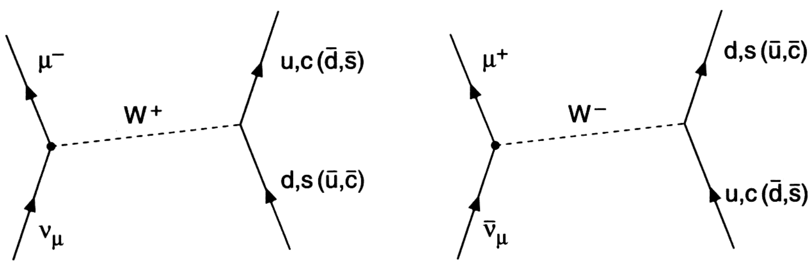
電子とミューオンの質量がゼロであったら，パイ中間子の 2 体崩壊は禁じられていたであろう．質量ゼロの電子ないしミューオンは 100% 右巻きとなる必要がある．しかし，W ボソンは左巻きのレプトンにしか結合しない．実際には，電子やミューオンの質量はゼロではないので，スピンが進行方向を向いていても，右巻きの成分のほかに $1-\beta$ に比例して左巻きの成分を持っている．W ボソンはこの成分に結

合する．電子の質量は小さいのでパイ中間子の崩壊では $1-\beta_e$ はたいへん小さく，$1-\beta_e \approx 1/(2\gamma^2) = 2.6 \times 10^{-5}$ である $(\gamma = E/m_e c^2)$．これに対し $1-\beta_\mu = 0.72$ である．だから電子の左巻き成分はミューオンの左巻き成分よりずっと小さく，電子への崩壊は強く抑制される．

10.8　ニュートリノによる深非弾性散乱

核子によるニュートリノの深非弾性散乱は，核子の中のクォークの分布について電子やミューオン散乱だけでは得られない情報を与える．光子の交換とは違って，ニュートリノ散乱における W ボソンの交換（荷電流）は関与するフェルミ粒子のヘリシティの状態や電荷を識別する．これは核子の中のクォークと反クォークの分布を分離して決定することに使われる．

ニュートリノの深非弾性散乱実験では，ミューオンニュートリノないしはミューオン反ニュートリノが一般に用いられる．これらは 10.7 節で議論したようにパイ中間子や K 中間子の弱い相互作用による崩壊によって得られる．パイ中間子や K 中間子は高エネルギーの陽子ビームを固体のブロックにぶつけることによって大量に生成される．ニュートリノないし反ニュートリノの反応断面積はたいへん小さいので，たいてい標的は厚さが何メートルにもなるもの（例えば鉄）である．深非弾性散乱は標的原子核の中の陽子にも中性子にも起こる．



左巻きのニュートリノが核子によって散乱される場合には，交換される W^+ は負電荷の左巻きのクォーク (d_L, S_L) や負電荷の右巻きの反クォーク $(\bar{u}_R, \bar{c}_R)$ とのみ相互作用する．その際，クォークは同じファミリーの別のクォークになり，反クォークも同じファミリーの反クォークになる．τ 崩壊の場合と同様に，エネルギーが十分大きくてクォークの質量の違いを無視できる場合には，カビボ混合によって複雑になるのを無視することができる．同様に右巻きの反ニュートリノの散乱では，交換される W^- は正電荷の左巻きのクォーク (u_L, c_L) や正電荷の右巻きの反クォーク $(\bar{d}_R, \bar{s}_R)$ とのみ相互作用することができる．

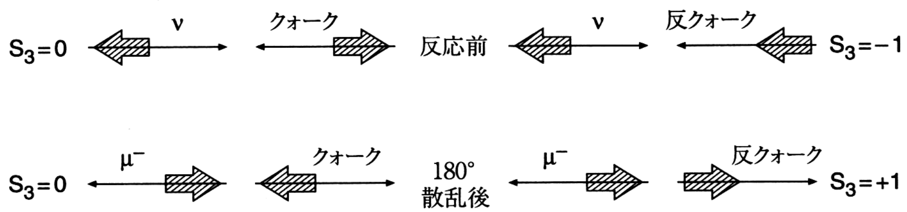
クォークによる散乱と反クォークによる散乱は，散乱後のレプトンの散乱角分布やエネルギー分布の違いによって特徴づけられている．これはニュートリノとクォーク

の重心系での $\theta_{\mathrm{c.m.}} = 180°$ 散乱という極端な場合を考えればもっともであることがわかる（これは 5.3 節におけるモット散乱における考察と同様である）．量子化軸 $\hat{z}$ を入射ニュートリノの運動量方向にとる．W ボソンは左巻きのフェルミ粒子にのみ結合するので，高エネルギーの極限ではニュートリノもクォークも負のヘリシティを持つ．全スピンの $\hat{z}$ 軸への射影は，散乱前も 180° 散乱後も $S_3 = 0$ である．

これは他の散乱角でも成り立つので，つまり散乱は等方的である．一方，左巻きのニュートリノが右巻きの反クォークと相互作用をすると，スピンの射影は散乱前は $S_3 = -1$ であり，180° 散乱後は $S_3 = +1$ である．したがって，角運動量の保存により 180° 散乱は禁じられている．断面積の角度分布は $(1 + \cos\theta_{\mathrm{c.m.}})^2$ に比例する．実験室系ではこれは $(1 - y)^2$ に比例するエネルギー依存性に対応する．ここで

$$y = \frac{\nu}{E_\nu} = \frac{E_\nu - E'_\mu}{E_\nu} \tag{10.32}$$

はクォークに移行されるニュートリノエネルギーの割合である．大きな y は大角度散乱に対応する．反ニュートリノ散乱についても全く同様の考察をすることができる．



ニュートリノ–核子散乱の断面積はニュートリノ–電子散乱 (10.8) の断面積と同様に書くことができる．ただし，相互作用するクォークは核子の運動量の x の割合しか担っていないことと，ニュートリノ–クォークの重心系エネルギーはニュートリノ–核子の重心系エネルギーより因子 x だけ小さい，ということを考慮に入れる必要がある．断面積は

$$\frac{d^2\sigma}{dx\,dy} = \frac{G_{\mathrm{F}}^2}{\pi(\hbar c)^4} \cdot \left(\frac{M_{\mathrm{W}}^2 c^4}{Q^2 c^2 + M_{\mathrm{W}}^2 c^4}\right)^2 \cdot 2M_{\mathrm{p}} c^2 E_\nu \cdot x \cdot K \tag{10.33}$$

となる．ここで

$$K = \begin{cases} d(x) + s(x) + (\bar{u}(x) + \bar{c}(x))(1-y)^2 & (\nu\text{–p 散乱}) \\ \bar{d}(x) + \bar{s}(x) + (u(x) + c(x))(1-y)^2 & (\bar{\nu}\text{–p 散乱}) \end{cases} \tag{10.34}$$

である．

図 10.3 は，x について積分した後の散乱断面積の y 依存性を示すものである．ニュートリノ散乱には 2 つの寄与がある．クォークによる散乱に起因する大きな定数項と，反クォークによる散乱に起因する $(1-y)^2$ で y とともに減少する小さな項である．同様に，反ニュートリノ散乱にはクォークとの相互作用に起因する $(1-y)^2$ 依

存性を持つ大きな項と，反クォークとの相互作用に起因する小さな定数項の寄与がある．式 (10.34) においてクォークの分布関数は反クォークの分布関数よりずっと大きいので，ニュートリノ散乱と反ニュートリノ散乱にこのような差異が生じるのである．

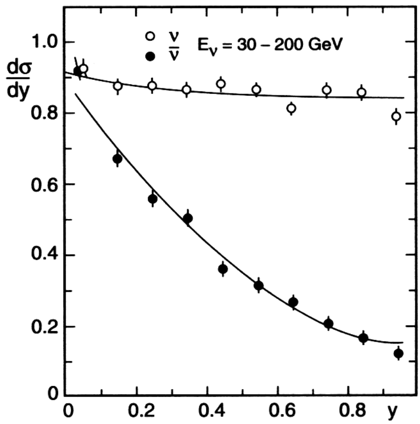


図 10.3　核子によるニュートリノと反ニュートリノの散乱の微分断面積 $d\sigma/dy$ を y の関数として表したもの（縦軸の単位は任意）．

陽子および中性子によるニュートリノと反ニュートリノ散乱のデータを適切に組み合わせると，図 7.7 に示したようにバレンスクォークと海クォークの分布を分離して決定することができる．

【問　題】

1　粒子の反応　粒子の以下のような反応や崩壊が可能かどうかを示せ．どの相互作用が関係するかを述べ，関与するハドロンのクォークの構成要素を図示せよ．

$$\begin{aligned}
\mathrm{p}+\bar{\mathrm{p}} &\longrightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0 + \pi^+ + \pi^- \\
\mathrm{p}+\mathrm{K}^- &\longrightarrow \Sigma^+ + \pi^- + \pi^+ + \pi^- + \pi^0 \\
\mathrm{p}+\pi^- &\longrightarrow \Lambda^0 + \bar{\Sigma}^0 \\
\bar{\nu}_\mu + \mathrm{p} &\longrightarrow \mu^+ + \mathrm{n} \\
\nu_\mathrm{e} + \mathrm{p} &\longrightarrow \mathrm{e}^+ + \Lambda^0 + \mathrm{K}^0 \\
\Sigma^0 &\longrightarrow \Lambda^0 + \gamma
\end{aligned}$$

2　パリティと C-パリティ

(a) 以下の粒子状態のうち，荷電共役演算子 $\mathcal{C}$ の固有状態であるものはどれか，そしてそれらの固有値はいくらか？

$$|\gamma\rangle,\quad |\pi^0\rangle,\quad |\pi^+\rangle,\quad |\pi^-\rangle,\quad |\pi^+\rangle - |\pi^-\rangle,\quad |\nu_\mathrm{e}\rangle,\quad |\Sigma^0\rangle$$

(b) パリティ演算の下で以下の量はどのように振舞うか？（簡単に説明せよ．）

位置ベクトル $\boldsymbol{r}$	運動量 $\boldsymbol{p}$
角運動量 $\boldsymbol{L}$	スピン $\boldsymbol{\sigma}$
電場 $\boldsymbol{E}$	磁場 $\boldsymbol{B}$
電気双極子モーメント $\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{E}$	磁気双極子モーメント $\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{B}$
ヘリシティ$\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p}$	横偏極 $\boldsymbol{\sigma} \cdot (\boldsymbol{p}_1 \times \boldsymbol{p}_2)$

3　f_2 中間子のパリティと C-パリティ　$\mathrm{f}_2(1270)$ 中間子のスピンは 2 である．この中間子は一部，$\pi^+\pi^-$ に崩壊する．

(a) この崩壊を用いて，f_2 のパリティと C-パリティを求めよ．

(b) $\mathrm{f}_2 \to \pi^0\pi^0$ と $\mathrm{f}_2 \to \gamma\gamma$ という崩壊が許容されるかどうかを調べよ．

4　パイ中間子の崩壊と黄金律　部分崩壊幅の比

$$\frac{\Gamma(\pi^+ \to \mathrm{e}^+\nu)}{\Gamma(\pi^+ \to \mu^+\nu)}$$

を計算し，本文中の関連する主張を確かめよ．黄金律より，$\Gamma(\pi \to \ell\nu) \propto |\mathcal{M}_{\pi\ell}|^2 \varrho(E_0)$ が成り立つ．ただし $|\mathcal{M}_{\pi\ell}|$ は遷移行列要素，$\varrho(E_0) = dn/dE_0$ は状態密度（ℓ は荷電レプトン）である．計算は以下の順に進めよ：

(a) 荷電レプトン ℓ^+ の運動量とエネルギーを表す式を m_ℓ と m_π の関数として導出し，$1 - v/c$ の値を数値で求めよ．

(b) $|\mathcal{M}_{\pi\ell}|^2 \propto 1 - v/c$ が成り立つ．このことを用いて行列要素の自乗の比を関与する粒子の質量の関数として表し，その値を数値的に求めよ．

(c) 状態密度の比 $\varrho_\mathrm{e}(E_0)/\varrho_\mu(E_0)$ を関与する粒子の質量の関数として求めよ．運動量空間における状態密度が $dn/d|\boldsymbol{p}| \propto |\boldsymbol{p}|^2$ $(|\boldsymbol{p}| = |\boldsymbol{p}_{\ell+}| = |\boldsymbol{p}_\nu|)$ であることと，$E_0 = E_{\ell+} + E_\nu$ であることを用いよ.「位相空間」がより大きいのはどちらの崩壊か？

(d) (b) と (c) の結果を組み合わせて部分崩壊幅の比を関与する粒子の質量の関数として求めよ．その値を数値的に求め，実験値の $(1.230 \pm 0.004) \times 10^{-4}$ と比較せよ．

第11章 弱い相互作用で交換されるボソン

弱い相互作用がたいへん重いボソンの交換によって媒介されているという仮説は，そのボソンが実験によって検出されるよりずっと前にすでに一般に受け入れられていた．フェルミの β 崩壊の理論の構造は，相互作用が点接触型である，つまり交換されるボソンがたいへん重い粒子でなければならないということを示唆していた．しかし定量的には，実験により W と Z ボソンが検出され [Ar83, Ba83a]，性質が測定されて初めてそれが確認できた．Z^0 ボソンの性質は電磁相互作用と弱い相互作用の混合を示唆している．グラショウ (Glashow)，サラム (Salam)，ワインバーグ (Weinberg) によって 1970 年代初めにつくられた**電弱相互作用** (electroweak interaction) の統一理論はこれによって確証が得られ，今日では素粒子物理の標準模型の基礎となっている．

11.1 W と Z ボソンの実粒子

W または Z ボソンの実粒子を生成するためにはレプトンと反レプトン，あるいはクォークと反クォークを反応させなければならない．そのために必要な重心系エネルギーは $\sqrt{s} = M_{\mathrm{W,Z}}\, c^2$ である．このエネルギーに到達するためには衝突型の粒子ビームを用いると最も効率よい．

e^+e^- 衝突型実験で反応

$$e^+ + e^- \longrightarrow Z^0$$

により Z^0 粒子を生成するには $\sqrt{s} = 2E_e = M_Z c^2$ だけの重心系エネルギーが必要である．SLC（Stanford Linear Collider，スタンフォード線形加速器の衝突型実験）と LEP が 1989 年に稼働して以来それが技術的に可能となり，大量の Z^0 ボソンが生成された．W ボソンは e^+e^- 反応では対としてのみ生成される：

$$e^+ + e^- \longrightarrow W^+ + W^-$$

したがって生成にはずっと高いエネルギー $\sqrt{s} > 2M_W c^2$ が必要である.

1996 年に LEP のビームエネルギーが 86 GeV に上げられた. これにより W の質量の正確な決定と W^+W^- 対の崩壊によってできる粒子の詳しい測定が可能となった.

長年の間, $W^\pm$ または Z^0 ボソンを生成する唯一の可能性は陽子ビームの中のクォークと反クォークを用いる反応

$$u + \bar{u} \longrightarrow Z^0, \quad d + \bar{u} \longrightarrow W^-$$
$$d + \bar{d} \longrightarrow Z^0, \quad u + \bar{d} \longrightarrow W^+$$

だと考えられていた.

しかしながらその際ベクトルボソンの静止エネルギーの半分のエネルギーを持つ 2 つの陽子ビームを衝突させるのでは不十分である. 関与するクォークの重心系エネルギー $\sqrt{\hat{s}}$ がこのボソンの生成に十分でなければならない. 高速で運動している系ではクォークは陽子の運動量 P_p の一部分 xP_p しか担っていない (7.3 節参照). 全運動量のほぼ半分がグルーオンにより担われており, 残りはいくつかのクォークに分配されている. バレンスクォークと海クォークの平均の x は

$$\langle x_v \rangle \approx 0.12, \quad \langle x_s \rangle \approx 0.04 \tag{11.1}$$

である. Z^0 ボソンは 2 つの陽子の正面衝突で反応

$$u + \bar{u} \longrightarrow Z^0$$

によって生成可能であるが, 陽子ビームのエネルギー E_p は

$$M_Z c^2 = \sqrt{\hat{s}} \approx \sqrt{\langle x_u \rangle \langle x_{\bar{u}} \rangle \cdot s} = 2 \cdot \sqrt{0.12 \cdot 0.04} \cdot E_p \tag{11.2}$$

を満たすために $E_p \approx 600$ GeV でなくてはならない.

陽子を**反陽子**にぶつける方が有利で, ビームエネルギーはこの半分くらいでも十分である. というのは, 反陽子の中のバレンスクォーク $\bar{u}$ と $\bar{d}$ は陽子の中のバレンスクォーク u と d と同じ運動量分布を持っているからである. p と $\bar{p}$ は反対の電荷を持っているから, 別々に 2 つの加速リングをつくる必要はなく, 1 つのリングに 2 つのビームを反対方向に走らせることができる. CERN の SPS (Super Proton Synchrotron, スーパー陽子シンクロトロン) は, この実験の際には Sp$\bar{p}$S (Super Proton Antiproton Storage Ring, スーパー陽子反陽子貯蔵リング) と改名されたが, 陽子と反陽子が 318 GeV までのエネルギーで貯蔵された. Tevatron (FNAL) では 900 GeV のビームエネルギーを用いている.

$W^\pm$ と Z^0 ボソンは CERN の UA1 [Ar83] と UA2 [Ba83a, An87] 実験で

$$Z^0 \longrightarrow e^+ + e^-, \quad W^+ \longrightarrow e^+ + \nu_e$$

$$\mathrm{Z}^0 \longrightarrow \mu^+ + \mu^-, \quad \mathrm{W}^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

という崩壊により 1983 年に初めて検出された.

Z^0 ボソンを実験で検出するのは原理的にはたいへん簡単である. 反対方向に飛び去っていく高エネルギーの $\mathrm{e}^+\mathrm{e}^-$ 対ないし $\mu^+\mu^-$ 対を観測する. 図 11.1 は初期の Z^0 事象の 1 つをいわゆる「レゴ (Lego) ダイアグラム」で示したものである. この図ではカロリメーター・セルで測定された横方向エネルギーを入射陽子ビームに対するレプトンの極角と方位角に対してプロットしている.「レゴタワー」の高さはレプトンのエネルギーを表している. 2 つのレプトンのエネルギーの合計が Z^0 の質量に対応する.

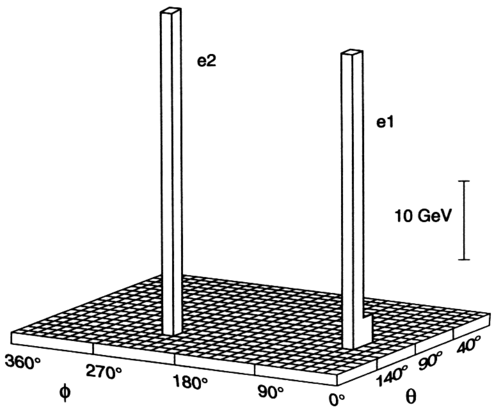


図 11.1 反応 $\mathrm{q}\bar{\mathrm{q}} \to \mathrm{Z}^0 \to \mathrm{e}^+\mathrm{e}^-$ の事象の初期のデータの 1 つを「レゴダイアグラム」によって表したもの. この反応によって CERN で Z^0 ボソンが発見された. この図には電磁カロリメーターで検出された電子と陽電子の横方向エネルギーが極角 θ と方位角 ϕ の関数として示されている [Ba83b]. θ はビーム軸となす角である.

電荷を持つベクトルボソン W の検出はもう少し複雑である. 荷電レプトンは測定器に飛跡を残すが, ニュートリノは検出することができないからである. ニュートリノは運動量収支によって間接的に検出される. 検出されたすべての粒子の**横方向運動量**(ビーム方向に垂直な運動量成分)を足し合わせると, その和はゼロからずれている. この横方向**運動量の欠損** (missing momentum) はニュートリノのせいだと考えることができる.

■ **W ボソンの質量と幅** 荷電レプトンの横方向運動量の分布を用いても $\mathrm{W}^\pm$ の質量を決定することができる. 図 11.2 (a) に示すように W^+ は生成されたとき静止しており, そして e^+ と ν_e に崩壊すると考える. 陽電子の横方向運動量は概算で

$$p_t^{\mathrm{e}^+} \approx \frac{M_\mathrm{W} \cdot c}{2} \sin\theta \tag{11.3}$$

で与えられる．ここで θ は陽電子が放出されるときのビーム軸からの角度である．断面積の p_t あるいは $\cos\theta$ 依存性を考えると，

$$\frac{d\sigma}{dp_t} = \frac{d\sigma}{d\cos\theta}\cdot\frac{d\cos\theta}{dp_t} \tag{11.4}$$

が得られる．これを書き換えると

$$\frac{d\sigma}{dp_t} = \frac{d\sigma}{d\cos\theta}\cdot\frac{2p_t}{M_\mathrm{W}c}\cdot\frac{1}{\sqrt{(M_\mathrm{W}c/2)^2 - p_t^2}} \tag{11.5}$$

となる．図 11.2 (b) に実線の曲線で示されるように断面積は $p_t = M_\mathrm{W}c/2$ でピークを持ち（変数変換のため，**ヤコビアンピーク** (Jacobian peak) とも呼ぶ），それを超えると急に小さくなる．実際には W は生成されたとき静止しておらず，また崩壊幅を持っているので，分布はぼやけている．現在のところ，W の質量と幅の最も正確な値は

$$\begin{aligned} M_\mathrm{W} &= 80.41 \pm 0.10\,\mathrm{GeV}/c^2, \\ \Gamma_\mathrm{W} &= \ \ 2.06 \pm 0.07\,\mathrm{GeV} \end{aligned} \tag{11.6}$$

である．

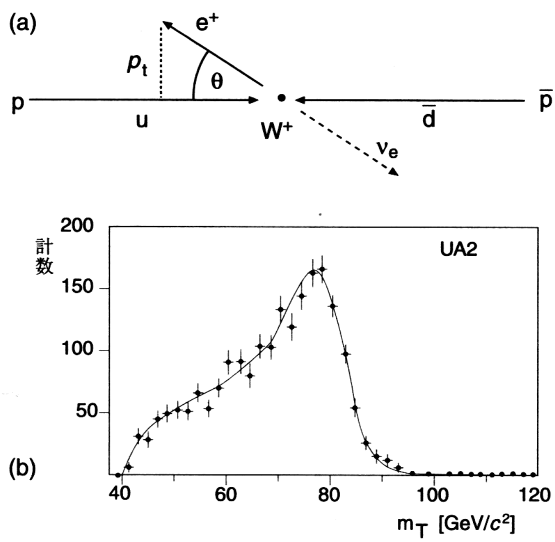


図 11.2　(a) W の崩壊 $\mathrm{W}^+ \to \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e}$ の運動学．e^+ の横方向運動量 p_t の最大値は $M_\mathrm{W}c/2$．(b) 反応 $\mathrm{q}_1 + \bar{\mathrm{q}}_2 \to \mathrm{e}^\pm +$「他の粒子なし」の e^+ と e^- から得られた「横方向質量」$m_t = 2p_t/c$ の分布．CERN の UA2 実験による [Al92b]．

■ Z ボソンの質量と幅　$\mathrm{e}^+\mathrm{e}^-$ 衝突で Z ボソンを生成する断面積は $\mathrm{e}^+\mathrm{e}^-$ 衝突や $\mathrm{p}\bar{\mathrm{p}}$ 衝突で W ボソンを生成する断面積よりもずっと大きいので，Z^0 ボソンの質量と幅

は W ボソンよりもはるかに正確に決定されている．更に，e^+ ビームと e^- ビームのエネルギーは数 MeV の精度でわかっているので，精密測定が可能である．Z^0 ボソンの質量と幅の実験結果は，

$$\begin{aligned} M_Z &= 91.187 \pm 0.007\,\mathrm{GeV}/c^2, \\ \Gamma_Z &= \ \ 2.490 \pm 0.007\,\mathrm{GeV} \end{aligned} \tag{11.7}$$

である [PD98].

■ W ボソンの崩壊　ハドロンやレプトンの荷電流による崩壊において W ボソンは左巻きのフェルミ粒子にのみ結合し（つまりパリティが最大限に破れている），そしてそれらのすべてに同じ強さで結合している（普遍性）ことをすでに学んだ．クォークの結合についてはカビボ回転によって補正がわずかながらあることも学んだ．

もし弱い相互作用の普遍性が成立するならば，W ボソンの実粒子が崩壊する際にもすべての種類のフェルミ粒子–反フェルミ粒子の対が同じ頻度で生成されなければならない．クォーク–反クォーク対の生成の場合には，可能な**色電荷**が 3 種類あるために因子 3 が更に入ってくる．t クォークの生成は質量が大きいので不可能である．したがってフェルミ粒子が様々な質量を持っていることを無視すれば，W^+ ボソンの崩壊の際に $e^+\nu_e$, $\mu^+\nu_\mu$, $\tau^+\nu_\tau$, $u\bar{d}'$, $c\bar{s}'$ が $1:1:1:3:3$ という比で生成されると期待される．ここで状態 $\bar{d}'$ と $\bar{s}'$ はカビボ回転によって得られる弱い相互作用の固有状態である．

W ボソンがどのクォーク–反クォーク対に崩壊したかは，その後のハドロン化の過程があるために実験では常に一意的に決定できるわけではない．それに対し，W ボソンがレプトンに崩壊するチャネルは識別はずっと容易である．上述の推定によれば，それぞれのレプトンに対し崩壊分岐比 1/9 が期待される．実験結果は

$$\begin{aligned} W^\pm \longrightarrow\ & e^\pm + \overset{(-)}{\nu}_e && 10.9 \pm 0.4\% \\ & \mu^\pm + \overset{(-)}{\nu}_\mu && 10.2 \pm 0.5\% \\ & \tau^\pm + \overset{(-)}{\nu}_\tau && 11.3 \pm 0.8\% \end{aligned} \tag{11.8}$$

であり [PD98]，予測とたいへんよく一致している．

■ Z ボソンの崩壊　Z ボソンが W ボソンと同じように弱い相互作用を媒介するのならば，すべてのレプトン–反レプトン対とクォーク–反クォーク対に同じ強さで結合するはずである．したがって 6 つのレプトンチャネルとエネルギー的に可能な 5 つのハドロンチャネルに対し分岐比 $1:1:1:1:1:1:3:3:3:3:3$ が期待される．つまりレプトン–反レプトン対のそれぞれについては 1/21，クォーク–反クォーク対のそれぞれについては 1/7 が期待される．

分岐比を決めるためには適切な測定器によって様々な荷電レプトン対とハドロン崩壊とを識別しなければならない．どのクォーク–反クォーク対のチャネルかは識別できない場合もある．ニュートリノ–反ニュートリノ対への崩壊は直接には検出できない．ニュートリノ–反ニュートリノ対への崩壊の割合を決めるには，それ以外のすべての崩壊の断面積を測って合計し，Z^0 ボソンの全幅と比較する．

スピン依存性を正しく扱うと [Na90]，**ブライト–ウィグナーの公式** (9.8) は

$$\sigma_{i\to f}(s) = 12\pi(\hbar c)^2 \cdot \frac{\Gamma_i \cdot \Gamma_f}{(s - M_Z^2c^4)^2 + M_Z^2c^4\Gamma_{\text{tot}}^2} \tag{11.9}$$

の形に書き直される．ここで Γ_i は始めのチャネルの部分幅（$Z^0 \to e^+e^-$ という崩壊の部分幅）であり，Γ_f は終わりのチャネルの部分幅である．Z^0 の全幅は，すべての可能なフェルミオン–反フェルミオン対への崩壊の部分幅の和である：

$$\Gamma_{\text{tot}}(Z^0) = \sum_{\text{全フェルミ粒子 f}} \Gamma(Z^0 \to f\bar{f}). \tag{11.10}$$

終わりのチャネルのそれぞれについて，ピークの位置が $\sqrt{s} = M_Z c^2$ で全幅が Γ_{tot} であるような共鳴曲線が得られる．その高さは部分幅 Γ_f に比例する．部分幅 Γ_f は実験により，そのチャネルの事象と Z^0 の生成・崩壊のすべての事象の数の比から決定される．

LEP と SLC の実験の解析から，次のような分岐比が得られている [PD98]：

$$\begin{aligned}
Z^0 \longrightarrow\ & e^+ + e^- && 3.366 \pm 0.008\% \\
& \mu^+ + \mu^- && 3.367 \pm 0.013\% \\
& \tau^+ + \tau^- && 3.360 \pm 0.015\% \\
& \nu_{e,\mu,\tau} + \overline{\nu}_{e,\mu,\tau} && 20.01 \pm 0.16\% \\
& \text{ハドロン} && 69.90 \pm 0.15\%
\end{aligned} \tag{11.11}$$

荷電レプトンへの崩壊とニュートリノへの崩壊の確率は明らかに異なっている．つまり Z^0 ボソンの結合は，電荷に依存しているようである．Z^0 ボソンは単に「中性な W ボソン」ではない．W ボソンがすべてのフェルミ粒子に同じ強さで結合するのに対し，Z^0 ボソンはもっと複雑な相互作用を媒介している．

11.2　電弱相互作用の統一

Z^0 ボソンの性質は**電弱相互作用**の理論によってたいへんよく記述される．サラムとワインバーグが発展させたこの理論の枠組みにおいては，電磁相互作用と弱い相互作用は 1 つの相互作用の 2 つの面としてとらえられる．

■**弱いアイソスピン** 電弱相互作用の理論は強い相互作用におけるアイソスピンと同様に，**弱いアイソスピン** (weak isospin) T という量子数を導入することによってうまく記述される．左巻きのクォークとレプトンのそれぞれのファミリーはフェルミ粒子の 2 重項をつくり，W ボソンの放出ないし吸収によって互いに移り変わることができる．1 つのファミリーの中の 2 つのフェルミ粒子の電荷 $z_f \cdot e$ は常に 1 単位だけ異なる．弱いアイソスピン $T = 1/2$ とその第 3 成分 $T_3 = \pm 1/2$ をそれらに指定する．右巻きの反フェルミ粒子と左巻きのフェルミ粒子は T_3 と z_f の符号が逆である．一方，右巻きのフェルミ粒子（および左巻きの反フェルミ粒子）は W ボソンに結合しない．これらは 1 重項 $(T = T_3 = 0)$ として記述される．つまりそれぞれのファミリーにおいて，左巻きのレプトンと（カビボ回転をした）左巻きのクォークが合計 2 組の 2 重項をつくる．そのほかにそれぞれのファミリーにおいて右巻きのフェルミ粒子から成る 1 重項が 3 つある．

表 11.1 電弱相互作用の多重項．d′, s′, b′ クォークは一般化されたカビボ回転（小林–益川行列）によって質量の固有状態からつくられる．弱いアイソスピン T の 2 重項は括弧に入れてまとめてある．それぞれの 2 重項における 2 つの状態は電荷が素電荷 e 1 つ分だけ異なっている．第 3 成分 T_3 の符号は，差 $z_f - T_3$ が各 2 重項の中で一定になるように決めてある．

	フェルミ粒子多重項			T	T_3	z_f
レプトン	$\begin{pmatrix}\nu_e \\ e\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}\nu_\mu \\ \mu\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}\nu_\tau \\ \tau\end{pmatrix}_L$	1/2	+1/2 −1/2	0 −1
	e_R	μ_R	τ_R	0	0	−1
クォーク	$\begin{pmatrix}u \\ d'\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}c \\ s'\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}t \\ b'\end{pmatrix}_L$	1/2	+1/2 −1/2	+2/3 −1/3
	u_R	c_R	t_R	0	0	+2/3
	d_R	s_R	b_R	0	0	−1/3

■**ワインバーグ角** 弱いアイソスピンの定式化の記述を更に続けよう．荷電流による反応の際に T_3 が保存されることを要求すると，W^- ボソンは量子数 $T_3\,(W^-) = -1$，W^+ ボソンは量子数 $T_3(W^+) = +1$ を持たなければならない．そうすると，このほかに $T = 1, T_3 = 0$ であるような第 3 の状態が存在するはずである．その状態は $W^\pm$ と同じ強さ g でフェルミ粒子の 2 重項に結合する．この状態は W^+ や W^- とともに弱いアイソスピンの 3 重項を形成する．これを $\mathbf{W^0}$ と呼ぶことにする．

この W^0 は Z^0 と同一ではない．すでに見てきたように，Z^0 の結合は電荷にも依存するからである．ここで弱いアイソスピンの 1 重項 $(T = 0, T_3 = 0)$ である状態

$\mathbf{B^0}$ の存在を仮定しよう．B^0 の結合強度は3重項（W^+, W^0, W^-）の結合強度と同じである必要はない．B^0 に関する弱荷を g' と表す．B^0 と W^0 はフェルミ粒子の弱いアイソスピンを変えないで，つまりフェルミ粒子の種類を変えないでフェルミ粒子に結合する．

実験によって電気的に中性な2つのベクトルボソン（光子と Z^0）が実際に知られている．電弱統一理論の基本的な考えは，光子と Z^0 を互いに直交した B^0 と W^0 の線形結合として記述することである．この混合は，クォークの混合がカビボ角によって式 (10.18) で表されるのと同様に，いわゆる**電弱混合角** (electroweak mixing angle) θ_W（**ワインバーグ角** (Weinberg angle) とも言う）による回転として表される：

$$|\gamma\rangle = \cos\theta_W|B^0\rangle + \sin\theta_W|W^0\rangle,$$
$$|Z^0\rangle = -\sin\theta_W|B^0\rangle + \cos\theta_W|W^0\rangle. \tag{11.12}$$

ワインバーグ角 θ_W，**弱荷** g, g'，電荷 e は，光子は左巻きおよび右巻きのフェルミ粒子の電荷に結合するがニュートリノには結合しない，という条件によって与えられる．その結果 [Na90]

$$\tan\theta_W = \frac{g'}{g}, \quad \sin\theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}}, \quad \cos\theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2+g'^2}} \tag{11.13}$$

が得られる．電磁相互作用の電荷は

$$e = g\cdot\sin\theta_W \tag{11.14}$$

で与えられる．ワインバーグ角は例えば ν–e 散乱や，e^+e^- 散乱における電弱干渉や，Z^0 の幅や，$W^\pm$ と Z^0 の質量比 [Am87, Co88] から決めることができる．そのような解析を組み合わせると，

$$\sin^2\theta_W = 0.23124 \pm 0.00024 \tag{11.15}$$

という結果が得られる [PD98]．したがって弱い相互作用の結合強度（$\alpha_W \propto g\cdot g$）は，電磁相互作用の結合強度 ($\alpha \propto e\cdot e$) より約4倍強い．弱い相互作用が低エネルギーでは実質的にわずかな強度しかないのは，行列要素 (10.3) の中の伝播関数のせいである．

ワインバーグの混合により相互作用はやや複雑になっている．W ボソンはすべてのクォークとレプトンに同じ強さで結合する（普遍性）が，常に左巻きの粒子と右巻きの反粒子にしか結合しない（パリティの最大限の破れ）．これに対し，Z^0 ボソンの結合では，基本的なフェルミ粒子の電荷も役割を担っている．Z^0 がフェルミ粒子 f に結合する強度は，

$$g_Z(\mathrm{f}) = \frac{g}{\cos\theta_W}\cdot\hat{g}(\mathrm{f}) \quad \text{ただし} \quad \hat{g}(\mathrm{f}) = T_3 - z_\mathrm{f}\sin^2\theta_W. \tag{11.16}$$

ここで z_f は素電荷 e を単位としたフェルミ粒子の電荷である．

■ **W と Z ボソンの質量の比** 電弱統一理論により，W ボソンと Z ボソンの質量は，これらの粒子が実験で発見されるより前にかなりよく予言することができた．式 (10.4) と (11.14) によると，電磁相互作用の結合定数 α と，フェルミ定数 G_{F} および W ボソンの質量 M_{W} は，

$$M_{\mathrm{W}}^2 c^4 = \frac{4\pi\alpha}{8\sin^2\theta_{\mathrm{W}}} \cdot \frac{\sqrt{2}\,(\hbar c)^3}{G_{\mathrm{F}}} \tag{11.17}$$

によって結びつけられている．その際，場の量子論では,「定数」α と $\sin^2\theta_{\mathrm{W}}$ はエネルギー領域によってわずかながら変わる（**くり込み**）ことを考慮に入れなければならない [El82, Fa90]．式 (11.17) の質量領域では $\alpha \approx 1/128$, $\sin^2\theta_{\mathrm{W}} \approx 0.231$ である．Z ボソンの質量は

$$\frac{M_{\mathrm{W}}}{M_{\mathrm{Z}}} = \cos\theta_{\mathrm{W}} \approx 0.88 \tag{11.18}$$

という関係式によって固定されている．これは実験から得られた質量（式 (11.6) と (11.7)）の比の値，

$$\frac{M_{\mathrm{W}}}{M_{\mathrm{Z}}} = 0.8818 \pm 0.0011 \tag{11.19}$$

とよく一致している．この実験値から得られる $\sin^2\theta_{\mathrm{W}}$ の値は，他の種類の実験から得られた値とたいへんよく一致している．式 (11.15) の値は，すべての実験結果をまとめたものである．

■ **Z^0 の幅の解釈** 電子–陽電子衝突により Z^0 ボソンの生成が詳細に研究され，電弱統一の標準模型の予言がたいへん正確に検証できるようになった．

Z^0 のフェルミ粒子 f への結合は式 (11.16) で定義された $\hat{g}(\mathrm{f})$ という量に比例している．$\mathrm{Z}^0 \to \mathrm{f}\bar{\mathrm{f}}$ というある崩壊の部分幅 Γ_{f} はヘリシティのそれぞれの状態に対応する 2 つの部分の和である：

$$\Gamma_{\mathrm{f}} = \Gamma_0 \cdot \left[\hat{g}_{\mathrm{L}}^2(\mathrm{f}) + \hat{g}_{\mathrm{R}}^2(\mathrm{f})\right]. \tag{11.20}$$

ここで

$$\Gamma_0 = \frac{G_{\mathrm{F}}}{3\pi\sqrt{2}\,(\hbar c)^3} \cdot M_{\mathrm{Z}}^3 c^6 \approx 663\,\mathrm{MeV}. \tag{11.21}$$

左巻きのニュートリノは $T_3 = 1/2, z_{\mathrm{f}} = 0$ なので,

$$\hat{g}_{\mathrm{L}}(\nu) = \frac{1}{2} \tag{11.22}$$

である．右巻きのニュートリノは，我々の知る限りでは，自然界に存在しない．もし存在しても，$T_3 = z_{\mathrm{f}} = \hat{g}_{\mathrm{R}} = 0$ であり，したがって標準模型の相互作用には関与しない．そこで，それぞれの種類の $\nu\bar{\nu}$ 対の全幅への寄与は,

$$\Gamma_\nu = \Gamma_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \approx 165.8\,\mathrm{MeV} \tag{11.23}$$

である．d, s, b クォークは $T_3 = -1/2$（左巻き）ないし $T_3 = 0$（右巻き）であり，$z_f = -1/3$ なので，

$$\hat{g}_L(\mathrm{d}) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\sin^2\theta_W, \quad \hat{g}_R(\mathrm{d}) = \frac{1}{3}\sin^2\theta_W \tag{11.24}$$

が得られる．s, b クォークも同様である．クォーク–反クォーク対は 3 つの色の組み合わせ ($\mathrm{r\bar{r}}$, $\mathrm{g\bar{g}}$, $\mathrm{b\bar{b}}$) で生成されうることを考慮すると，d, s, b クォークの全寄与は

$$\Gamma_d = \Gamma_s = \Gamma_b = 3 \times 122.4\,\mathrm{MeV} \tag{11.25}$$

である．同様に u, c クォークの寄与は

$$\Gamma_u = \Gamma_c = 3 \times 94.9\,\mathrm{MeV} \tag{11.26}$$

である．荷電レプトンの寄与は

$$\Gamma_e = \Gamma_\mu = \Gamma_\tau = 83.3\,\mathrm{MeV} \tag{11.27}$$

である．$\nu\bar{\nu}$ 対への崩壊は実験において直接は検出できないが，全幅への寄与として現れる．クォークや荷電レプトンがゼロでない質量を持つことを考慮しても，Z ボソンの質量に比べてそれらの質量が小さいので補正はわずかである．

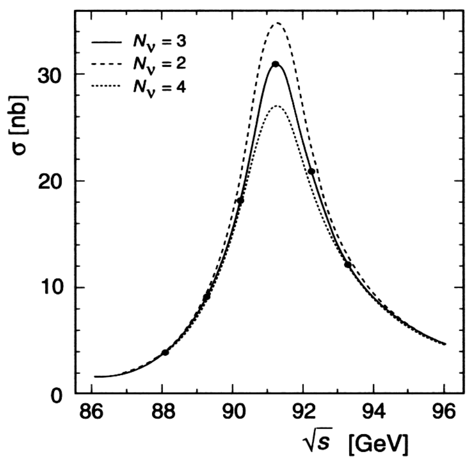


図 11.3　Z^0 共鳴の近傍での反応 $e^+e^- \to$ ハドロンの断面積．ここに示したデータは CERN の OPAL 実験の結果である [Bu91]．共鳴の幅の測定値から式 (11.9) により全崩壊幅が得られる．軽いレプトンの種類が多ければ多いほど，全断面積のうちハドロンが生成される割合が小さくなる．図中の曲線は質量がゼロのニュートリノが 2, 3, 4 種類あったとしたときの理論的な予測値である．共鳴の幅は測定値に合わせてある．

知られているすべてのクォークとレプトンを取り入れて計算すると，全幅は 2418 MeV になる．場の量子論による高次の過程の補正（輻射補正）をすると，幅は

$$\Gamma_{\mathrm{tot}}^{\text{理論}} = 2497 \pm 6\,\mathrm{MeV} \tag{11.28}$$

と予測される [La95]. この値は実験値 (11.7)

$$\Gamma_{\mathrm{tot}}^{\text{実験}} = 2490 \pm 7 \text{ MeV} \tag{11.29}$$

とたいへんよく一致する.

荷電レプトン対への崩壊数の割合は, 式 (11.27) の幅と (11.28) の幅の比に等しくなければならない：

$$\frac{\Gamma_{\mathrm{e},\mu,\tau}}{\Gamma_{\mathrm{tot}}} = 3.37\%. \tag{11.30}$$

実験によって決定された分岐比 (11.11) は理論値とたいへんよく一致する.

もし Z^0 に結合する4種類目の軽いニュートリノが存在するならば, 全幅は166 MeVだけ更に大きくなるはずである. したがって, この実験結果から「**軽い**」ニュートリノは3種類のみ存在する（図 11.3）ということを結論できる. このことは, 3世代のクォークとレプトンのみが存在するということを示していると解釈することができる.

■**対称性の破れ** 電弱統一の理論はこのように成功を収めたが, その美しさを損なう重大な問題が1つある. ワインバーグ回転 (11.12) によって記述されるような状態の混合は, 状態が似かよったエネルギー（質量）を持っているときに起こるはずである. しかし光子は質量がゼロで, W や Z ボソンはたいへん大きな質量を持っている. どうしてそうなりうるのか, は素粒子物理の中心的な, 未だ解決していない問題である.

その答えは, 相転移の物理で知られている概念である**自発的対称性の破れ** (spontaneous symmetry breaking), つまり非対称な真空の基底状態に関係しているかもしれない. この概念の最もよく知られた例は鉄の磁気的性質と**超伝導のマイスナー** (Meissner) **効果**（マイスナー–オクセンフェルト (Meissner–Ochsenfeld) 効果）である.

■対称性の破れがどのように質量をつくり出しうるかを説明するために, 強磁性について考え, それから類推することにする. 鉄はキュリー (Curie) 温度以上では常磁性である. そしてバレンス電子（価電子）のスピンの方向は等方的である. スピンの方向を変えるのに力は必要ではない. 磁気的相互作用を媒介するものは, 空間の回転に関しては質量がゼロだと考えることができる. 温度がキュリー点より下がると, 相転移が起こり鉄は強磁性になる. 価電子のスピンないし磁気モーメントは自発的にある方向に揃うが, この方向はあらかじめ決められていたわけではない. 強磁性体における空間はもはや等方的ではなく, ある方向に向きやすくなる. スピンをこの方向から別の方向へ向けるには力を使わなくてはならない. したがって, 回転に関しては, 磁気的相互作用を媒介するものは質量を持っている. これを**自発的対称性の破れ**と言う.

マイスナー効果は, 外部には磁場があっても超伝導体の内部には磁場がないという効果であるが, これは対称性の破れによる粒子の質量の生成の更に良い類比と言える. 超伝導体の相転移温度以上では磁場は導体の中に自由に入ってくるが, 超伝導への相転移が起こると, 磁場は超伝導体から押し出される. 外部磁場は超伝導体の表面でのみ浸入することができ, 内部では指数関数的に減衰する. 超伝導体の中にいる観測者から見れば, この効果は磁場の到達距離が

超伝導体の中では有限であると説明できるであろう．湯川の核力の議論（16.3 節参照）の場合と同様に，観測者はこの磁場の光子はゼロでない質量を持っていると考えるだろう．

この過程ではどこに自発的対称性の破れがあるのだろうか？ 超伝導体では次のようなことが起こる：臨界温度以下では伝導電子から**クーパー** (Cooper) **対**が形成され，それらの相関によって特定のエネルギー状態ができる．これが超伝導の基底状態のエネルギーである．超伝導体の中にいる観測者から見れば，超伝導体の基底状態は真空の基底状態である．温度が下がると，超伝導体の中に電流が発生して外部の磁場を打ち消すので超伝導体の中から磁場がなくなる．相関のあるクーパー対がこの電流を起こしている．強磁性体においてスピンがその方向をもはや自由に選べないのと同様に，超伝導体ではクーパー対の位相が他のクーパー対の位相によって固定される．この効果が基底状態の対称性の破れに対応する．

Englert と Brout [En64] および Higgs [Hi64] によって独立に提案された理論的模型によると，Z^0 と $W^{\pm}$ ボソンの質量をマイスナー効果の類推で説明することができる．この模型ではいわゆるヒッグス (Higgs) 場を仮定している．それは，ここで用いている例で言えば，超伝導の場合の相関のあるクーパー対の基底状態に対応するものである．十分温度が高ければ，つまりエネルギーが高ければ，Z^0 と $W^{\pm}$ ボソンは光子と同じで質量ゼロである．相転移のエネルギー以下では，これらのボソンの質量がヒッグス場によってつくられる．これはマイスナー効果における「光子質量」と同様である．

Z^0 と $W^{\pm}$ ボソンの質量は宇宙における位置と方向に無関係であるべきだから，ヒッグス場はスカラーでなければならない．したがって電弱統一理論では 4 つのヒッグス場があって，それぞれが 1 つのボソンに対応している．系が冷えたときヒッグス場の量子である**ヒッグスボソン**のうち 3 つは Z^0 と $W^{\pm}$ に吸収された．そしてその際に質量を得た．光子は質量ゼロのままであるので，自由なヒッグスボソンがまだ 1 つ存在しているはずである．

ヒッグス場の存在は，今日の素粒子物理の解釈に本質的な意味を持っている．未だ吸収されていないヒッグスボソンを探すことが，CERN で新たに建設された陽子–陽子衝突型加速器 **LHC** (Large Hadron Collider) の主目的の 1 つである．ヒッグスボソンの存在を実験的に証明することができれば電弱統一の**グラショウ–サラム–ワインバーグ理論**が完全に確認できたことになる．一方，ヒッグスボソンがもし存在しなければ，全く新しい理論的な概念が必要となるであろう．現在の状況は 19 世紀の終わり頃と比較することができるであろう．当時は物理の解釈のためにエーテルの存在が同じように重要な意味を持っていたのである．

【問　題】

1　**ニュートリノの世代数**　CERN の LEP 貯蔵リングにおいて，重心系エネルギー約 91 GeV の電子–陽電子対消滅によって Z^0 ボソンが生成され，それがフェルミ粒子対に崩壊した ($e^+e^- \to Z^0 \to f\bar{f}$)．以下の OPAL 実験の測定値を用いて，軽いニュートリノ (m_ν <

$m_{Z^0}/2$) がちょうど 3 種類あるという主張を確認せよ．共鳴曲線 (11.9) の測定値より，$\sigma_{\rm had}^{\rm max} = 41.45 \pm 0.31\,{\rm nb}$，$\Gamma_{\rm had} = 1738 \pm 12\,{\rm MeV}$，$\Gamma_\ell = 83.27 \pm 0.50\,{\rm MeV}$，$M_{\rm Z} = 91.182 \pm 0.009\,{\rm GeV}/c^2$ が得られた．ここではすべてのクォークの終状態が 1 つの幅 $\Gamma_{\rm had}$ にまとめられている．Γ_ℓ は Z^0 から（1 種類の）荷電レプトンへの崩壊幅である．ニュートリノの世代数 N_ν を求める式を導き，本文中の比 Γ_ν/Γ_ℓ を用いて計算せよ．実験誤差から N_ν の誤差を推定せよ．

第 12 章

標準模型

本当でないとしても，よくできた話だ．

ジョルダーノ・ブルーノ

『英雄的狂気』

科学には常に限界がある．しかし永遠の限界というものはない．

P. デュ・ボア–レーモン

『自然認識の限界について』

素粒子物理の**標準模型** (standard model) は電弱相互作用の統一理論と量子色力学から成っている．以下では，それぞれの粒子や相互作用についてこれまでの章で学んできたことをもう一度まとめる．

- 重力のほかに，3 種類の基本的な相互作用があり，それらの構造は似かよっている．それぞれの相互作用はベクトルボソンの交換により媒介されている．

相互作用	何に結合するか	交換される粒子	質量 (GeV/c^2)	J^P
強い相互作用	色電荷	8 種類のグルーオン (g)	0	1^-
電磁相互作用	電荷	光子 (γ)	0	1^-
弱い相互作用	弱荷	$\mathrm{W}^{\pm}$, Z^0	$\approx 10^2$	1

  グルーオンは色を持っており，それゆえグルーオン同士も相互作用する．弱い相互作用のボソンは弱荷を持っており，同じようにボソン同士が結合する．

- 交換されるボソンの他にも知られている基本的な粒子がある．それはクォークとレプトンである．これらはスピン 1/2 の粒子，つまりフェルミ粒子である．質量によって 3 つの「ファミリー」ないし「世代」に分類される．

フェルミ粒子	ファミリー 1	2	3	電荷	色	弱いアイソスピン 左巻き	右巻き	スピン
レプトン	ν_e e	ν_μ μ	ν_τ τ	0 −1	—	1/2	— 0	1/2
クォーク	u d	c s	t b	+2/3 −1/3	赤，青，緑 (r, b, g)	1/2	0 0	1/2

それぞれのフェルミ粒子に対して反フェルミ粒子が存在する．質量は同じであるが，電荷，色，および弱いアイソスピンの第3成分は反対である．
実験によって測られた Z^0 共鳴の幅から，4つ目の質量がゼロのニュートリノは存在しない，そしてフェルミ粒子の第4世代はない（少なくとも質量の小さいニュートリノを伴う第4世代のフェルミ粒子は存在しない）ということがわかっている．

- 光子は質量がないので，電磁相互作用の到達距離は無限である．弱い相互作用の到達距離は，交換されるボソンの質量が大きいので 10^{-3} fm しかない．グルーオンの質量はゼロである．しかし強い相互作用の実効的な到達距離はグルーオン同士が相互作用するために有限である．距離が大きくなると色の場のエネルギーが増加する．1 fm 以上の距離では，色の場のエネルギーは実のクォーク–反クォーク対を生成することができるほど大きい.「自由」粒子は常に無色でなければならない．
- 電磁相互作用と弱い相互作用は，電弱相互作用という1つの相互作用の2つの側面として解釈することができる．電磁相互作用の電荷と弱い相互作用の弱荷は式 (11.14) のワインバーグ角によって結びつけられている．
- 相互作用に際しては様々な**保存則**が成り立つ．
  - 3つの相互作用のいずれの場合にも，エネルギー (E)，運動量 $(\boldsymbol{p})$，角運動量 $(\boldsymbol{L})$，電荷 (Q)，色，バリオン数 (B)，および3つのレプトン数 L という物理量が保存する．
  - パリティPとCは，強い相互作用と電磁相互作用では保存するが，弱い相互作用では保存しない．弱い相互作用の荷電流は，左巻きのフェルミ粒子と右巻きの反フェルミ粒子にのみ結合するので最大限にパリティが破れている．中性の荷電流は右巻きおよび左巻きのフェルミ粒子と反フェルミ粒子に異なる強さで結合するので，パリティが部分的に破れている．組み合わせて得られるCPパリティについては，それが破れる例が2つだけ知られている．
  - 弱い相互作用の荷電流によってのみクォークが他のクォーク（つまり異なる香りを持つクォーク）に変化し，レプトンが他のレプトンに変化する．それ

以外の相互作用では香りを決定する量子数（アイソスピンの第 3 成分 (I_3),
ストレンジネス (S), チャーム (C) など）は保存する.

– 強い相互作用ではアイソスピンの大きさ (I) は保存する.

レプトンファミリー内での許容遷移が図 12.1 に示してある. ここではレプトンの弱い相互作用の固有状態間の遷移（左図）とレプトンの質量演算子の固有状態間の遷移（右図）として示してある. 同様にクォークファミリー内での遷移が図 12.2 に示してある. ここではクォークの弱い相互作用の固有状態間の遷移（左図）とクォークの香りの固有状態間の遷移（右図）として示してある. これらの図は, 原子, 原子核, ハドロンのスペクトロスコピーよりも基本的な新しいスペクトロスコピーが始まることを示唆しているのかもしれない.

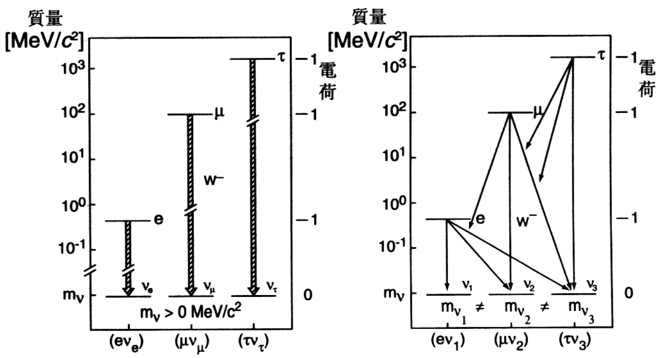


図 12.1 レプトン状態間の荷電流による遷移. 左図はレプトンの弱い相互作用の固有状態, 右図はレプトンの質量演算子の固有状態に関するものである.

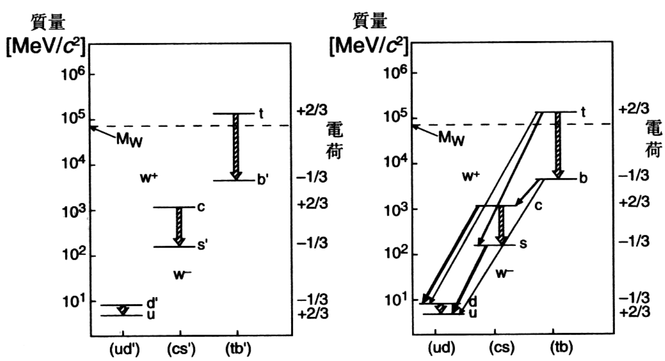


図 12.2 クォーク状態間の荷電流による遷移. 左図はクォークの弱い相互作用の固有状態, 右図はクォークの質量演算子の固有状態に関するものである. 矢印の太さは結合の強さを示している. t クォークの質量はたいへん大きいので W$^+$ ボソンの実粒子を放出して崩壊する.

以上をまとめると，実験結果は標準模型の仮定と定量的にたいへんよい一致を示している．標準模型における仮定とは，弱いアイソスピンに関してフェルミ粒子を左巻きの2重項と右巻きの1重項に分類すること，左巻きおよび右巻きのフェルミ粒子への Z^0 の結合強度，クォークファミリーの色による3重性，そして $W^{\pm}$ と Z^0 の質量比である．このようにして物質の基本的な構成要素とその相互作用の自己完結した描像が得られている．

しかし，現在の標準模型には不満足な点も多い．多くの数の自由パラメータ（数え方によって21個ないしそれ以上 [Na90]）がある．例えばフェルミ粒子とボソンの質量，相互作用の結合定数，カビボ–小林–益川行列やポンテコルボ–牧–中川–坂田行列の係数である．こうしたパラメータは標準模型から得られるものではなく，実験によって求めて模型に組み入れなければならないのである．

全く解決していない多くの問題がある．なぜフェルミ粒子にちょうど3つのファミリーがあるのか？ フェルミ粒子やW, Zボソンの質量はどのようにして発生するのか？ ヒッグスボソンは存在するのか？ それぞれのフェルミ粒子のファミリー内で，（強い，電磁および弱い）電荷の大きいフェルミ粒子の方が質量が大きいのは偶然か？ バリオン数およびレプトン数の保存は厳密に成り立つか？ CPの破れの原因は何か？ ポンテコルボ–牧–中川–坂田行列によって記述されるレプトンファミリーの混合は何に起因するものか？ カビボ–小林–益川行列によって記述されるクォークファミリーの混合は何に起因するものか？ なぜちょうど4種類の相互作用があるのか？ それぞれの相互作用の結合定数はどのようにして決まるのか？ 電磁相互作用と弱い相互作用を統一したように，強い相互作用と電弱相互作用を統一することができるか？ そこへ重力相互作用をも取り込むことができるか？

このような疑問は，物理の研究者がこれまでに物質の構成要素を解析してきた経験を反映している．固体から分子，原子，原子核，ハドロン，そしてクォークへと研究を進める過程で，いつも新しい基本的な粒子を発見してきた．物理の研究者が「なぜ？」という質問をするのは，観測された現象には更に基本的な原因があるのではないかと推測されるからである．この推測は実験によってのみ検証することができる．

自然は常にひどく複雑に見えるが，よく観察すると系統性があり，
理論を組み立てると明晰さが増してきて，ものごとは単純になる．
リチャード・P・ファインマン [Fe85]

第II部

合成 ― 複合系をつくる

自然をくま手で掃きだすことはできるが,
自然は常に戻ってくる.

ホラディウス
『書簡集』I, XX

第13章

クォーコニウム

「類推すること」は，おそらく物理学研究者が新しい現象を理解したり，研究の新しい分野を開いたりする際に用いる最も有効な考え方の手法であろう．例えば 20 世紀の初期にアーネスト・ラザフォードとニールス・ボーアは，原子を小型の太陽系のようなものと見なし，太陽のまわりを惑星がまわっているように原子核のまわりを電子がまわっていると考えた．

V.L. テレグディ [Te62]

この章では，クォークが束縛されてハドロンが形成されている様子を考察する．最も簡単な例は重いクォークと反クォークの対（$c\bar{c}$ と $b\bar{b}$）である．これらは**クォーコニウム** (quarkonium) と呼ばれている．クォークの質量が大きいので，非相対論的近似を使うことができる．クォーコニウムが強い相互作用による束縛状態であるのに対し，**水素原子** (hydrogen atom) と**ポジトロニウム** (positronium) は電磁相互作用による束縛状態であるが，類似性がある．

13.1 水素原子とポジトロニウムの類似性

原子の最も単純な束縛状態は水素原子である．水素原子は 1 つの陽子と 1 つの電子から形成されている．束縛状態とそのエネルギー準位は第 1 近似としては，非相対論的なシュレーディンガー (Schrödinger) 方程式により計算できる．静的クーロンポテンシャル $V_C \propto 1/r$ はハミルトニアンの中に次のように取り入れられる：

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\triangle - \frac{\alpha\hbar c}{r}\right)|\psi(\boldsymbol{r})\rangle = E|\psi(\boldsymbol{r})\rangle. \qquad (13.1)$$

ここで α は電磁相互作用の結合定数で，微細構造定数である：

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}.$$

固有状態は，動径波動関数のノードの数 N と軌道角運動量 ℓ によって特徴づけられる．クーロンポテンシャルの場合には，$n = N + \ell + 1$ が等しい状態は縮退しており，n は**主量子数** (principal quantum number) と呼ばれる．許されるエネルギー準位 E_n は

$$E_n = -\frac{\alpha^2 mc^2}{2n^2} \tag{13.2}$$

である．ここで m は系の換算質量である：

$$m = \frac{M_\mathrm{p} m_\mathrm{e}}{M_\mathrm{p} + m_\mathrm{e}} \approx m_\mathrm{e} = 0.511\,\mathrm{MeV}/c^2. \tag{13.3}$$

水素の基底状態 ($n = 1$) のエネルギーは $E_1 = -13.6\,\mathrm{eV}$ である．**ボーア半径** r_b は

$$r_\mathrm{b} = \frac{\hbar \cdot c}{\alpha \cdot mc^2} \approx \frac{197\,\mathrm{MeV}\cdot\mathrm{fm}}{137^{-1}\cdot 0.511\,\mathrm{MeV}} = 0.53 \times 10^5\,\mathrm{fm} \tag{13.4}$$

で与えられる．

スピン–軌道相互作用（「**微細構造** (fine structure)」）やスピン–スピン相互作用（「**超微細構造** (hyperfine structure)」）により主量子数 n についてのエネルギー準位の縮退が図 13.1 に示すように分裂する．しかし，エネルギー準位は $1/n^2$ でほぼ決まっており，それに対する補正はたいへん小さい．微細構造による補正は α^2 の大きさであるのに対し，超微細構造による補正は $\alpha^2 \cdot \mu_\mathrm{p}/\mu_\mathrm{e}$ の大きさである．$1s_{1/2}$ 準位の超微細構造による分裂と，$n = 1$ と $n = 2$ の主エネルギー準位の間のギャップの比をとると，わずかに $E_\mathrm{HFS}/E_n \approx 5 \times 10^{-7}$ である．微細構造の効果を考慮に入れ，状態を $n\ell_j$ という標記で表す．軌道角運動量の量子数 $\ell = 0, 1, 2, 3$ は s, p, d, f という文字でそれぞれ表される．量子数 j は電子の全角運動量 $\boldsymbol{j} = \boldsymbol{\ell} + \boldsymbol{s}$ である．超微細構造の効果を記述するには第 4 の量子数 f を用いる（図 13.1 の左図参照）．これにより，陽子のスピン $\boldsymbol{i}$ を含む全角運動量 $\boldsymbol{f} = \boldsymbol{j} + \boldsymbol{i}$ が記述される．

電子–陽電子 ($e^- e^+$) の束縛状態である**ポジトロニウム**のエネルギー準位は，上と同様にして求めることができる．相違点は，第 1 に換算質量 ($m = m_\mathrm{e}/2$) が，水素の場合の半分である．第 2 に，電子の磁気モーメントは陽子より約 650 倍大きいのでスピン–スピン結合がずっと大きい．換算質量が半分であることは，束縛状態の結合エネルギーは水素原子の場合の半分にすぎず，ボーア半径は 2 倍であることを意味する（図 13.2）．ポジトロニウムではスピン–スピン結合が強いので，ポジトロニウムのスペクトルでは水素原子のような微細構造がまず見え更に細かく超微細構造が見えるということはない．ポジトロニウムではスピン–軌道相互作用とスピン–スピン相互作用は同じくらいの大きさである（図 13.1）．

したがってポジトロニウムを記述する際には，主量子数 n および軌道角運動量 L のほかに全スピン S，全角運動量 J が適切な量子数である．S は値 0（1 重項）か 1（3 重項）をとりうる．J は 3 角不等式 $|L - S| \le J \le L + S$ に従う．$n^{2S+1}L_J$ と

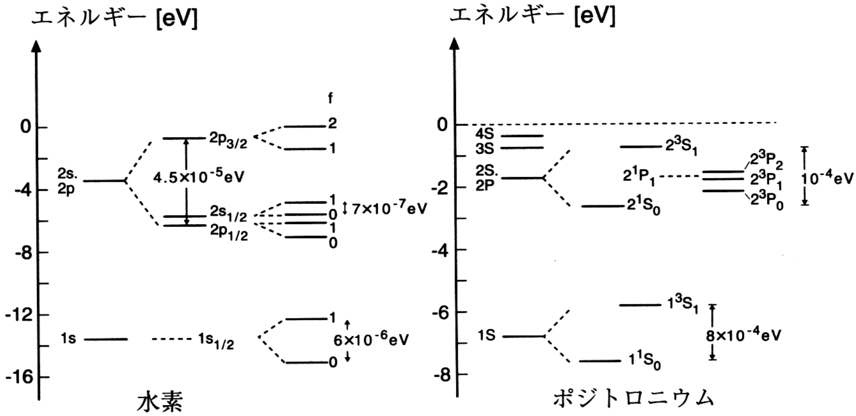


図 13.1 水素とポジトロニウムのエネルギー準位．基底状態 ($n = 1$) と第 1 励起状態 ($n = 2$)，および微細構造と超微細構造による準位の分裂が示されている．分裂の大きさは誇張して描いてある．

いう標記が一般に用いられる．ここで軌道角運動量 L は大文字 (S, P, D, F) で示されている．例えば $2^3\mathrm{P}_1$ は $n = 2$, $S = L = J = 1$ のポジトロニウムの状態である．

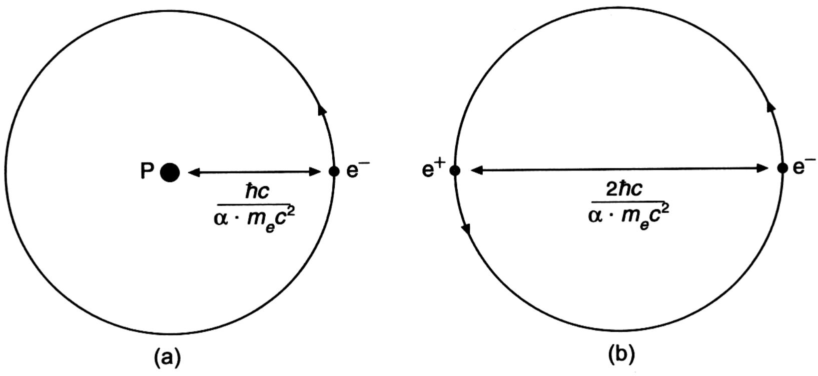


図 13.2 (a) 水素，および (b) ポジトロニウムの第 1 ボーア軌道（[Na86] による）．ボーア半径は束縛された 2 粒子の間の平均距離を反映するものである．

電子と陽電子は対消滅をするので，ポジトロニウムの寿命は有限である．全スピンが 0 のときは 2 つの光子に，1 のときは 3 つの光子に崩壊する．$1^1\mathrm{S}_0$ 状態の 2 光子崩壊の崩壊幅は

$$\Gamma(1^1\mathrm{S}_0 \to 2\gamma) = \frac{4\pi\alpha^2\hbar^3}{m_\mathrm{e}^2 c}|\psi(0)|^2 \tag{13.5}$$

である [Na86]．$|\psi(0)|^2$ は原点における波動関数の自乗，すなわち e^+ と e^- が 1 点で出会う確率を示している．式 (13.5) によると寿命はおよそ $10^{-10}\,\mathrm{s}$ となる．

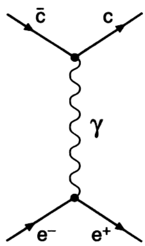
電磁相互作用のポテンシャルと結合定数はたいへんよく知られており，ポジトロニ

ウムの電磁気的遷移や寿命は精密に計算することができる．そして実験との一致はたいへんよい．強い相互作用をする重いクォーク–反クォーク対によって形成された系であるクォーコニウムも同様に研究することができる．強い相互作用の有効ポテンシャルと結合定数は，実験によりスペクトルを測り状態間の遷移強度を調べることによって決めることができる．

13.2　チャーモニウム

c および $\bar{c}$ クォークの束縛状態は，ポジトロニウムにならって**チャーモニウム** (charmonium) と呼ばれる．歴史的な理由によりチャーモニウムの状態（準位）にはポジトロニウムの状態とは少し違った表記を使う．第1の量子数は $n_{q\bar{q}} = N + 1$ である．ここで N は動径波動関数のノードの数である．これに対しポジトロニウムでは，主量子数を $n_{原子} = N + \ell + 1$ と定義する原子の通常の表記法が用いられた．

$c\bar{c}$ 対は重心系エネルギーが 3–4.5 GeV 近傍の e^+e^- 衝突によって仮想光子を経てたいへん容易につくることができる．



$$e^+ + e^- \longrightarrow \gamma \longrightarrow c\bar{c}$$

ビームのエネルギーを変え，断面積にピークが現れるのを探すことによって様々な共鳴状態が検出されうる．これらはチャーモニウムの様々な状態に対応する（図 13.3）．中間状態に仮想光子があるため，光子と同じ量子数 ($J^P = 1^-$) を持つ $c\bar{c}$ の状態のみがこの方法では生成されうる．そのような量子数の状態のうち最もエネルギーが低いのは 1^3S_1 で，J/ψ（9.2 節参照）と呼ばれている．その質量は 3.097 GeV/c^2 である．より高い励起状態の共鳴も質量 4.4 GeV/c^2 まで検出されている．

チャーモニウムの各状態は寿命が有限である．主として強い相互作用によりハドロンに崩壊する．しかし励起状態は光子を放出してより低いエネルギー状態に崩壊することもできる．これは原子物理やポジトロニウムの場合と同様である．放出された光子は e^+e^- 衝突が起こる領域のまわりの全立体角を覆う測定器（4π 測定器）で測定することができる．球状に配置されたシンチレータ（NaI 結晶）によって構成された**クリスタルボール** (crystal ball) は特にこの目的に適している（図 13.4）．

例えばチャーモニウムの励起状態 $\psi(2^3S_1)$ を発生させ，光子のスペクトルを測ると図 13.5 のようにいくつかの鋭いピークが見られる．光子のエネルギーは 100–

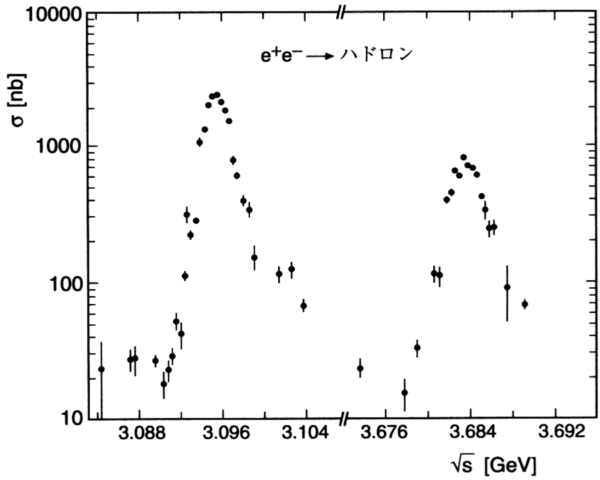


図 13.3　反応 $e^+e^- \to$ ハドロンの断面積．2 つのエネルギー領域で，重心系エネルギーについて 25 MeV 刻みで表してある．連続状態に比べ 100 倍高くなっている 2 つの共鳴ピークは，量子数が $J^P = 1^-$ の 2 つのチャーモニウム状態（$J/\psi\,(1^3S_1)$ と $\psi\,(2^3S_1)$）にそれぞれ対応する．共鳴の幅は実験では数 MeV であるが，これは測定器の分解能によって決まっているものであって，共鳴の寿命に対応する幅（87 keV と 277 keV）よりはずっと大きい．スタンフォードの e^+e^- 貯蔵リング SPEAR における初期の実験結果を示している [Fe75].

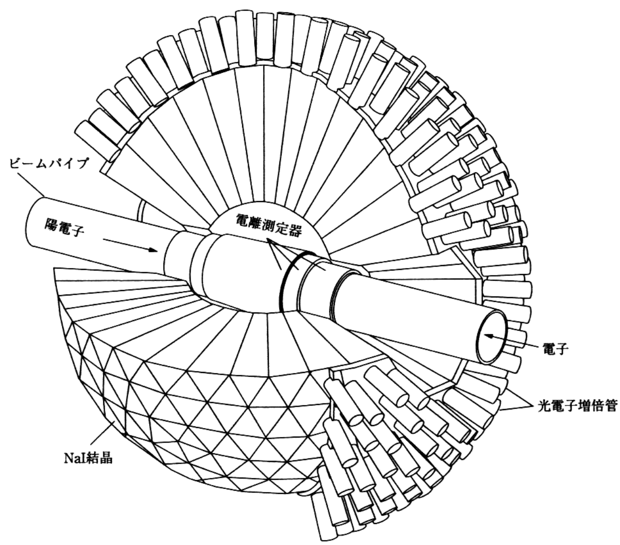


図 13.4　球状に配置された NaI 結晶による測定器（クリスタルボール）．$c\bar{c}$ の状態間の電磁気的遷移からの高いエネルギーの光子がこれらの結晶に吸収される．その際，電子–陽電子対のシャワーができ，結晶の中の発光中心を励起することによって可視光領域のエネルギーの低い光子が多数発生する．これらの光子は結晶の外側についている光電子増倍管によって検出される．光電子増倍管からの信号の電流は最初の光子のエネルギーに比例している（[Kö86] による）．

700 MeV である．鋭いピークは選択則 $\Delta L = 1$, $\Delta S = 0$ に従う電気双極子遷移である．このような崩壊により全角運動量が 0, 1, 2 の正パリティを持った中間状態がつくられる．波動関数の空間部分のパリティは L を軌道角運動量とすると $(-1)^L$ である．更にディラックの理論によるとフェルミ粒子と反フェルミ粒子は反対の**内部パリティ** (intrinsic parity) を持っている．したがって $q\bar{q}$ 状態のパリティは一般に $(-1)^{L+1}$ である．このことを用いて図 13.5 の中に示すように崩壊のダイアグラムを組み立てることができる．$\psi(2^3S_1)$ 状態がつくられたあと，主としてチャーモニウムの 3 重状態 1^3P_J へ崩壊する．これらは χ_c として知られている．χ_c の状態は J/ψ へ崩壊する．スピンが 0 のチャーモニウムの状態 (n^1S_0) は η_c と呼ばれるが，e^+e^- 衝突で直接につくられることはなく，J/ψ ないし $\psi(2^3S_1)$ からの磁気双極子遷移によってつくられる．この遷移は選択則 $\Delta L = 0$ と $\Delta S = 1$ に従うので，同じパリティを持つ状態間の遷移である．これは c クォークのうちの 1 つがスピン・フリップするのに対応する．磁気双極子遷移は電気双極子遷移よりずっと弱い．しかし原子系の場合と違って $c\bar{c}$ 状態ではスピン–スピン相互作用がたいへん強いので，チャーモニウムにおいては磁気双極子遷移が観測される．これは原子系の場合に比べ，系に含まれる粒子間の距離がずっと小さいからである．

13.3　クォーク–反クォークポテンシャル

チャーモニウムとポジトロニウムのスペクトルを比べてみると，全体のエネルギースケールが約 10^8 倍だけ違うのを考慮に入れれば，$n = 1$ と $n = 2$ の状態がたいへん似た位置にあることに気付く（図 13.6）．しかし，チャーモニウムの高い励起状態はポジトロニウムの場合とは違って $1/n^2$ の振舞いを示さない．

このことから強い相互作用のポテンシャルと結合定数について何がわかるだろうか？ ポテンシャルはエネルギー準位の相対的な位置を決めるので，強い相互作用のポテンシャルは，電磁相互作用の場合と同じく**クーロン型**であるに違いない（少なくとも短距離，つまり $n = 1, 2$ では）．量子色力学ではクォーク間の力はグルーオン交換によって記述され，短距離では $1/r$ 型のポテンシャルが予言されているので，観測結果と一致する．ポジトロニウムの場合と違って 2^3S 状態と 1^3P 状態の間に縮退がないので，ポテンシャルはかなり小さなクォーク–反クォーク間距離でも純粋なクーロン型ではないと思われる．クォークは実験によりハドロンから取り出して検出されたことがないので，ポテンシャルは短距離ではクーロン型であっても距離が増すにつれ線形に大きくなってクォークをハドロン中に**閉じ込め**ている，と仮定するのはもっともなことである．

そこでポテンシャルは，

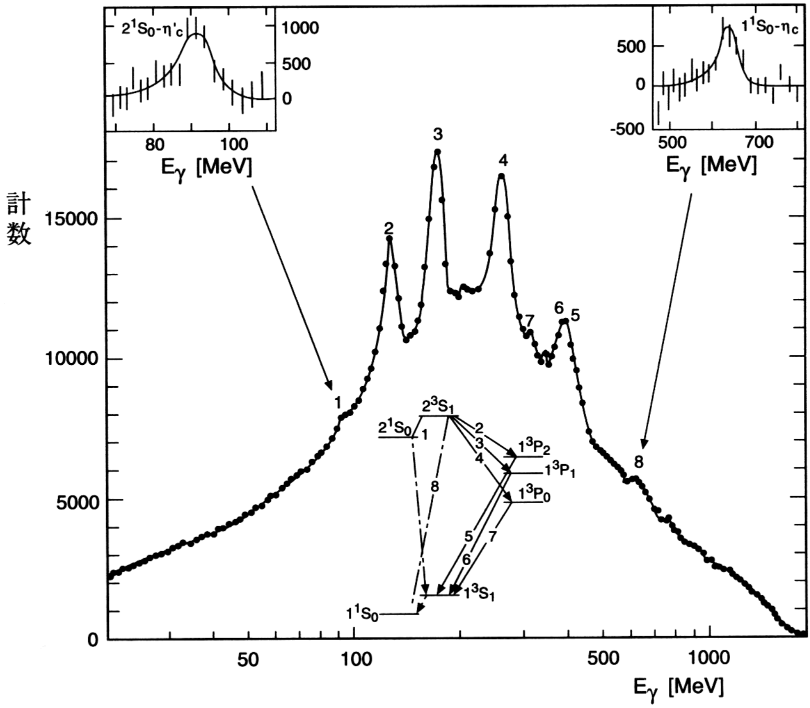


図 13.5　クリスタルボールで測られた $\psi(2^3\mathrm{S}_1)$ の崩壊の際のガンマ線スペクトルとそこから導かれたチャーモニウムのエネルギー準位．ガンマ線スペクトルの鋭いピークは準位間の遷移につけた番号に対応する．遷移のうち実線で示したものはパリティが変わる電気双極子遷移，点線はパリティが変わらない磁気双極子遷移である [Kö86].

$$V = -\frac{4}{3}\frac{\alpha_s(r)\hbar c}{r} + k \cdot r \tag{13.6}$$

と書けると仮定する．これは $V(r\to 0) \propto 1/r$ および $V(r\to\infty)\to\infty$ という漸近的振舞いを示す．4/3 という因子はクォークが 3 種類の色を持っているということから理論的に導かれるものである．強い相互作用の結合定数 α_s は実際は定数ではなく，クォーク間の距離 r に依存する（式 (8.6)）．距離が小さくなると α_s は減少する．これは QCD の直接の結果であり，強い相互作用の**漸近的自由** (asymptotic freedom) と呼ばれる性質をもたらすものである．深非弾性散乱についてすでに議論したように，この振舞いにより短距離ではクォークはほぼ自由な粒子と見なすことができる．

式 (13.6) の中のクーロンポテンシャル項は図 13.7 (a) のように電気力線が空間に広がった双極子の場に対応するのに対し，kr 項はいわゆる**フラックス・チューブ** (flux tube) をもたらす．クォーク間の力線は「ひっぱられて」おり（図 13.7 (b)），場のエネルギーはクォーク間の距離に比例して増加する．第 2 項の定数 k は単位長さあたりの場のエネルギーを決めるものであり，**ひもの張力** (string tension) と呼ばれている．

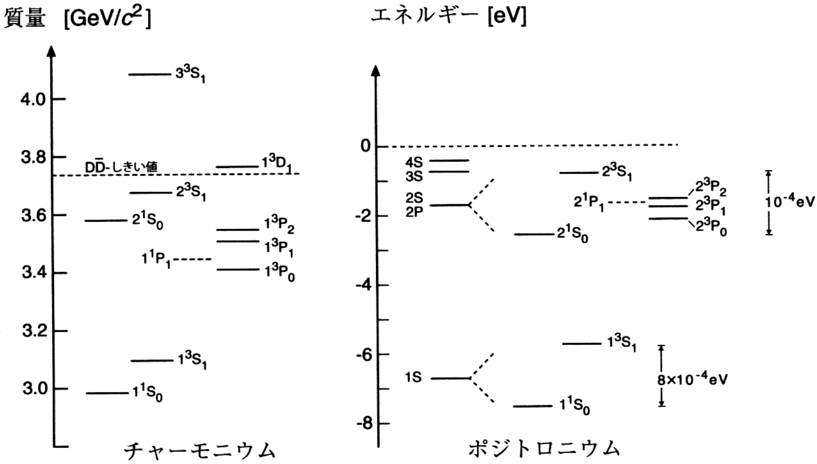


図 13.6　ポジトロニウムとチャーモニウムのエネルギー準位の比較．エネルギー軸（縦軸）は両者の 1S と 2S 状態の間隔が合うように調整してある．第 1 量子数の呼び方が違うので，ポジトロニウムの 2P 状態は実際にはチャーモニウムの 1P 状態に対応する．ポジトロニウムの状態の分裂は拡大して描いてある．点線で表した状態は計算で予言されているが，実験では検出されていない．両者の $n = 1$ と $n = 2$ の準位のパターンはたいへん似ているが，2S と 3S の間隔はかなり違う．水平の点線はポジトロニウムが解離するしきい値，およびチャーモニウムが 2 つの D 中間子に崩壊するしきい値を示している（13.6 節参照）．

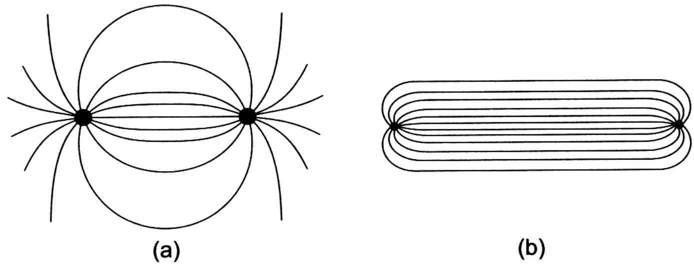


図 13.7　(a) 2 つの電荷の間の双極子場 ($V \propto 1/r$) の電気力線．(b) 遠くに離れた 2 つのクォークの間のポテンシャル $V \propto r$ の力線．

チャーモニウムのエネルギー準位はハミルトニアンの中のポテンシャルばかりでなく運動エネルギーの項にも依存する．後者は c クォークの質量 m_c を含むが，これは前もってはわかっていない量である．3 つの未知の量 α_s, k, m_c は，式 (13.6) のポテンシャルと非相対論的シュレーディンガー方程式を用いて，$c\bar{c}$ 状態のいくつかの主要なエネルギー準位の実験データを fit することによっておおむね決定できる．典型的な結果は $\alpha_s \approx 0.15$–0.25, $k \approx 1\,\mathrm{GeV/fm}$, $m_c \approx 1.5\,\mathrm{GeV}/c^2$ である．m_c は c クォークの構成子質量である．チャーモニウムの系における強い相互作用の結合定数は，電磁相互作用の結合定数 $\alpha = 1/137$ より約 20–30 倍大きい．図 13.8 には式 (13.6) によるポテンシャルが示されており，チャーモニウムの状態の半径の計算値も

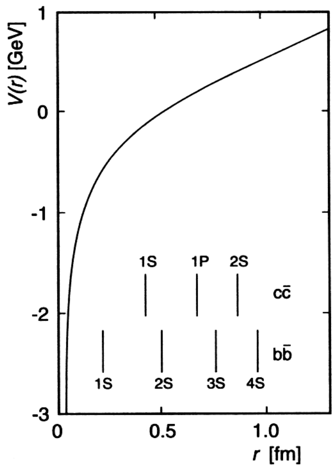


図 13.8 2つのクォークの距離 r の関数として描かれた強い相互作用のポテンシャル．このポテンシャルは近似的に式 (13.6) で記述される．縦の線はこのポテンシャルで計算された $\mathrm{c\bar{c}}$ 状態と $\mathrm{b\bar{b}}$ 状態の半径を示している（[Go84] による）．

与えられている．例えば J/ψ ($1^3\mathrm{S}_1$) はおよそ $r \approx 0.4\,\mathrm{fm}$ の半径[注1]を持っている．これはポジトロニウムの半径より5桁小さい．

図 13.6 のエネルギー準位を完全に記述するには，ポテンシャルに更に別の項をつけ加えなければならない．原子物理の場合と同じようにP状態の分裂はスピン–軌道相互作用によってたいへんよく記述することができる．チャーモニウムのS状態の分裂やそれに関連したスピン–スピン相互作用は次の節で扱う．

クーロンポテンシャルは距離とともに力が弱くなるポテンシャルである．この力を積分したものがイオン化エネルギーである．一方，式 (13.6) で表される強い相互作用のポテンシャルは，クォーク間に働く力は距離が大きくなっても一定であることを示している．ハドロンからクォークのように色を持つ粒子を取り出すには無限に大きなエネルギーが必要であろう．したがって色を持つものを分離することは不可能であり，自然界では無色のもののみが観測される．しかし，このことはクォークが互いに離れることができないということを意味するものではない．

クォーク間のフラックス・チューブのエネルギーがある特定のしきい値を超えると，クォークが解放されて自由になるのではなく，新たなハドロンが生成される．離ればなれになったクォークはこれらの新たなハドロンに組み込まれる．例えば深非弾性散乱でハドロンから1つのクォークがたたき出される場合，このクォークとハドロンの残りの部分の間にできるフラックス・チューブは，長さが 1–2 fm に達したときに切れる．場のエネルギーはクォークと反クォークの生成に変換される．これらのクォー

注1 クォークと反クォークの間の平均距離（図 13.2 参照）．

クと反クォークはフラックス・チューブの切れたところの両端にくっつき，無色な2つのハドロンができる．これが先に述べた**ハドロン化**の過程である．

13.4　色磁気相互作用

強い相互作用のポテンシャルと電磁相互作用のポテンシャルの類似性は短距離での $1/r$ のクーロン項によるものである．この部分は1グルーオン交換ないし1光子交換に対応する．チャーモニウムではポジトロニウムと同じくS状態が強く分裂している．これは**スピン–スピン相互作用**によるものである．この相互作用は短距離においてのみ強いので，クォーコニウムにおいては本質的には1グルーオン交換がその原因であろう．スピン–スピン相互作用による状態の分裂の相対的な大きさは，チャーモニウムではポジトロニウムより約1000倍大きい．つまりスピン–スピン相互作用の強さが約1000倍大きい．

ポジトロニウムのスピン–スピン相互作用は次のような形をとる：

$$V_{\mathrm{ss}}(\mathrm{e^+e^-}) = \frac{-2\mu_0}{3}\boldsymbol{\mu}_1 \cdot \boldsymbol{\mu}_2\,\delta(\boldsymbol{x}). \tag{13.7}$$

ここで μ_0 は真空の透磁率である．この式は e^+ と e^- の磁気モーメント $\boldsymbol{\mu}_{1,2}$ の点接触の相互作用を記述するものである．電子および陽電子の磁気モーメントは

$$\boldsymbol{\mu}_i = \frac{z_i e\hbar}{2m_i}\boldsymbol{\sigma}_i \quad \text{ただし} \quad z_i = Q_i/e = \pm 1 \tag{13.8}$$

である．ベクトル $\boldsymbol{\sigma}$ の成分はパウリ行列である．すなわち $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = \mathbf{1}$．ポテンシャル $V_{\mathrm{ss}}(\mathrm{e^+e^-})$ はこれを用いて次のように表される：

$$V_{\mathrm{ss}}(\mathrm{e^+e^-}) = \frac{-\hbar^2\,\mu_0}{6}\frac{z_1 z_2 e^2}{m_1 m_2}\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2\,\delta(\boldsymbol{x}) = \frac{2\pi\hbar^3}{3\,c}\alpha\frac{\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2}{m_{\mathrm{e}}^2}\delta(\boldsymbol{x}). \tag{13.9}$$

ここで $1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = c$ であることを用いた．

一方，クォークの色電荷は，**色磁気相互作用** (color magnetic interaction, chromomagic interaction) と呼ばれるスピン–スピン相互作用をもたらす．電磁気的なスピン–スピン相互作用を色磁気によるスピン–スピン相互作用に書き換えるには，電磁相互作用の結合定数 α を α_{s} で置き換え，3種類の色電荷を考慮に入れて因子を変えなければならない．そのようにしてクォーク–反クォーク間のスピン–スピン相互作用を表す式が得られる：

$$V_{\mathrm{ss}}(\mathrm{q\overline{q}}) = \frac{8\pi\hbar^3}{9c}\alpha_{\mathrm{s}}\frac{\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{q}} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\overline{\mathrm{q}}}}{m_{\mathrm{q}} m_{\overline{\mathrm{q}}}}\delta(\boldsymbol{x}). \tag{13.10}$$

色磁気エネルギー (chromomagnetic energy) はクォークと反クォークのスピンの相対的な方向に依存する．$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{q}} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\overline{\mathrm{q}}}$ の期待値は

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{q}} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\overline{\mathrm{q}}} = 4\boldsymbol{s}_{\mathrm{q}} \cdot \boldsymbol{s}_{\overline{\mathrm{q}}}/\hbar^2 = 2 \cdot [S(S+1) - s_{\mathrm{q}}(s_{\mathrm{q}}+1) - s_{\overline{\mathrm{q}}}(s_{\overline{\mathrm{q}}}+1)]$$

$$= \begin{cases} -3 & (S=0) \\ +1 & (S=1) \end{cases} \tag{13.11}$$

である．ここで $\boldsymbol{S}$ はチャーモニウムの状態の全スピンであり，$\boldsymbol{S}^2 = (\boldsymbol{s}_{\mathrm{q}} + \boldsymbol{s}_{\overline{\mathrm{q}}})^2$ という式を用いた．こうして色磁気相互作用によるエネルギー分裂は次のような形に書ける：

$$\Delta E_{\mathrm{ss}} = \langle\psi|V_{\mathrm{ss}}|\psi\rangle = 4 \cdot \frac{8\pi\hbar^3}{9c}\frac{\alpha_{\mathrm{s}}}{m_{\mathrm{q}}m_{\overline{\mathrm{q}}}}|\psi(0)|^2. \tag{13.12}$$

原点における波動関数 $\psi(0)$ は，S 状態においてのみゼロでないので，この分裂は S 状態についてのみ重要である．

チャーモニウムにおいて観測される状態 $1^3\mathrm{S}_1$ から $1^1\mathrm{S}_0$ への遷移（つまり $\mathrm{J}/\psi \to \eta_{\mathrm{c}}$）は磁気的遷移であり，クォークの 1 つがスピン・フリップすることに対応する．測定される光子のエネルギー，つまり状態間のエネルギーのギャップは約 120 MeV である．色磁気相互作用の式 (13.12) がこの分裂を説明できるであろう．波動関数を正確に計算することは不可能だが，前の節で決めた α_{s} と m_{c} の値を用いて，我々の色磁気相互作用に対する仮定が，実験で測られた状態の分裂と一致するのを確認することができる．第 14 章ではスピン–スピン相互作用が軽い中間子でも役割を果たしており，質量のスペクトルがそれによってよく記述できることを示す．

■ **c クォークの質量**　チャーモニウムのスペクトルの研究から得られた c クォークの質量は構成子クォークの質量である．つまり束縛状態における実効的なクォークの質量である．構成子クォークの質量は 2 つの部分から成る．もともとのクォークの（あるいは「裸」のクォークの）質量と，クォークを取り巻く海クォークとグルーオンの雲による「動的な」部分である．チャームを含むハドロンが軽いクォークのハドロンより 4–10 倍重いという事実は，c クォークの構成子質量は主としてもともとのクォークの質量であることを示唆している．動的な質量はすべてのハドロンについてほぼ同じであるはずだからである．重いクォークでは構成子質量のうちの動的質量の割合が小さいとしても，我々が使ってきたポテンシャルは現象論的なポテンシャルであり，**構成子**クォーク間の相互作用のみを記述するものであることを忘れるべきではない．

13.5　ボトモニウムとトップニウム

$\mathrm{e}^+\mathrm{e}^-$ 衝突において重心系エネルギー 10 GeV 近傍に更に一群の狭い共鳴が見つかった．これらは $\mathrm{b}\overline{\mathrm{b}}$ の束縛状態であると解釈され，**ボトモニウム** (bottomonium) と名づけられている．$\mathrm{e}^+\mathrm{e}^-$ 消滅で得られる最も低い $\mathrm{b}\overline{\mathrm{b}}$ 状態は Υ（ウプシロン）と呼ばれ，質量は 9.46 GeV/c^2 である．より高い $\mathrm{b}\overline{\mathrm{b}}$ の励起状態も質量が 11 GeV/c^2

まで見つけられている．

ボトモニウムの様々な状態間の様々な電磁気的遷移も観測された．1^3P_J 状態ばかりでなく 2^3P_J 状態も観測されている．これらの状態のスペクトルはチャーモニウムのスペクトル（図 13.9）とたいへん似ている．このことは，クォーク–反クォークのポテンシャルはクォークの香りによらないことを示唆している．b クォークの質量は c クォークの質量よりほぼ3倍大きい．質量が大きいということは $b\bar{b}$ の基底状態の半径が小さいということを意味する．クォーコニウムの基底状態の半径は，式 (13.4) よりクォークの質量と強い相互作用の結合定数 α_s の両方に逆比例する．$b\bar{b}$ の 1S 状態の半径はおよそ 0.2 fm である（図 13.8 参照）．つまり $c\bar{c}$ の 1S 状態の半径の約半分である．更に非相対論的な扱いはチャーモニウムの場合よりボトモニウムの場合の方がより正しい近似となっている．1S と 2S 状態の間の質量差が両方の系でほぼ同じなのは驚くべきことである．純粋にクーロンポテンシャルだけだったら式 (13.2) による系の換算質量に比例するエネルギー準位になるであろう．このことから，c クォークと b クォークの質量領域ではエネルギー準位の質量依存性を，ポテンシャルの長遠距離部分 kr の効果が相殺していることがわかる．

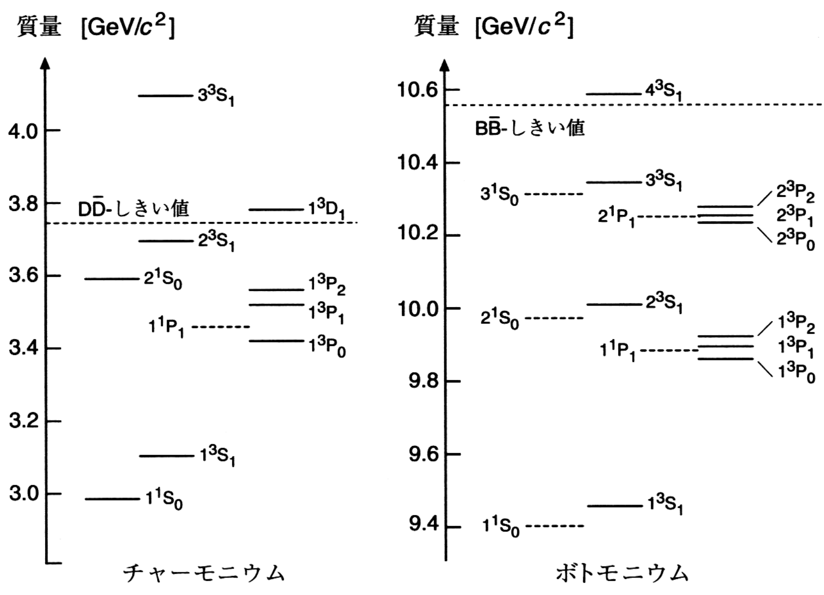


図 13.9　チャーモニウムとボトモニウムのエネルギー準位．点線の準位は理論的に予言されているが，実験ではまだ検出されていない．両者のスペクトルはたいへん似た構造を持っている．破線は，そこより上ならチャーモニウムないしボトモニウムがもともとのクォークを含むハドロン，つまり D 中間子ないし B 中間子に崩壊できるしきい値を示す．しきい値より下の場合は ^3S 状態から ^3P 状態ないし ^1S 状態への電磁気的遷移が観測される．ボトモニウムでは第1励起状態と第2励起状態 ($n = 2, 3$) がしきい値の下にあるが，チャーモニウムでは第1励起状態 ($n = 2$) のみがしきい値の下にある．

t クォークは質量が大きいので寿命がたいへん短い．したがって幅の狭い $t\bar{t}$ 状態（**トッポニウム** (toponium)）はないと予想される．

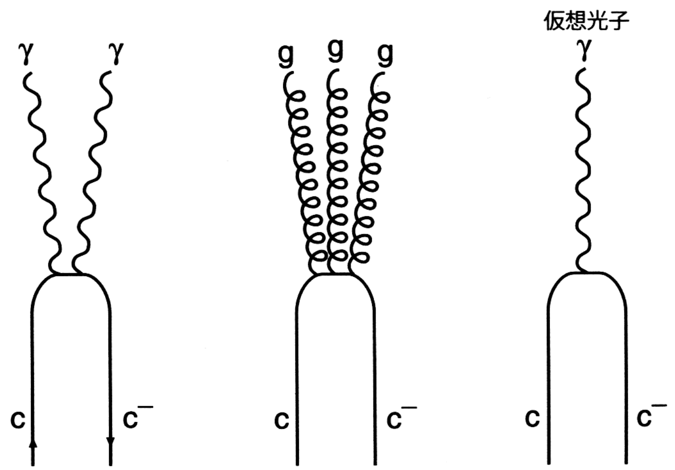
13.6 重いクォーコニウムの崩壊チャネル

これまでに主としてクォーコニウムの様々な準位間の電磁気的遷移を扱ってきた．しかし実際は，電磁気的な崩壊が，観測できるほどの割合で起こるのは驚くべきことである．単純に考えると強い相互作用をする物質は強い相互作用による崩壊（強崩壊）をするはずである．重いクォーコニウムの崩壊は，クォーク–反クォーク相互作用の可能な限り最も正確な描像を得るためにたいへん詳しく研究されてきた [Kö89]．クォーコニウムが崩壊する，ないしは状態を変える方法には原理的に 4 通りある．それらは：

(a) 光子を放出することによって励起準位が変わる（電磁相互作用）．例えば，

$$\chi_{c1}(1^3P_1) \longrightarrow J/\psi(1^3S_1) + \gamma$$

(b) クォークと反クォークが対消滅して実光子，仮想光子ないしはグルーオンになる（電磁ないし強い相互作用）．例えば，



$$\eta_c(1^1S_0) \longrightarrow 2\gamma$$

$$J/\psi(1^3S_1) \rightarrow ggg \longrightarrow \text{ハドロン}$$

$$J/\psi(1^3S_1) \longrightarrow \text{仮想光子} \longrightarrow \text{ハドロン}$$

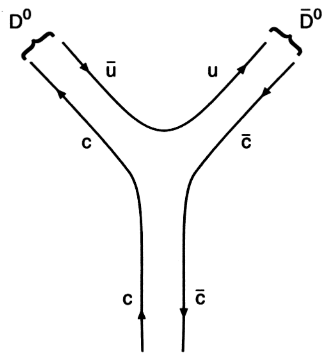
$$J/\psi(1^3S_1) \longrightarrow \text{仮想光子} \longrightarrow \text{レプトン}$$

J/ψ は約 30% の割合で電磁相互作用によりハドロンないし荷電レプトンに崩壊し，

約 70% の割合で強い相互作用により崩壊する．強い相互作用の場合は色と C-パリティ（荷電共役変換に伴うパリティ）が保存しなければならない．色の保存から 1 つのグルーオンには崩壊できない．J/ψ と同じ C-パリティ (−) であるためには，グルーオンの C-パリティは負なので奇数個のグルーオンに崩壊する必要がある．そのために少なくとも 3 つのグルーオンを交換しなければならないので，電磁気的崩壊は α が小さいにもかかわらず強い相互作用による崩壊と同じくらいの割合で起こる．α_s^3 という因子がこの崩壊確率を小さくしているのである（電磁気的崩壊では α^2）．$J = 0$ のスピンを持つ η_c のような状態は 2 つのグルーオンや 2 つの実光子に崩壊できる．これに対し J/ψ $(J = 1)$ は 3 つのグルーオンか 1 つの仮想光子の中間状態を経て崩壊する．

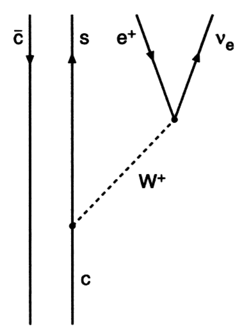
(c) 真空から 1 対ないしはそれ以上の $q\overline{q}$ 対をつくり，軽い中間子を形成する（強い相互作用）．

$$\psi(3770) \longrightarrow D^0 + \overline{D}^0$$



(d) 1 つないしは両方の重いクォークの弱い相互作用による崩壊．例えば，

$$J/\psi \longrightarrow D_s^- + e^+ + \nu_e$$



現実には，弱い相互作用による崩壊（弱崩壊）(d) よりも強崩壊および電磁気的崩壊の方がずっと速いので弱崩壊は重要ではない．強崩壊 (c) は，原理的には最も起こりやすいが，軽い $q\overline{q}$ 対がクォーコニウムの励起エネルギーから生成されなければならないので，あるエネルギーのしきい値を超えた場合にのみ起こりうる．したがってしきい値以下のクォーコニウムには (a) と (b) の可能性があるだけである．

光子の放出による脱励起のような電磁気的な過程は比較的遅い．更に，(b) のように対消滅してグルーオンになりハドロン化するのは強い相互作用の過程ではあるが，このような崩壊の確率は (c) のように初期状態のクォークが終状態にも残っているような場合と比べると **OZI 則**（9.2 節参照）により小さくなる．このような理由により，中間子をつくれるしきい値以下のクォーコニウムの準位の幅はたいへん狭い（例えば J/ψ では $\Gamma = 88\,\mathrm{keV}$）．

チャーモニウムの状態でこのしきい値を初めて超すのは $\psi\,(1^3\mathrm{D}_1)$ であり，その質量は $3770\,\mathrm{MeV}/c^2$ である．この状態の幅は $\Gamma \approx 24\,\mathrm{MeV}$ であって J/ψ の幅に比べるとずいぶん大きい．一方，$\mathrm{b\overline{b}}$ 系はより強く束縛されているので，第 3 励起状態 $\Upsilon\,(4^3\mathrm{S}_1)$ $(10\,580\,\mathrm{MeV}/c^2)$ になって初めて b クォークを含む中間子へ崩壊するチャネルが開く（図 13.9 参照）．

最も軽いクォークは u と d クォークであり，それらの対生成によって中間子に崩壊するチャネルが開く．例えばチャーモニウムは

$$\mathrm{c\overline{c}} \longrightarrow \mathrm{c\overline{u}} + \mathrm{\overline{c}u}$$
$$\mathrm{c\overline{c}} \longrightarrow \mathrm{c\overline{d}} + \mathrm{\overline{c}d}$$

のように崩壊する．ここで $\mathrm{c\overline{u}}$ は D^0 中間子，$\mathrm{\overline{c}u}$ は $\overline{\mathrm{D}}^0$ 中間子，$\mathrm{c\overline{d}}$ は D^+ 中間子，$\mathrm{\overline{c}d}$ は D^- 中間子と呼ばれる．これらの中間子の質量は $1864.6\,\mathrm{MeV}/c^2$ $(\mathrm{D}^0, \overline{\mathrm{D}}^0)$ と $1869.3\,\mathrm{MeV}/c^2$ $(\mathrm{D}^\pm)$ である．ボトモニウムの主な崩壊は同様に

$$\mathrm{b\overline{b}} \longrightarrow \mathrm{b\overline{u}} + \mathrm{\overline{b}u}$$
$$\mathrm{b\overline{b}} \longrightarrow \mathrm{b\overline{d}} + \mathrm{\overline{b}d}$$

これらの中間子はそれぞれ B^- と B^+ $(m = 5278.9\ \mathrm{MeV}/c^2)$，$\overline{\mathrm{B}}^0$ と B^0 $(m = 5279.2\ \mathrm{MeV}/c^2)$ と呼ばれる[注2]．高く励起している場合には s クォークを含む中間子に崩壊することも可能である．

$$\mathrm{c\overline{c}} \longrightarrow \mathrm{c\overline{s}} + \mathrm{\overline{c}s} \quad (\mathrm{D_s^+}\ \text{と}\ \mathrm{D_s^-})$$
$$\mathrm{b\overline{b}} \longrightarrow \mathrm{b\overline{s}} + \mathrm{\overline{b}s} \quad (\overline{\mathrm{B}}{}_\mathrm{s}^0\ \text{と}\ \mathrm{B_s^0})$$

s クォークを含む中間子は質量が大きい．例えば $\mathrm{D_s^\pm}$ 中間子の質量は $1968.5\,\mathrm{MeV}/c^2$ である．これらの中間子は最終的にはすべて弱崩壊により，パイ中間子のような軽い中間子に崩壊する．

注2 質量の大きいクォークを含む中間子の標準的表記は b クォークを持つ中性中間子を $\overline{\mathrm{B}}^0$，$\overline{\mathrm{b}}$ をもつ中性中間子を B^0 と呼ぶ．電気的に中性の $\mathrm{q\overline{q}}$ 状態は，質量の大きい方のクォークないし反クォークが正電荷を持っている場合には中間子と呼び，負電荷を持っているときには反中間子と呼んで記号の上に横線を引く [PD98].

13.7 崩壊幅による QCD のテスト

クォーコニウムの**崩壊率**ないし**崩壊幅**は強い相互作用の結合定数 α_s に関する情報を与える．例としてチャーモニウムの 1^1S_0 状態 (η_c) は2つの光子ないしは2つのグルーオンに崩壊することができる．(後者の場合では実験により観測されるのはハドロン化の最終的な生成物のみである.) この2種類の崩壊の幅の比を測れば，原理的には，α_s をたいへんうまく決定することができる．

2つの**実**光子への崩壊の幅の式は基本的にはポジトロニウムの場合の式 (13.5) と同じである．c クォークの電荷は素電荷の 2/3 倍 $(z_c = 2/3)$ であることと3つの色を持っていることを考慮に入れさえすればよい．

$$\Gamma(1^1S_0 \to 2\gamma) = \frac{3 \cdot 4\pi z_c^4 \alpha^2 \hbar^3}{m_c^2 c} |\psi(0)|^2 (1+\varepsilon'). \tag{13.13}$$

ε' の項は高次の QCD 補正で，近似的に計算することができる．

一方，2つのグルーオンへの崩壊を考えるには，α を α_s で置き換えなければならない．光子とは対照的に，グルーオンは実粒子としては存在せず，ハドロン化する必要がある．この過程に際して，強い相互作用の結合定数を1とする．グルーオンは色と反色の組み合わせがいく通りかあるので，それを考慮に入れるために因子を変える必要がある：

$$\Gamma(1^1S_0 \to 2g \to \text{ハドロン}) = \frac{8\pi}{3} \frac{\alpha_s^2 \hbar^3}{m_c^2 c} |\psi(0)|^2 (1+\varepsilon''). \tag{13.14}$$

ε'' は QCD 補正である．

結局，これらの崩壊幅の比は

$$\frac{\Gamma(2\gamma)}{\Gamma(2g)} = \frac{8}{9} \frac{\alpha^2}{\alpha_s^2} (1+\varepsilon). \tag{13.15}$$

補正の因子 ε は α_s に依存する．ε の値は $\varepsilon \approx -0.5$ である．実験で決定された比 $\Gamma(2\gamma)/\Gamma(2g) \approx (3.0 \pm 1.2) \times 10^{-4}$ [PD98] から $\alpha_s(m_{J/\psi}^2/c^2) \approx 0.25 \pm 0.05$ という値が得られる．これはチャーモニウムのスペクトルから得られる値と一致する．式 (8.6) からわかるように α_s は常に距離に依存する．別の言い方をすれば，エネルギーあるいは質量のスケールに依存する．今の場合は c クォークの構成子質量ないしは J/ψ 質量によってスケールが固定されている．

上の結果は，もともとのアイデアは明快であったが，実験的，理論的な不確定性を含んでいる．QCD 補正以外にも，クォークの相対論的運動による補正がある．チャーモニウムの系で α_s をより正確に決定するために他の崩壊チャネルも研究してみよう．例えば，2つの崩壊幅の比，

$$\frac{\Gamma(J/\psi \to 3g \to \text{ハドロン})}{\Gamma(J/\psi \to \gamma^* \to 2\,\text{レプトン})} \propto \frac{\alpha_s^3}{\alpha^2} \tag{13.16}$$

は実験の観点からはより単純である．これによっても，また他のチャネルでの研究によっても $\alpha_s(m^2_{J/\psi}c^2) \approx 0.2$–$0.3$ を得る [Kw87].

ボトモニウムの様々な崩壊を比べることにより，結合定数 α_s をより正確に決定することができる．QCD 補正や相対論的効果が小さいからである．QCD からは，クォーク–反クォーク間の距離が小さくなると結合が弱くなり，α_s が小さくなると予想される．実際にそのとおりで，比

$$\frac{\Gamma(\Upsilon \to \gamma gg \to \gamma + \text{ハドロン})}{\Gamma(\Upsilon \to ggg \to \text{ハドロン})} \propto \frac{\alpha}{\alpha_s} \tag{13.17}$$

の値は 2.75 ± 0.04 で，これから $\alpha_s(m^2_\Upsilon c^2) = 0.163 \pm 0.016$ が得られる [Ne97]. この誤差は主に理論的補正の不確定さによるものである．

これらの例により，$q\bar{q}$ 対の消滅は，電磁相互作用の場合も強い相互作用の場合も形式上同じように記述できることがわかる．本質的な違いは結合定数だけである．$q\bar{q}$ 消滅が起こるのは短距離においてなので，この比較は短距離に QCD が適用できるか，というテストであると見なすことができる．短距離では，ともに 1 つのベクトルボソン（グルーオンないし光子）の交換によってよい近似で記述されるので，QCD と QED は同じ構造を持っている．

【問　題】

1　弱荷　束縛状態は強い相互作用（ハドロン，原子核），電磁相互作用（原子，固体），重力相互作用（太陽系，星）について存在することは知られているが，弱い相互作用についてはそのような状態はない．ポジトロニウムにならって，2 つの粒子の束縛状態のボーア半径が弱い相互作用の到達距離とほぼ等しいとき，2 つの粒子の質量はどれくらいなければならないかを推定せよ．

2　中間子原子，ハドロン原子　寿命が十分に長い負の荷電粒子 (μ^+, π^-, K^-, $\bar{p}$, Σ^-, Ξ^-, Ω^-) は原子核の場で捕まえることができる．電子が上のような粒子で置き換えられた水素型「原子」における原子の ($2p \to 1s$) 遷移のエネルギーを計算せよ．第 13 章の公式を用いよ．H 原子の 2p 状態の寿命は $\tau_H = 1.76 \times 10^{-9}$ s である．電磁気的遷移から決定される $p\bar{p}$ 系（プロトニウム）の 2p 状態の寿命はどれだけか？ 行列要素と位相空間をスケールさせるべきであることを考慮に入れよ．

3　超微細構造　2 つのフェルミ粒子の系において，準位 1^3S_1 と 1^1S_0 の間の超微細構造の分裂はフェルミ粒子の磁気モーメントの積に比例する．すなわち，$\Delta E \propto |\psi(0)|^2 \mu_1\mu_2$ である．ここで $\mu_i = g_i \frac{e_i}{2m_i}$ である．陽子の g 因子は $g_p = 5.5858$，電子とミューオンの g 因子は $g_e \approx g_\mu \approx 2.0023$ である．ポジトロニウムでは ΔE の式にこのほかに因子 7/4 が入ってくる．それは対消滅グラフによる 3 重状態の準位のシフトを考慮に入れるためである．水素原子では，準位の分裂は遷移周波数 $f_H = 1420$ MHz に相当する．ポジトロニウムとミューオニウム (μ^+e^-) についてこの値を推定せよ．(**ヒント**：$\psi(0) \propto r_b^{-3/2}$ である．$|\psi(0)|^2$ についての式で換算質量を用いよ.）結果を遷移周波数の測定値（ポジトロニウムは 203.4 GHz，ミューオニウムは 4.463 GHz）と比較せよ．この（わずかな）差はどのように説明できるか？

4　B 中間子ファクトリー　質量 10.58 GeV/c^2 の Υ 中間子は，貯蔵リング DORIS と CESR で反応 $e^+e^- \to \Upsilon(4S)$ によって生成される．実験室系で $\Upsilon(4S)$ 中間子は静止しており，すぐに 1 対の B 中間子に $\Upsilon \to B^+B^-$ のように崩壊する．B 中間子の質量 m_B は 5.28 GeV/c^2 で寿命は 1.5 psec である．

(a) 実験室系で B 中間子の平均の崩壊長（崩壊までの平均飛程）はいくらか？

(b) 崩壊の長さを増すためには，$\Upsilon(4S)$ 中間子に実験室系で運動量を与える必要がある．このアイデアは，KEK と SLAC の「B ファクトリー（B 中間子工場）」で採用されている．B ファクトリーでは異なるエネルギーの電子と陽電子が衝突する．B 中間子の崩壊長の平均が 0.2 mm であるためには，B 中間子はどれだけの運動量を持つ必要があるか？

(c) $\Upsilon(4S)$ 中間子の崩壊によって B 中間子が生成されるのだが，(b) の条件を満たすために $\Upsilon(4S)$ 中間子はどれだけのエネルギーを必要とするか？

(d) このような $\Upsilon(4S)$ 中間子を生成するために，電子ビームと陽電子ビームはどれだけのエネルギーを必要とするか？ 設問 (c), (d) を簡単化するために，B 中間子の質量は（正確な値の 5.28 MeV/c^2 の代わりに）5.29 MeV/c^2 であると仮定せよ．このように仮定しても結果に大きな変化はない．

第 14 章

軽いクォークから成る中間子

前の章までに，c クォークや b クォークのような重いクォークを含む中間子は比較的簡単に記述されることがわかった．特に，チャーモニウムとボトモニウムは質量がたいへん違うのではっきりと別々のグループを形成する．更に D 中間子と B 中間子は，**香り**と電荷により，どのクォークと反クォークの組み合わせでできているかが容易に識別できる．

一方，軽い香り (u, d, s) のみから構成されている中間子は状況がもっと複雑である．これらのクォーク，特に u クォークと d クォークの構成子質量はたいへん似ているので中間子をクォークの種類によって厳密に分類することができず，3 つの軽い香りから成る混合状態を想定しなければならない．このような理由から，u, d, s クォークから構成されているすべての中間子について同時に考察をしよう．

クォークの質量が軽いために，これらの中間子は非相対論的に扱うことができない．しかし，軽い中間子の質量スペクトルを研究すると，これらの中間子は重いクォーコニウムと同様に非相対論模型によって半定量的に記述できるという驚くべき結論に達する．構成子クォークという概念はこの成功に基づいている．

14.1 中間子の多重項

■中間子の量子数 中間子の基底状態では，中間子を構成するクォークと反クォークが相対的な角運動量を持っていない ($L = 0$) と仮定する．以下ではそのような中間子のみを扱う．クォークと反クォークは反対の内部パリティを持っているのでこれらの中間子のパリティは $(-1)^{L+1} = -1$ である．クォークと反クォークのスピンを合成すると $S = 1$ か $S = 0$ になるが，これが中間子の全角運動量 J にほかならない．$J^P = 0^-$ 状態の中間子は**擬スカラー中間子** (pseudoscalar meson)，$J^P = 1^-$ 状態の中間子は**ベクトル中間子** (vector meson) と呼ばれている．3 種類のクォークと 3

種類の反クォークの組み合わせによりそれぞれ9種類の中間子があると自然に予想される.

■**アイソスピンとストレンジネス**　初めに最も軽い2つのクォークだけを考えよう. u および d クォークの構成子質量は両方とも約 300 MeV/c^2（表 9.1 参照）なので, 同じ量子数を持つ縮退した状態間の混合が当然起こる. $\mathrm{u\bar{u}}$ および $\mathrm{d\bar{d}}$ のクォーコニウムを記述するには**アイソスピン**という考えを導入すると役に立つ（表 14.1）. u クォークは $I_3 = +1/2$, d クォークは $I_3 = -1/2$ でアイソスピンの2重項 ($I = 1/2$) を構成する. これは**強い相互作用のアイソスピン**である. アイソスピンは強い相互作用では保存する. つまりアイソスピン空間で任意に回転された状態は強い相互作用について同等である. 量子力学的にはアイソスピンは合成される場合や上昇下降演算子が使われる場合, 角運動量と同じように取り扱うことができる. 2つの電子のスピンは合成されるとスピンの3重項か1重項になる. 同様に, クォークのアイソスピンについても, u ないし d クォークと $\mathrm{\bar{u}}$ ないし $\mathrm{\bar{d}}$ クォークの 2×2 の組み合わせからアイソスピンの**3 重項**と**1 重項**ができる.

表 14.1　軽いクォークと反クォーク, およびその量子数. B = バリオン数, J = スピン, I = アイソスピン, I_3 = アイソスピンの第3成分, S = ストレンジネス, Q/e = 電荷数.

	B	J	I	I_3	S	Q/e
u	+1/3	1/2	1/2	+1/2	0	+2/3
d	+1/3	1/2	1/2	−1/2	0	−1/3
s	+1/3	1/2	0	0	−1	−1/3
$\mathrm{\bar{u}}$	−1/3	1/2	1/2	−1/2	0	−2/3
$\mathrm{\bar{d}}$	−1/3	1/2	1/2	+1/2	0	+1/3
$\mathrm{\bar{s}}$	−1/3	1/2	0	0	+1	+1/3

この考えを発展させて s クォークをつけ加えることができる. s クォークの香りは新たな加算的量子数**ストレンジネス**によって記述される. s クォークは $S = -1$, 反 s クォークは $S = +1$ を持っている. ストレンジネスは弱い相互作用によってのみ変わりうるので, s クォークないし $\mathrm{\bar{s}}$ クォークを1つ含んでいる中間子は強い相互作用の固有状態である. $\mathrm{s\bar{s}}$ はストレンジネスがゼロの状態なので同じ量子数 J^P を持つ $\mathrm{u\bar{u}}$ や $\mathrm{d\bar{d}}$ 状態と混じりうる. s クォークの構成子クォーク質量は約 450 MeV/c^2 であり u クォークや d クォークより質量が大きいので, $\mathrm{u\bar{u}}$ と $\mathrm{d\bar{d}}$ 状態の間の混合ほどは混じり合わない.

群論によれば3つのクォークと3つの反クォークの 3×3 の組み合わせは**8 重項**と**1 重項**をつくる. グルーオンの場合（8.3 節）, 色と反色の 3×3 の組み合わせ

が 8 重項と 1 重項をつくることはすでに学んだ．群論ではこの対称性を **SU(3)** と呼んでいる．

以下に見るように，s クォークの質量が大きいためにこの対称性は質量スペクトルにおいてあまりはっきりとわからない．同じアイソスピン 3 重項に属する中間子の質量はほぼ同じだが，8 重項に属する中間子の質量は一様ではない．c クォークを含めると，中間子質量スペクトルにおいて対称性は更にあいまいになる．

■ベクトル中間子 e^+e^- 衝突において，重いクォーコニウムと同様に軽いベクトル中間子も生成される．9.2 節（図 9.4）で示したように重心系エネルギー約 1 GeV の近傍に 3 つの共鳴がある．最も質量の大きなものは 1019 MeV で ϕ 中間子と呼ばれる．ϕ 中間子はストレンジネスを持つ中間子に主に崩壊するので，$s\bar{s}$ 状態であると解釈されている：

$$|\phi\rangle = |s^\uparrow\bar{s}^\uparrow\rangle.$$

ここで矢印はクォークスピンの第 3 成分を意味している．ほとんど同じ質量で，わずかに軽い他の 2 つの ϱ 中間子と ω 中間子は u クォークと d クォークの混合した状態と解釈される．

770 MeV のところにあるエネルギーが最も低く幅広い共鳴は ϱ^0 中間子と呼ばれる．電荷を持つ ϱ 中間子も 2 種類あってその質量もほぼ同じである．電荷を持つ ϱ 中間子は他の反応で生成される．合計 3 つの ϱ 中間子はアイソスピン 3 重項 ϱ^+, ϱ^0, ϱ^- を成す．ϱ 中間子は u, $\bar{u}$, d, $\bar{d}$ クォークからつくられたアイソスピン 1 の状態である．この状態は表 14.1 で示されている個々のクォークの量子数を用いれば容易に組み立てることができる．電荷を持つ ϱ 中間子は

$$|\varrho^+\rangle = |u^\uparrow\bar{d}^\uparrow\rangle, \quad |\varrho^-\rangle = |\bar{u}^\uparrow d^\uparrow\rangle$$

である．アイソスピンは $I = 1$，第 3 成分はそれぞれ $I_3 = \pm 1$ である．次に中性の ϱ^0 中間子 ($I = 1$, $I_3 = 0$) をつくる（例えば上昇下降演算子 $I^\pm$ を用いる）：

$$|\varrho^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{|u^\uparrow\bar{u}^\uparrow\rangle - |d^\uparrow\bar{d}^\uparrow\rangle\right\}.$$

アイソスピンがゼロでこれと直交する波動関数が ω 中間子である：

$$|\omega\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{|u^\uparrow\bar{u}^\uparrow\rangle + |d^\uparrow\bar{d}^\uparrow\rangle\right\}.$$

スピンが 1/2 の粒子の角運動量の合成の一般の場合とは異なり，3 重項の方に負符号がつき，1 重項の方に正符号がついている．その真の理由は，ここでは粒子と反粒子から成る組み合わせを扱っていることにある（例えば [Go84] 参照）．

ストレンジネス $S \neq 0$ のベクトル中間子を K^* 中間子と呼ぶ．これは例えば高エネルギーの陽子を陽子標的に衝突させて生成することができる：

$$\mathrm{p} + \mathrm{p} \longrightarrow \mathrm{p} + \Sigma^+ + \mathrm{K}^{*0}$$

このような実験の終状態には，ハドロンの中に組み込まれて s クォークと $\bar{\mathrm{s}}$ 反クォークが同じ数だけ発生する．この例では K^{*0} は $\bar{\mathrm{s}}$ 反クォークを含み，Σ^+ バリオン（第15章参照）は s クォークを含む．ストレンジネスは強い相互作用で保存される量子数である．

s ないし $\bar{\mathrm{s}}$ クォークを 1 つだけ含む中間子は，軽いクォークからつくられる場合 4 つの組み合わせがある：

$$|\mathrm{K}^{*-}\rangle = |\mathrm{s}^{\uparrow}\bar{\mathrm{u}}^{\uparrow}\rangle, \quad |\overline{\mathrm{K}}^{*0}\rangle = |\mathrm{s}^{\uparrow}\bar{\mathrm{d}}^{\uparrow}\rangle,$$
$$|\mathrm{K}^{*+}\rangle = |\mathrm{u}^{\uparrow}\bar{\mathrm{s}}^{\uparrow}\rangle, \quad |\mathrm{K}^{*0}\rangle = |\mathrm{d}^{\uparrow}\bar{\mathrm{s}}^{\uparrow}\rangle.$$

$\mathrm{K}^{*-}, \overline{\mathrm{K}}^{*0}$ の対，$\mathrm{K}^{*0}, \mathrm{K}^{*+}$ の対はともに強い相互作用のアイソスピン 2 重項である．

ϱ, ω, ϕ, K^* がクォークと反クォークの $3 \times 3 = 9$ つの組み合わせのすべてである．これらはすべて実験で見つかっている．これはクォーク模型が正しいことを証明している[注1]．図 14.1 の左図にはベクトル中間子をストレンジネス S とアイソスピンの第 3 成分 I_3 によって分類してある．この分類が 3 重の対称性を示しているのは中間子を構成している 3 つの基本的なクォークの香りのせいである．中間子と反中間子は図の中で対角の位置にある．中央にある 3 つの中間子はそれ自身が反中間子である．

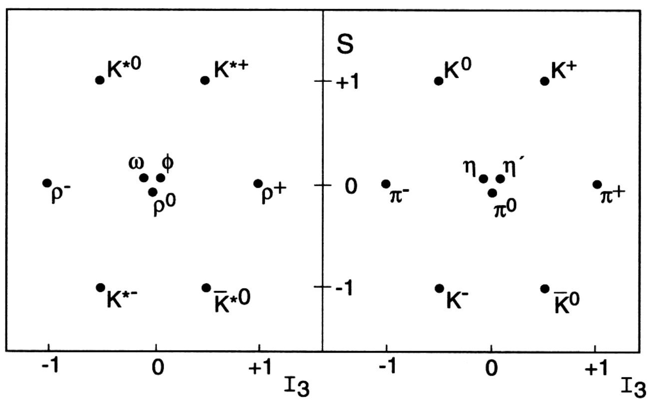


図 14.1　最も軽いベクトル中間子 ($J^P = 1^-$)（左）と最も軽い擬スカラー中間子 ($J^P = 0^-$)（右）をアイソスピン I_3 とストレンジネス S によって分類したもの．

■**擬スカラー中間子**　擬スカラー中間子では，クォークと反クォークのスピンが互いに反平行になっている．クォークと反クォークは反対のパリティを持っているので，全体の角運動量とパリティは $J^P = 0^-$ である．「擬スカラー」という名前がつけら

注1 歴史的には順序が逆で，クォーク模型は，様々な中間子を多重項に分類して説明するために導入された．

れているのは次のような理由による．スピン 0 の粒子は通常スカラーと呼ばれ，スピン 1 の粒子はベクトルと呼ばれる．スカラー量はパリティ変換に対し符号を変えず，偶（正）のパリティを持っている.「擬」という接頭語は，粒子が普通のスカラーとは違って，奇（負）のパリティを持っていることによる．

擬スカラー中間子のクォーク構造はベクトル中間子の構造と同様である（図 14.1）．パイ中間子のアイソスピン 3 重項は ϱ 中間子の 3 重項に対応する．K^* ベクトル中間子と同じクォークから構成されている擬スカラー中間子は K 中間子である．η' と η は，ϕ と ω にそれぞれ対応する．しかしアイソスピン 1 重項においては後で述べるようにクォークの混合の仕方が異なる．図 14.1 に示したように $S = I_3 = 0$ の量子数を持つ中間子の状態が 3 つある．香りに関して対称な 1 重項が 1 つ，香りの 8 重項の状態が 2 つである．8 重項の方の 2 つのうちの 1 つは，アイソスピンが 1 で $\mathrm{u\overline{u}}$ と $\mathrm{d\overline{d}}$ の混合である．擬スカラーでは π^0，ベクトルでは ϱ^0 がこれに該当する．8 重項の残りの 1 つの状態と 1 重項の状態は，香りの SU(3) 対称性が破れているために ($m_\mathrm{s} \neq m_\mathrm{u,d}$) 混じり合うことができる．擬スカラーの場合には，この混合は小さく，η や η' はそれぞれかなり純粋な 8 重項と 1 重項である：

$$|\eta\rangle \approx |\eta_8\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}\left\{|\mathrm{u}^\uparrow\overline{\mathrm{u}}^\downarrow\rangle + |\mathrm{d}^\uparrow\overline{\mathrm{d}}^\downarrow\rangle - 2|\mathrm{s}^\uparrow\overline{\mathrm{s}}^\downarrow\rangle\right\},$$

$$|\eta'\rangle \approx |\eta_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\left\{|\mathrm{u}^\uparrow\overline{\mathrm{u}}^\downarrow\rangle + |\mathrm{d}^\uparrow\overline{\mathrm{d}}^\downarrow\rangle + |\mathrm{s}^\uparrow\overline{\mathrm{s}}^\downarrow\rangle\right\}.$$

一方，ベクトル中間子の場合は 8 重項と 1 重項がより強く混じっている.「自然の気まぐれ」によって混合角はほぼ $\arctan 1/\sqrt{2}$ である．その結果，ϕ 中間子はほぼ純粋な $\mathrm{s\overline{s}}$ 状態であるのに対し，ω は $\mathrm{u\overline{u}}$ と $\mathrm{d\overline{d}}$ の混合であり，そのストレンジネス成分は無視することができる [PD98].

14.2 中間子の質量

軽い中間子の質量は図 14.2 に示されている．$J = 1$ の状態が $J = 0$ の状態よりずっと大きな質量を持っているのは驚くべきことである．例えば，π と ϱ の質量の差は約 600 MeV/c^2 もある．これに対し，チャーモニウムやボトモニウムにおける $1^1\mathrm{S}_0$ 状態と $1^3\mathrm{S}_1$ 状態の分裂はわずかに 100 MeV/c^2 程度である．

全スピン $S = 0$ と $S = 1$ の重いクォーコニウムの状態と場合と同様に，軽い擬スカラー中間子とベクトル中間子の質量差はスピン–スピン相互作用に原因を求めることができる．式 (13.10) と (13.11) から

$$\Delta M_\mathrm{ss} = \begin{cases} -3 \cdot \dfrac{8\hbar^3}{9c^3}\dfrac{\pi\alpha_\mathrm{s}}{m_\mathrm{q}m_{\overline{\mathrm{q}}}}|\psi(0)|^2 & \text{（擬スカラー中間子のとき）} \\ +1 \cdot \dfrac{8\hbar^3}{9c^3}\dfrac{\pi\alpha_\mathrm{s}}{m_\mathrm{q}m_{\overline{\mathrm{q}}}}|\psi(0)|^2 & \text{（ベクトル中間子のとき）} \end{cases} \tag{14.1}$$

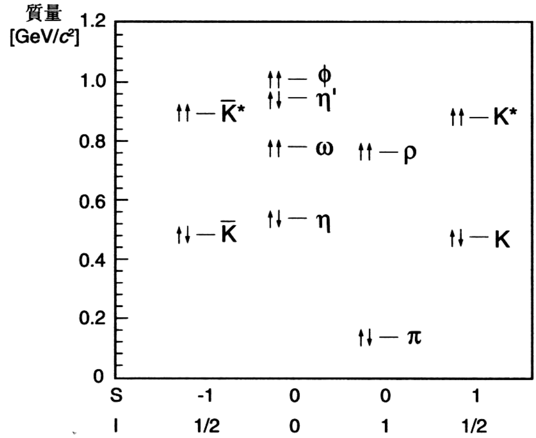


図 14.2 軽い擬スカラー中間子とベクトル中間子の質量スペクトル．粒子の多重項はストレンジネス S とアイソスピン I によって分類されている．矢印はそれぞれの中間子の角運動量を示している．ベクトル中間子の質量は擬スカラーのパートナーの質量よりも明らかに大きい．

という質量の差が得られる．この質量差は構成子クォーク質量に依存し，構成子クォークの質量が小さいほど質量差が大きい．式 (14.1) の分母にクォークの質量があるので構成子クォークの質量が小さいほど質量差が大きくなることがわかる．$|\psi(0)|^2$ 項は反対の効果を持つ（$1/r_\mathrm{b}^3$ に比例するのでクォークの質量が増すと増加する．r_b はボーア半径.）が，上記の影響の方が強い．このような理由から，軽い系の方が質量差が大きい．

すべての軽い中間子の質量の値は現象論的な式で記述される．

$$M_{\mathrm{q\overline{q}}} = m_\mathrm{q} + m_{\overline{\mathrm{q}}} + \varDelta M_{\mathrm{ss}}. \tag{14.2}$$

ここで $m_{\mathrm{q},\overline{\mathrm{q}}}$ は構成子クォーク質量である．この方程式において未知数なのは 3 つの軽いクォーク u, d, s の構成子質量である．u と d の質量は同じであると仮定する．$\alpha_\mathrm{s} \cdot |\psi(0)|^2$ は，今考えているすべての中間子についてはおおざっぱな近似として一定であると仮定する．これらの量は実験により知られている様々な中間子の質量を式 (14.2) で fit することにより求めることができる．そのようにして得られた構成子クォーク質量は，$m_{\mathrm{u,d}} \approx 310\,\mathrm{MeV}/c^2$, $m_\mathrm{s} \approx 483\,\mathrm{MeV}/c^2$ である [Ga81]．これらの値を使って今度は中間子の質量を計算すると，表 14.2 に示すように実験値と数%しか違わない．これらの軽いクォークの構成子質量は，主としてクォークを取り巻くグルーオンの雲や仮想クォーク–反クォーク対から生じているものである．裸のクォークの質量は u, d クォークについては 5–10 MeV/c^2 くらいにすぎず，s クォークについては約 150 MeV/c^2 である．中間子質量のこの簡単な計算により，裸のクォーク質量がたいへん小さいクォークについても構成子クォークの概念が正しいことを示している．

表 14.2 軽い中間子の質量の実験による測定値と式 (14.2) から求めた値 [Ga81]．計算値はアイソスピン多重度の質量の平均値に対して fit してある．異なる荷電状態の質量が電磁相互作用によってわずかに異なることを説明することは当然できない．

中間子	J^P	I	質量 [MeV/c^2] 計算値	測定値
π	0^-	1	140	135.0 π^0 / 139.6 $\pi^\pm$
K	0^-	1/2	485	497.7 K^0 / 493.7 K^-
η	0^-	0	559	547.3
η'	0^-	0	—	957.8
ϱ	1^-	1	780	770.0
K*	1^-	1/2	896	896.1 K^{*0} / 891.7 K^{*-}
ω	1^-	0	780	781.9
ϕ	1^-	0	1032	1019.4

式 (14.2) で中間子のスペクトルをたいへんよく記述できるのは驚くべきことである．この方程式には静止質量が含まれているだけでクォークの運動エネルギーや強い相互作用のポテンシャル (13.6) に依存する質量項は何も入っていない．強い相互作用のポテンシャルはクーロン型の項と線形に増加する項の和になっているが，運動エネルギーとポテンシャルの効果がよい近似で相殺されるような特別な場合になっているように思われる．

14.3 崩壊チャネル

様々な中間子がどのように崩壊するかは，その中間子の質量と量子数からわかる．この章で扱っている擬スカラー中間子とベクトル中間子の主要な崩壊チャネルは表 14.3 に示してある．

最も軽い中間子であるパイ中間子から始めよう．π^0 はハドロンの中で 1 番軽いので電磁気的には崩壊できるが強い相互作用では崩壊できない．一方 $\pi^\pm$ は電荷を持つハドロンの中では最も軽いので弱い相互作用により半レプトン崩壊することだけができる．電荷の保存とレプトン数の保存から終状態は荷電レプトンとニュートリノでなければばならないからである．したがって $\pi^\pm$ は寿命が長い．ヘリシティ保存のため $\pi^- \to e^- + \overline{\nu}_e$ による崩壊は $\pi^- \to \mu^- + \overline{\nu}_\mu$ に比べて強く抑制される（10.7 節参照）．

表 14.3　最も軽い擬スカラー中間子とベクトル中間子の重要な崩壊チャネル．強崩壊できる中間子については寿命 τ の代わりに共鳴幅 Γ から与えられている．その場合，寿命は $\Gamma = \hbar/\tau$（ただし $\hbar = 6.6 \times 10^{-22}$ MeV s）から求まる．

	中間子	寿命 [s]	主要な崩壊チャネル		備考
擬スカラー中間子	$\pi^\pm$	2.6×10^{-8}	$\mu^\pm \overset{(-)}{\nu}_\mu$	$\approx 100\%$	（10.7 節参照）
			$\mathrm{e}^\pm \overset{(-)}{\nu}_\mathrm{e}$	1.2×10^{-4}	
	π^0	8.4×10^{-17}	2γ	99%	電磁相互作用
	$\mathrm{K}^\pm$	1.2×10^{-8}	$\mu^\pm \overset{(-)}{\nu}_\mu$	64%	
			$\pi^\pm\pi^0$	21%	
			3π	7%	
	K^0_S	8.9×10^{-11}	2π	$\approx 100\%$	（K^0崩壊については 14.4 節参照）
	K^0_L	5.2×10^{-8}	3π	34%	
			$\pi\mu\nu$	27%	
			$\pi \mathrm{e} \nu$	39%	
			2π	3×10^{-3}	CP の破れ
	η	5.5×10^{-19}	3π	56%	電磁相互作用
			2γ	39%	電磁相互作用
	η'	3.3×10^{-21}	$\pi\pi\eta$	65%	
			$\varrho^0\gamma$	30%	電磁相互作用
ベクトル中間子	ϱ	4.3×10^{-24}	2π	$\approx 100\%$	
	K^*	1.3×10^{-23}	$\mathrm{K}\pi$	$\approx 100\%$	
	ω	7.8×10^{-23}	3π	89%	
	ϕ	1.5×10^{-22}	$2\mathrm{K}$	83%	
			$\varrho\pi$	13%	OZI 則により抑制

次に重い中間子は K 中間子である．K 中間子は s クォークを含む最も軽い中間子であるから，より軽い粒子に崩壊するには s クォークが香りを変える必要がある．これは弱い相互作用によってのみ可能である．それゆえに K 中間子も比較的寿命が長い．パイ中間子へのハドロン崩壊および半レプトン崩壊をする．K^0 崩壊は特別なものであり，14.4 節で詳しく扱う．

パイ中間子と K 中間子は寿命が長く，生成するのも容易なので，これらを使って特定の運動量を選んだ中間子ビームをつくることが可能である．このビームは散乱実験に使うことができる．高エネルギーのパイ中間子や K 中間子を長い距離飛ばせて崩壊させ，ミューオンやニュートリノのビームをつくることもできる．

ベクトル中間子は強崩壊すると普通はパイ中間子を放出して軽い擬スカラー中間子

に変わる．その典型は ϱ と K^* の崩壊である．これらの寿命はほぼ 10^{-23} 秒である．

ω 中間子は 2 つのパイ中間子に強崩壊することができない．これは ϱ 中間子と異なるところである．これは強い相互作用における **G パリティ**保存の結果である．**G パリティ**は C パリティとアイソスピン対称性の組み合わせであるが [Ga66]，ここでは扱わない．

ϕ 中間子がどう崩壊するかは 9.2 節ですでに述べた．OZI 則のため s クォークを含む中間子と $\bar{s}$ クォークを含む中間子の対，つまり K 中間子の対に主に崩壊する．終状態の 2 つの K 中間子の質量の和がもともとの ϕ の質量に近いので崩壊の位相空間が小さい．その結果 ϕ 中間子は寿命が比較的長い．

擬スカラーの中間子 η と η' はやや普通とは異なる崩壊の仕方をする．η が 2 つのパイ中間子に強崩壊できない理由は容易に示すことができる．まず η と π はいずれもスピン 0 の粒子なので角運動量の保存により 2 つのパイ中間子は相対角運動量 $\ell = 0$ しか持てない．パイ中間子の内部パリティは負なので終状態の 2 つのパイ中間子状態の全パリティは $P_{\pi\pi} = (-1)^2 \cdot (-1)^{\ell=0} = +1$ となる．しかし，η は負のパリティを持っている．だからこのような終状態は弱崩壊によってのみ到達可能である．3 つのパイ中間子に崩壊する場合にはパリティは保存されるが，パイ中間子のアイソスピンが対称性のため合成されてゼロになることができないのでアイソスピンが保存しない．電磁相互作用の場合にはアイソスピンが保存されなくてもよいので η は主として電磁相互作用によって崩壊する．η の寿命は強崩壊する粒子の典型的な寿命より何桁も大きい．

η' は主に $\pi\pi\eta$ に崩壊する．しかし $\varrho\gamma$ への電磁気的な崩壊も同じくらいよく起こる．このことは強い相互作用がたいへん抑制されているために寿命が同じくらいになっているのだということを示唆している．その詳細についてはここでは立ち入らない [Ne91]．

14.4 中性 K 中間子の崩壊

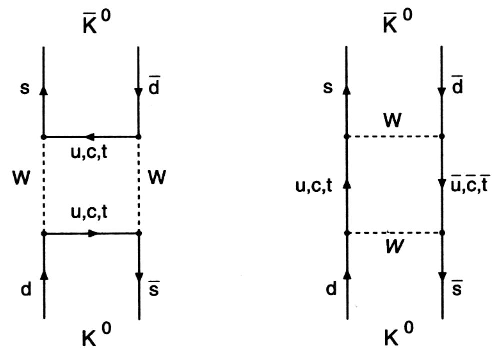
K^0 と $\overline{K}^0$ の崩壊は，P パリティと C パリティを理解するのにたいへん重要である．P パリティは空間の鏡映対称に関するパリティであり，C パリティは荷電共役変換（粒子–反粒子変換）に関するパリティである．

中性の K 中間子は 2 つのパイ中間子にも 3 つの中間子にも崩壊しうる．η の崩壊について議論したように，終状態の 2 つのパイ中間子の系は正のパリティを持っているが，3 つのパイ中間子の系は負のパリティを持っている．両方への崩壊が可能であるということが，よく知られた**パリティの破れ**の例である．

■ K^0 と $\overline{K}^0$ の混合　K^0 と $\overline{K}^0$は同じ終状態へ崩壊することができるので，仮想パイオンの中間状態を経て互いに他に変換されることが可能である [Ge55]：

$$K^0 \longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2\pi \\ 3\pi \end{array} \right\} \longleftrightarrow \overline{K}^0$$

クォークの描像ではそのような変換はいわゆるボックス・ダイアグラムによって可能である．



$|K^0\rangle$ と $|\overline{K}^0\rangle$ は異なるストレンジネス量子数を持った状態であり，強い相互作用においては独立している．しかし弱い相互作用によって混じり合うことができる．

■ CP の保存　粒子と反粒子の混合によってたいへん興味深い効果が起こる．10.7 節で述べたように，弱い相互作用はパリティを最大限に破る．このことはニュートリノについて，左巻きの粒子 $|\nu_L\rangle$ と右巻きの反粒子 $|\bar{\nu}_R\rangle$ のみ現れるので特に明らかなことである．K^0 崩壊では，2 つもしくは 3 つの中間子への崩壊としてパリティの破れが現れる．ニュートリノについては，更に空間反転 $(\mathcal{P})$ と電荷共役変換 $(\mathcal{C})$ を組み合わせると，物理的に許容された状態への変換 $\mathcal{CP}|\nu_L\rangle \to |\bar{\nu}_R\rangle$ となる．弱い相互作用の $V-A$ 理論は，組み合わされた CP 量子数が保存されるように定式化されている．

ここで，これらのことを K^0–$\bar{K}^0$ の系に適用してみよう．2 つのパイ中間子の系と 3 つのパイ中間子の系の終状態は，演算子を組み合わせて $\mathcal{CP}$ という演算子をつくると異なる固有値を持った固有状態になっている：

$$\begin{aligned} \mathcal{CP}|\pi^0\pi^0\rangle &= +1\cdot|\pi^0\pi^0\rangle, & \mathcal{CP}|\pi^0\pi^0\pi^0\rangle &= -1\cdot|\pi^0\pi^0\pi^0\rangle, \\ \mathcal{CP}|\pi^+\pi^-\rangle &= +1\cdot|\pi^-\pi^+\rangle, & \mathcal{CP}|\pi^+\pi^-\pi^0\rangle &= -1\cdot|\pi^-\pi^+\pi^0\rangle. \end{aligned}$$

一方，K^0 と $\overline{K}^0$ は，いずれもはっきりと決まった CP パリティを持つ状態ではない：

$$\mathcal{CP}|K^0\rangle = -1\cdot|\overline{K}^0\rangle, \quad \mathcal{CP}|\overline{K}^0\rangle = -1\cdot|K^0\rangle.$$

$\mathcal{CP}$ 演算により $|K^0\rangle$ は $|\overline{K}^0\rangle$ に，$|\overline{K}^0\rangle$ は $|K^0\rangle$ に変換される．K^0 と $\overline{K}^0$ の相対的な位相は任意に選ぶことができる．$\mathcal{C}|K^0\rangle = +|\overline{K}^0\rangle$ という位相を選ぶことにする．そ

うすると，K 中間子のパリティは負なので $\mathcal{CP}$ 変換をすると -1 という因子がつく．

弱い相互作用では P パリティと C パリティはいずれも破れているが $\mathcal{CP}$ については不変であるとすると，K 中間子の崩壊の始状態ははっきりした CP パリティを持った状態でなければならない．線形結合によりそのような CP の固有状態を構成することができる：

$$|\mathrm{K}_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{|\mathrm{K}^0\rangle - |\overline{\mathrm{K}}^0\rangle\right\} \quad (\mathcal{CP}|\mathrm{K}_1^0\rangle = +1\cdot|\mathrm{K}_1^0\rangle),$$
$$|\mathrm{K}_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{|\mathrm{K}^0\rangle + |\overline{\mathrm{K}}^0\rangle\right\} \quad (\mathcal{CP}|\mathrm{K}_2^0\rangle = -1\cdot|\mathrm{K}_2^0\rangle).$$

CP 保存の仮定のもとでは中性 K 中間子のハドロン崩壊を，K_1^0 の 2 つのパイ中間子への崩壊および K_2^0 の 3 つのパイ中間子への崩壊として記述しなければならない．この 2 つの崩壊確率は大きく異なるはずである．3 つのパイ中間子の静止質量の和は中性 K 中間子の静止質量にほぼ近いので，3 つのパイ中間子への崩壊の位相空間は 2 つのパイ中間子への崩壊の位相空間よりずっと小さい．そこで K_2^0 状態は K_1^0 状態よりずっと寿命が長いはずである．

実験では，高エネルギーの陽子を標的にぶつけ K 中間子を発生させる．その例は反応 $\mathrm{p}+\mathrm{n}\to\mathrm{p}+\Lambda^0+\mathrm{K}^0$ である．強い相互作用ではストレンジネス S は保存されるので，中性 K 中間子は強い相互作用の固有状態である．この例の場合は $|\mathrm{K}^0\rangle$ は $S=+1$ を持っている．量子力学的にはそのような状態を CP の 2 つの固有状態 $|\mathrm{K}_1^0\rangle$ と $|\mathrm{K}_2^0\rangle$ の線形結合として表現することができる．実際，K^0 が生成される反応でも $\overline{\mathrm{K}}^0$ が生成される反応でも，寿命の短い粒子と寿命の長い粒子が半分ずつ混じっているのが観察される．それぞれを K_S^0 および K_L^0（S は short，L は long を表す）と呼ぶ（表 14.3）．寿命の短い K 中間子は 2 つのパイ中間子に崩壊し，寿命の長い K 中間子は 3 つのパイ中間子に崩壊する．したがって CP 保存の枠内では，$|\mathrm{K}_1^0\rangle$ と $|\mathrm{K}_2^0\rangle$ はそれぞれ K_S^0 と K_L^0 に等しい．実際には CP は保存しておらず，それについては次の項で述べる．

■ CP の破れ K_S^0 の寿命の数倍の時間飛行すると，短寿命の方の K 中間子はほぼすべて崩壊しまっているはずである．こうして K 中間子生成用の標的から十分に離れたところでは，純粋な K_L^0 粒子のビームが得られる．精密な測定によると，長寿命の方の K 中間子は 3 つのパイ中間子に崩壊するだけでなく，たいへん小さな確率 (2.9×10^{-3}) ながら 2 つのパイ中間子にも崩壊することがわかった [Ch64, Kl92b, Gi97]．質量の固有状態 K_L^0 が CP の固有状態 K_2^0 と同一でないか，あるいは K_2^0 の崩壊の行列要素が 2 つのパイ中間子への遷移を許す成分を持っているかのどちらかである．いずれにしても CP の対称性が破れている．

他の例としては，K_L^0 のセミレプトン崩壊

$$\mathrm{K_L^0} \longrightarrow \pi^{\pm} + \mu^{\mp} + \overset{(-)}{\nu}_{\mu}, \quad \mathrm{K_L^0} \longrightarrow \pi^{\pm} + \mathrm{e}^{\mp} + \overset{(-)}{\nu}_{\mathrm{e}}$$

の研究により，粒子と反粒子の生成の非対称性が明らかになっている．終状態に正電荷のレプトンが生じる崩壊の方が負電荷のレプトンが生じる場合よりも多く起こる（1.0033 : 1 の比）．前の例と同じようにわずかだが，これも CP の破れの一例である．

$\mathrm{K}^0 \leftrightarrow \overline{\mathrm{K}}^0$ の系は **CP の破れ**が実験的に検出された最初の系である．他の電気的に中性な中間子–反中間子系 ($\mathrm{D}^0 \leftrightarrow \overline{\mathrm{D}}^0$, $\mathrm{B}^0 \leftrightarrow \overline{\mathrm{B}}^0$, $\mathrm{B_s^0} \leftrightarrow \overline{\mathrm{B}}_{\mathrm{s}}^0$) でも同じような振舞いが期待されている．実際，1987 年に DESY で B^0 と $\overline{\mathrm{B}}^0$ の混合が発見された [Al87a, Al87b, Al92a]．そして KEK と SLAC の「B ファクトリー」で B^0 系における CP の破れが発見された．

【問　題】

1　ϱ^0 の崩壊　ϱ^0 ($J^P = 1^-$, $I = 1$) はほとんど 100% $\pi^+ + \pi^-$ に崩壊する．$2\pi^0$ に崩壊しないのはなぜか？

2　D^+ の崩壊　$\mathrm{D}^+(\mathrm{c\bar{d}})$ は多くのチャネルに崩壊する．比

$$R = \frac{\Gamma(\mathrm{D}^+ \to \mathrm{K}^- + \pi^+ + \pi^+)}{\Gamma(\mathrm{D}^+ \to \pi^- + \pi^+ + \pi^+)}$$

はどのような値をとると期待されるか？

3　パイ中間子と K 中間子の崩壊　高エネルギーのニュートリノビームは，高エネルギーの荷電パイ中間子や荷電 K 中間子の崩壊を用いて生成することができる：

$$\pi^{\pm} \longrightarrow \mu^{\pm} + \overset{(-)}{\nu}_{\mu}$$

$$\mathrm{K}^{\pm} \longrightarrow \mu^{\pm} + \overset{(-)}{\nu}_{\mu}$$

(a) 200 GeV のビーム中のパイ中間子と K 中間子のうち距離 $d = 100\,\mathrm{m}$ 以内に崩壊する割合 F はそれぞれいくらか？（表 14.2 と 14.3 で与えられた粒子の質量と寿命を用いよ.）

(b) それぞれの場合のニュートリノエネルギーの最大値と最小値はいくらか？

第 15 章

バリオン

バリオンのうち最もよく知られているのは核子，つまり陽子と中性子である．深非弾性散乱を用いた研究により，核子は 3 つのバレンスクォーク，クォーク–反クォーク対から成る「海」，およびグルーオンから成っていることがわかっている．以下に述べるバリオンのスペクトルの考察では，中間子の場合と同じように**構成子クォーク**の概念を用いる．

■用語　この章では u, d, s クォークから成るバリオンのみを扱う．u と d クォークのみから成るバリオンは核子（アイソスピン $I = 1/2$）と Δ 粒子 ($I = 3/2$) である．s クォークを含むバリオンは一括して**ハイペロン** (hyperon) と呼ばれる．s クォークの数とアイソスピンとによって Λ, Σ, Ξ, Ω と名づけられている．

	N	Δ	Λ	Σ	Ξ	Ω
アイソスピン　I	1/2	3/2	0	1	1/2	0
ストレンジネス　S	0		−1		− 2	− 3
s クォークの数	0		1		2	3

ハイペロンはストレンジネス -1, -2, -3 を持つのに対して，反ハイペロンはストレンジネス $+1$, $+2$, $+3$ を持つ．

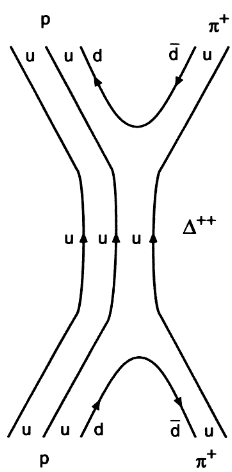
c や b クォークを含むバリオンが発見されたので，この分類は現在では拡張されている．s よりも重いクォークはハイペロンの記号に添字をつけることによって示される．例えば Λ_c^+ は (udc)，Ξ_{cc}^{++} は (ucc) という構成である．しかしそのような質量の大きなバリオンは以下では扱わない．

15.1　バリオンの生成と検出

■形成実験　バリオンは加速器を使った実験で様々な方法を用いて生成される．7.1 節で核子共鳴がどのようにして電子の非弾性散乱で得られるかを記述した．核子の励起状態はパイ中間子の陽子による散乱でもつくることができる．

$$\pi^+ + \mathrm{p} \longrightarrow \Delta^{++} \longrightarrow \mathrm{p} + \pi^+$$

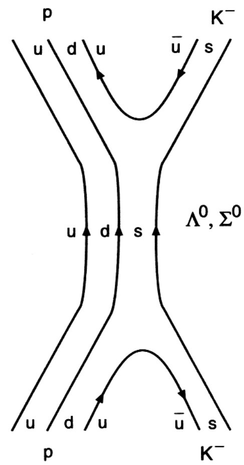
という反応を用い入射するパイ中間子のビームエネルギーを変化させ，**全断面積**を測ることによって Δ^{++} **共鳴**のエネルギー（質量）と幅（寿命）を調べることができる．エネルギーが最も低くそして最も大きな断面積のピークは 1232 MeV にある．そのためこの共鳴は Δ^{++} (1232) と名づけられている．次の図に示すクォークの流れのダイアグラムは，共鳴の生成と崩壊をクォークの描像で示している．



簡単に言えば，クォーク–反クォーク対が消滅したことによって得られたエネルギーが，共鳴状態の内部励起エネルギーに変換されたと考えることができる．逆に，共鳴の崩壊では励起エネルギーが解放されて新たなクォーク–反クォーク対が生成される．このような状態の寿命は短く，$\tau = 0.5 \times 10^{-23}\,\mathrm{s}$ である．測定器では崩壊後の生成物，つまり陽子と π^+ を検出することしかできない．その角度分布から共鳴のスピンとパリティを決めることができる．その結果 $J^P = 3/2^+$ が得られた．寿命がたいへん短いので，崩壊が強い相互作用によって起こっていることがわかる．反応の重心系エネルギーを上げると，断面積に共鳴構造が更にいくつか見つかる．これらは Δ^{++} の励起状態であり，クォークがバリオンの中で励起されたエネルギー準位にある．ビームとしてパイ中間子の代わりに K 中間子を用いると，ストレンジネスを標的へ持ち込むことになるので，ハイペロンを生成することができる．そのような反応の例は，

$$\mathrm{K^- + p \longrightarrow \Sigma^{*0} \longrightarrow p + K^-}$$

である．共鳴状態である中間状態 Σ^{*0} は Σ^0 の励起状態である．Δ^{++} と同様にたいへん短寿命であり，主として始状態と同じ陽子と負の電荷を持つ K 中間子に「ただちに」崩壊する．次の図に示すクォークの流れのダイアグラムは，クォークの組み合わせとしてこの過程で生成可能なすべての共鳴状態を一般的に示している．



例えば，この反応で Λ^0 の励起状態も発生しうる．これまでに述べた反応の断面積は図 15.1 に重心系エネルギーの関数として表されている．そこには共鳴による構造がはっきりと見られる．励起されたバリオン状態の質量に対応するそれぞれのピークは，共鳴の幅が 100 MeV 程度であって，隣の共鳴と部分的に重なっているので，たいていの場合分解するのが難しい．このように幅が広いのが強い相互作用で崩壊する状態の特徴である．

これまでに述べてきた実験はいわゆる**形成実験** (formation experiment) と呼ばれるものであって，形成されたバリオンは断面積における共鳴として検出される．ビームと標的の全エネルギーを用いてこの共鳴が形成される．使える粒子ビームの種類は限られているので，このような方法は核子の励起状態やストレンジネス $S = -1$ のハイペロンの生成に利用が限られている．

■生成実験　バリオンを生成する一般的な方法は**生成実験** (production experiment) である．可能な限り高いエネルギーの陽子，パイ中間子ないしは K 中間子ビームを標的にぶつける．新たな粒子を生成するために使える最大限のエネルギーは散乱の重心系エネルギーである．図 15.1 に示すように，重心系エネルギーが 3 GeV を超えると断面積にはもはや共鳴は見られず，弾性散乱断面積は全断面積よりずっと小さくなる．このエネルギー領域では非弾性の粒子生成反応が主として起きる．

断面積に共鳴の構造を探す代わりに，生成実験ではビームと標的の反応によってつ

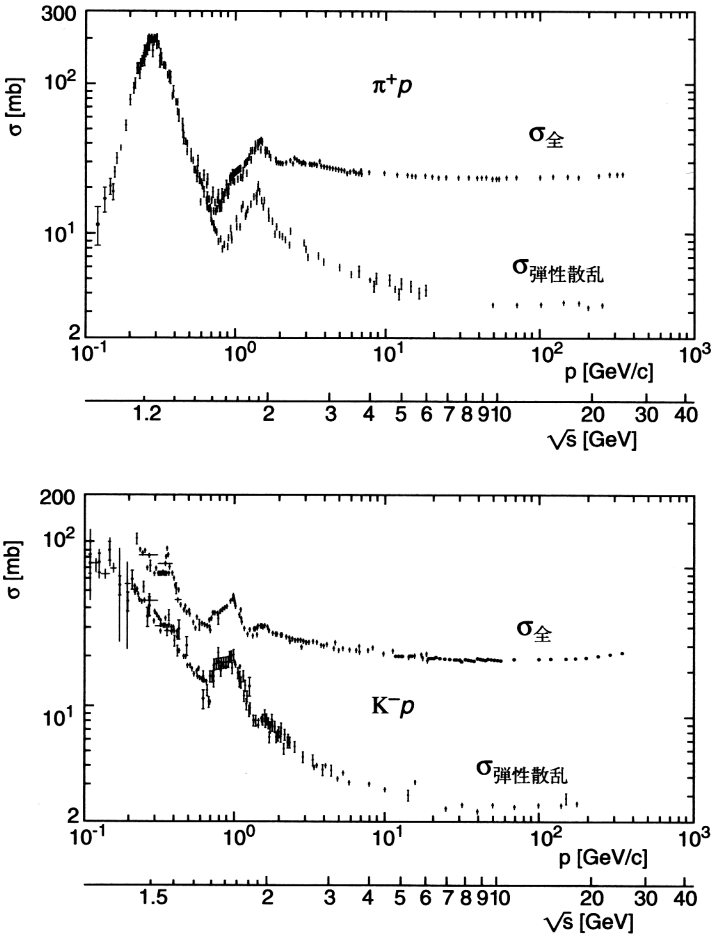


図 15.1　π^+ 中間子の陽子による散乱（上）および K^- 中間子の陽子による散乱（下）の全断面積と弾性散乱断面積を中間子ビームの運動量ないし重心系エネルギーの関数として表したもの [PD98]．断面積のピークは短寿命の状態に対応する．π^+p 反応の断面積におけるピークは，始状態の電荷の合計が $+2e$ なので Δ^{++} 共鳴であるに違いない．ビームの運動量約 300 MeV/c のところのピークは質量が 1232 MeV/c^2 であって，Δ^{++} の基底状態に対応する．K^-p 反応の断面積における共鳴は電気的に中性な Σ と Λ の励起状態の生成を示している．最も顕著なピークは励起状態 $\Sigma^0(1775)$ と $\Lambda^0(1820)$ とが重なり合ってできている．

くられた多くの反応生成物を観測する．生成された粒子はたいへん短寿命なので直接は検出できず，実際は崩壊生成物を測定器で検出することができるだけである．しかしこのような短寿命の状態も崩壊生成物の運動量 $\boldsymbol{p}_i$ とエネルギー E_i を測ると，**不変質量** (invariant mass) の方法を用いて再構成することができることが多い．崩壊する粒子 X の質量が M_{X} であるとき，

$$M_{\mathrm{X}}^2 c^4 = p_{\mathrm{X}}^2 c^2 = \Big(\sum_i p_i c\Big)^2 = \Big(\sum_i E_i\Big)^2 - \Big(\sum_i \boldsymbol{p}_i c\Big)^2. \tag{15.1}$$

実際には反応の事象を数多く観測し，検出された粒子のある特定の組み合わせで不変質量を計算して解析する．そうすると不変質量のスペクトルの中に，これらの粒子に崩壊した短寿命の共鳴状態がピークとして見つかる．このようにして，すでに知られている短寿命の共鳴を識別することができるし，これまで知られていない新たな粒子を検出することもできる．

例として

$$K^- + p \longrightarrow \pi^+ + \pi^- + \Lambda^0$$

という反応の終状態の $\Lambda^0 + \pi^+$ の粒子の組み合わせの不変質量スペクトルを示す．$1385\,\mathrm{MeV}/c^2$ にピークがあるが，これは Σ^+ の励起状態 Σ^{*+} である（図 15.2 の左図）．Σ^{*+} バリオンは $\Sigma^{*+} \to \pi^+ + \Lambda^0$ という崩壊によって識別される．この崩壊は強い相互作用で起こるので，ストレンジネスやアイソスピンなどのすべての量子数が保存する．上の反応の例では Σ^{*-} 状態が生成されることも可能である．Σ^{*-} は $\Lambda^0 + \pi^-$ に崩壊する．不変質量を解析すると Σ^{*+} の場合とほぼ同じピークの値を得る[注1]（図 15.2 の右図）．両方のグラフともエネルギーの大きな方にまでスペクトルが広がっているのは異なる電荷を持つ共鳴 Σ^{*+} と Σ^{*-} のいずれかが生成されるからである．崩壊によって生じたのではない方のパイ中間子，例えば Σ^{*-} が生成された場合の π^+ の運動量とエネルギーは固定されており，Λ^0 と π^+ の不変質量のスペクトルにおいて，エネルギーの高い方に「にせの」共鳴ピークをつくる．このような不確定性は，実験をいくつかのビームエネルギーで行えば解決することができる．その他にも，$\Sigma^{*\pm}$ の生成・崩壊を介さない相関のない $\pi^\pm$–Λ^0 対がわずかながら不変質量スペクトルにバックグラウンドを形成する．特定の反応生成物の不変質量スペクトルを解析するこのような方法によって Σ の励起状態は 1960 年に初めて検出された [Al60].

研究しようとしているバリオンの共鳴状態が存在することがすでにわかっている場合には，多くの事象を積算しなくても 1 事象ごとに共鳴状態を検出することができる．これは上に述べた Σ^{*+} の識別にとって重要である．なぜならば Λ^0 は $\Lambda^0 \to p + \pi^-$ によって崩壊するので，第 1 に Λ^0 を不変質量の方法で構成しなければならないからである．Λ^0 は弱崩壊するため寿命は長く $2.6 \times 10^{-10}\,\mathrm{s}$ なので，検出するのは簡単である．崩壊するまでの Λ^0 の平均飛行距離はエネルギーによるが数 cm から数 m である．崩壊生成物に対して飛跡測定器を用いると Λ^0 の崩壊点を 1 次反応の点から空間的に分離して識別することができる．

Σ^- ビームと原子核との反応によってできたすべての粒子が段階的にうまく再構成された例が図 15.3 に示してある．この例では不変質量の方法でバリオンの状態の 3 段階にわたる崩壊過程が検出された．実際に測定されたのは次の反応である：

注1 Σ^{*-} と Σ^{*+} の質量差はおおよそ $4\,\mathrm{MeV}/c^2$ である（表 15.1 参照）.

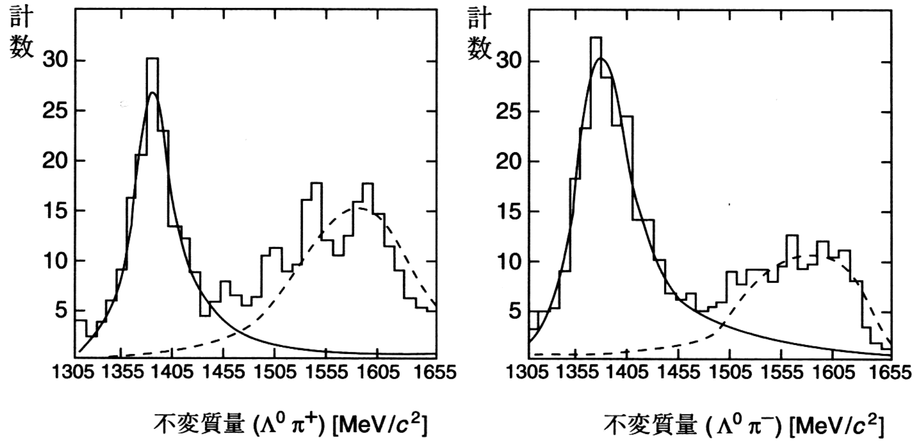


図 15.2　反応 $K^- + p \to \pi^+ + \pi^- + \Lambda^0$ における粒子の組み合わせ $\Lambda^0 + \pi^+$（左），$\Lambda^0 + \pi^-$（右）の不変質量スペクトル．はじめの状態の K 中間子ビームの運動量は 11.1 GeV/c^2 である．反応の事象は泡箱で記録された．両方のスペクトルとも約 1385 MeV/c^2 のところに Σ^{*+} ないし Σ^{*-} に対応するピークがある．これらのピークをブライト–ウィグナーの共鳴曲線（実線）で fit すると共鳴の質量と幅を決めることができる．崩壊に関与しないパイ中間子のエネルギーはビームエネルギーに対して運動学的に決まっている．だから Λ^0 とこのパイ中間子の組み合わせから生じる別の「にせの」ピークがより高いエネルギーのところに現れる．これは現実のバリオン共鳴に対応するものではない（[El61] による）．

$$\Sigma^- + A \longrightarrow p + K^+ + \pi^+ + \pi^- + \pi^- + \pi^- + A'$$

最初の反応は原子核 A の中の陽子の 1 つで起こった．終状態のすべての粒子は（残留核 A' を別とすれば）識別され，その運動量も測定された．まずドリフトチェンバーとプロポーショナルチェンバーで測定された陽子と π^- の飛跡は点 (3) までさかのぼることができる．陽子と π^- の不変質量の計算から，これが Λ^0 の崩壊した点であることがわかる．そのようにして Λ^0 の運動量もわかるので，測定器では見えないが，飛跡を点 (2) まで外挿するとそこで π^- の飛跡とぶつかる．Λ^0 とこの π^- の不変質量は約 1320 MeV/c^2 であるから Ξ^- バリオンの質量と一致する．この Ξ^- は標的の位置 (1) までさかのぼることができる．更に分析してみるとこの Ξ^- も最初の反応でつくられた Ξ^{*0} 状態の崩壊生成物であることがわかる．Ξ^{*0} は強崩壊により「ただちに」Ξ^- と π^+ に崩壊したのである．すべての中間段階を含めて反応の全体を表すと，以下のようになる：

$$\begin{aligned}
\Sigma^- + A \to\ & \Xi^{*0} + K^+ + \pi^- + A' \\
& \hookrightarrow \Xi^- + \pi^+ \\
& \qquad \hookrightarrow \Lambda^0 + \pi^- \\
& \qquad\qquad \hookrightarrow p + \pi^-
\end{aligned}$$

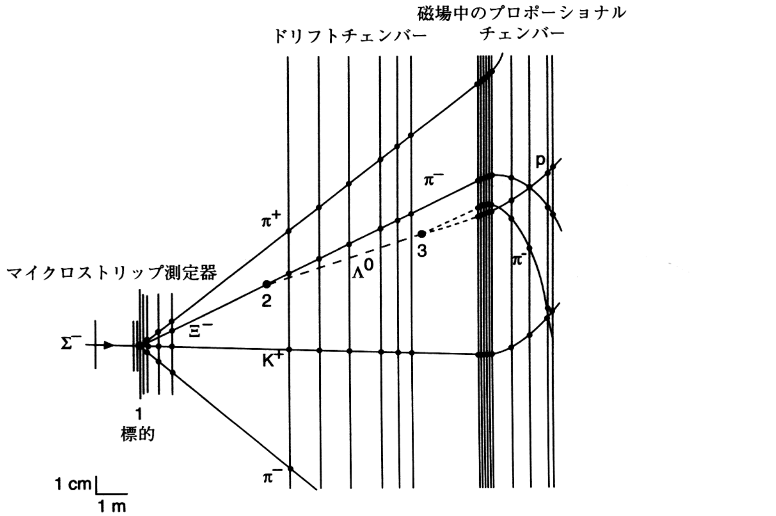


図 15.3 CERN のハイペロンビームの WA89 測定器によってバリオンの崩壊のカスケードが測定された例（[Tr92] に基づき図式的に示してある）．運動エネルギーが 370 GeV の Σ^- ハイペロンが炭素の薄い標的にぶつかってこの事象が生じた．生成された荷電粒子の軌跡は標的の近傍ではシリコンストリップ検出器によって測定され，標的から遠く離れたところではドリフトチェンバーやプロポーショナルチェンバーによって測定される．荷電粒子の運動量は強い磁場の中での軌跡の曲がり方の測定から決めることができる．図に示した軌跡は様々な測定器のシグナルを解析して決められたものである．バリオンの状態が崩壊するチェーンは本文中に説明してある．

この反応はストレンジ粒子が他のストレンジ粒子と一緒に生成される例の 1 つでもある．ビーム粒子 Σ^- はストレンジネス -1 を持っている．標的との反応によって，ストレンジネス -2 を持つ Ξ^{*0} が生成されるが，強い相互作用ではストレンジネスが保存するのでストレンジネス $+1$ を持つ K^+ も同時に生成される．

15.2 バリオン多重項

以下では u, d, s クォークからどのようなバリオンが構成されるかを少し詳しく述べる．最も低い質量の状態に限って話を進める．したがってクォークの軌道角運動量は $\ell = 0$ であり，波動関数の動径部分の励起もない．

バリオンを構成している 3 つのクォークはフェルミ粒子であるから**パウリの原理**を満たさなければならない．バリオン全体の波動関数は

$$\psi_{\text{全}} = \xi_{\text{空間}} \cdot \zeta_{\text{香り}} \cdot \chi_{\text{スピン}} \cdot \phi_{\text{色}}$$

と書けるが，任意の 2 つのクォークを交換したときに反対称でなければならない．スピン $s = 1/2$ の 3 つのクォークを合成すると $S = 1/2$ ないし $S = 3/2$ になるので，

バリオンの合計のスピン S はこの2つの値のいずれかをとる．軌道角運動量は $\ell = 0$ だけに限定しているので，3つのクォークの合成スピン S はバリオンの全角運動量 J に等しい．

■バリオン10重項 まず $J^P = 3/2^+$ のバリオンを考察しよう．この場合，3つのクォークのスピンは平行になっている．それゆえスピン波動関数は2つのクォークの交換に際して対称である．$\ell = 0$ なので空間波動関数についても同様である．uuu というクォークの組み合わせの場合，香りの波動関数も対称である．したがってパウリの原理が満たされるためには，全波動関数が反対称になるように色の波動関数が完全に反対称でなければならない．バリオンは全体として**無色**の物体であるから，完全に反対称な色の波動関数は次のような形をとる：

$$\phi_{色} = \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_{\alpha=\mathrm{r,g,b}} \sum_{\beta=\mathrm{r,g,b}} \sum_{\gamma=\mathrm{r,g,b}} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \left|\mathrm{q}_\alpha \mathrm{q}_\beta \mathrm{q}_\gamma\right\rangle . \tag{15.2}$$

ここで色は赤 (r)，緑 (g)，青 (b) について和をとる．$\varepsilon_{\alpha,\beta,\gamma}$ は完全反対称テンソルである．

動径成分の励起のない状態のみを考えるときには，$J^P = 3/2^+$ で，波動関数が完全反対称になりうる3クォークの系は10通りある．それらは

$$\left|\Delta^{++}\right\rangle = \left|\mathrm{u}^\uparrow\mathrm{u}^\uparrow\mathrm{u}^\uparrow\right\rangle, \quad \left|\Delta^{+}\right\rangle = \left|\mathrm{u}^\uparrow\mathrm{u}^\uparrow\mathrm{d}^\uparrow\right\rangle, \quad \left|\Delta^{0}\right\rangle = \left|\mathrm{u}^\uparrow\mathrm{d}^\uparrow\mathrm{d}^\uparrow\right\rangle, \quad \left|\Delta^{-}\right\rangle = \left|\mathrm{d}^\uparrow\mathrm{d}^\uparrow\mathrm{d}^\uparrow\right\rangle,$$

$$\left|\Sigma^{*+}\right\rangle = \left|\mathrm{u}^\uparrow\mathrm{u}^\uparrow\mathrm{s}^\uparrow\right\rangle, \quad \left|\Sigma^{*0}\right\rangle = \left|\mathrm{u}^\uparrow\mathrm{d}^\uparrow\mathrm{s}^\uparrow\right\rangle, \quad \left|\Sigma^{*-}\right\rangle = \left|\mathrm{d}^\uparrow\mathrm{d}^\uparrow\mathrm{s}^\uparrow\right\rangle,$$

$$\left|\Xi^{*0}\right\rangle = \left|\mathrm{u}^\uparrow\mathrm{s}^\uparrow\mathrm{s}^\uparrow\right\rangle, \quad \left|\Xi^{*-}\right\rangle = \left|\mathrm{d}^\uparrow\mathrm{s}^\uparrow\mathrm{s}^\uparrow\right\rangle,$$

$$\left|\Omega^{-}\right\rangle = \left|\mathrm{s}^\uparrow\mathrm{s}^\uparrow\mathrm{s}^\uparrow\right\rangle .$$

ここではバリオンの全波動関数のうちスピン–香り部分だけを短縮形で書いた．この部分はクォークの交換に関して対称でなければならない．uuu, ddd, sss というクォークの組み合わせの場合は上に述べた短縮形の表現は正しい．しかし，いくつかの香りのクォークから成るバリオン状態の場合には，正確に対称化されたスピン–香り波動関数はいくつかの項から成っている．例えば Δ^+ の波動関数は

$$\left|\Delta^+\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \left|\mathrm{u}^\uparrow\mathrm{u}^\uparrow\mathrm{d}^\uparrow\right\rangle + \left|\mathrm{u}^\uparrow\mathrm{d}^\uparrow\mathrm{u}^\uparrow\right\rangle + \left|\mathrm{d}^\uparrow\mathrm{u}^\uparrow\mathrm{u}^\uparrow\right\rangle \right\} .$$

以下ではバリオンのクォーク波動関数としてたいていは短縮形を使う．そして全波動関数がそれに対応して反対称化されていることは，明示しなくても前提とする．

バリオン10重項のすべての状態を I_3–S 平面で表すと，3つのクォークから成る系の3重の対称性を反映して正3角形が得られる（図15.4の左側）．

■バリオン8重項 クォーク模型によるバリオンの描像では核子をどう扱ったらよいかという問題を考えよう．3つのクォークからスピン 1/2 のバリオンをつくるためには，クォークのスピンのうち1つは他の2つのクォークのスピンと反平行でなけれ

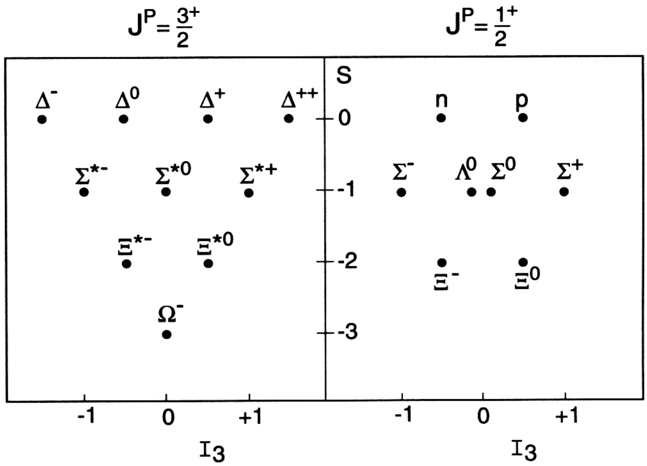


図 15.4 I_3–S 平面における $J^P = 3/2^+$ のバリオン 10 重項（左）と $J^P = 1/2^+$ のバリオン 8 重項（右）の状態．中間子の場合と違うのは，バリオン多重項はクォークのみからできていて反クォークを含まないことである．一方，反バリオンは反クォークのみからできていて，バリオンと同様な反バリオン多重項を形成している．

ばならない (↑↑↓)．このスピン状態は 2 つのスピンベクトルの交換に関して完全対称でも完全反対称でもなく，不完全な対称性を持っている．スピン波動関数と香りの波動関数の積が完全対称になるためには香りの波動関数も同様に不完全な対称性を持っていなければならない．uuu, ddd, sss というクォークの組み合わせの状態は対称な形でしか書くことができない．それ故に $J = 1/2$ を持つバリオンの基底状態としてはこのようなクォークの組み合わせは存在しない．軽いクォーク u と d からはスピン 1/2 のバリオンの波動関数の必要な対称性の条件を満たす組み合わせは 2 種類しかない．これらはまさに陽子と中性子である．

可能なバリオンの状態と多重項の導出について簡単に述べてきたが，定量的にはクォークについての群論の **SU(6)** 対称性によって基礎づけることができる（[Cl79] 参照）．

陽子と中性子の波動関数は，短縮形では

$$|\mathrm{p}^\uparrow\rangle = |\mathrm{u}^\uparrow \mathrm{u}^\uparrow \mathrm{d}^\downarrow\rangle, \quad |\mathrm{n}^\uparrow\rangle = |\mathrm{u}^\downarrow \mathrm{d}^\uparrow \mathrm{d}^\uparrow\rangle$$

と書くことができる．波動関数の対称化された形をつくってみよう．まず，陽子の波動関数のスピン部分を，z 成分が例えば $m_J = +1/2$ の場合について 2 つのクォークと残りの 1 つのクォークのスピン波動関数の積として展開すると，

$$\chi_\mathrm{p}\left(J = \frac{1}{2}, m_J = \frac{1}{2}\right) = \sqrt{\frac{2}{3}}\chi_\mathrm{uu}(1,1)\chi_\mathrm{d}\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) - \sqrt{\frac{1}{3}}\chi_\mathrm{uu}(1,0)\chi_\mathrm{d}\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \tag{15.3}$$

となる．ここでは，最初に 2 つの u クォークをスピン 3 重項に結合し，d クォーク

を独立したクォークとして選んだ．d クォークを u クォークの 1 つとまず結合させたとすると表現はずっと複雑になるが，結果は同じである．この式の中の係数はスピン 1 と 1/2 の結合の**クレプシュ–ゴルダン係数** (Clebsch–Gordan coefficient) である（付録 A.3 参照）．我々のスピン–香りの書き方では，式 (15.3) は

$$|\mathrm{p}^{\uparrow}\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}|\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{d}^{\downarrow}\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}}|\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{u}^{\downarrow}\mathrm{d}^{\uparrow}\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}}|\mathrm{u}^{\downarrow}\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{d}^{\uparrow}\rangle \tag{15.4}$$

のように書き直せる．$\chi(1,0)$ には正しいスピン 3 重項の波動関数 $(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)/\sqrt{2}$ を代入した．この表現は第 1 のクォークと第 2 のクォークの交換に関しては対称だが，任意の 2 つのクォークの交換に関して対称ではない．完全に対称にするには，3 つの項のそれぞれにおいて第 2 のクォークと第 3 のクォークを交換したもの，および第 1 のクォークと第 3 のクォークを交換したものをつけ加えればよい．これは第 2 のクォークと第 3 のクォークを交換したもの，およびその新たな第 2 のクォークと第 1 のクォークを交換したものをつけ加えるのと同じである．あるいはクォークの $1 \to 2 \to 3$ の巡回置換したものを足しても同じである．陽子の完全に対称化された波動関数は，正しい規格化を行うと

$$\begin{aligned}|\mathrm{p}^{\uparrow}\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}}\big\{&2|\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{d}^{\downarrow}\rangle + 2|\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{d}^{\downarrow}\mathrm{u}^{\uparrow}\rangle + 2|\mathrm{d}^{\downarrow}\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{u}^{\uparrow}\rangle - |\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{u}^{\downarrow}\mathrm{d}^{\uparrow}\rangle \\ &- |\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{d}^{\uparrow}\mathrm{u}^{\downarrow}\rangle - |\mathrm{d}^{\uparrow}\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{u}^{\downarrow}\rangle - |\mathrm{u}^{\downarrow}\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{d}^{\uparrow}\rangle - |\mathrm{u}^{\downarrow}\mathrm{d}^{\uparrow}\mathrm{u}^{\uparrow}\rangle - |\mathrm{d}^{\uparrow}\mathrm{u}^{\downarrow}\mathrm{u}^{\uparrow}\rangle\big\}\end{aligned} \tag{15.5}$$

となる．中性子の波動関数は上の式の u クォークと d クォークを単に入れ換えれば得られる：

$$\begin{aligned}|\mathrm{n}^{\uparrow}\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}}\big\{&2|\mathrm{d}^{\uparrow}\mathrm{d}^{\uparrow}\mathrm{u}^{\downarrow}\rangle + 2|\mathrm{d}^{\uparrow}\mathrm{u}^{\downarrow}\mathrm{d}^{\uparrow}\rangle + 2|\mathrm{u}^{\downarrow}\mathrm{d}^{\uparrow}\mathrm{d}^{\uparrow}\rangle - |\mathrm{d}^{\uparrow}\mathrm{d}^{\downarrow}\mathrm{u}^{\uparrow}\rangle \\ &- |\mathrm{d}^{\uparrow}\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{d}^{\downarrow}\rangle - |\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{d}^{\uparrow}\mathrm{d}^{\downarrow}\rangle - |\mathrm{d}^{\downarrow}\mathrm{d}^{\uparrow}\mathrm{u}^{\uparrow}\rangle - |\mathrm{d}^{\downarrow}\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{d}^{\uparrow}\rangle - |\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{d}^{\downarrow}\mathrm{d}^{\uparrow}\rangle\big\}.\end{aligned} \tag{15.6}$$

核子のアイソスピンは 1/2 であり，アイソスピン 2 重項を構成している．s クォーク 2 つと軽いクォーク 1 つの組み合わせにより別のアイソスピン 2 重項が得られる．短縮形では

$$|\Xi^{0\uparrow}\rangle = |\mathrm{u}^{\downarrow}\mathrm{s}^{\uparrow}\mathrm{s}^{\uparrow}\rangle, \quad |\Xi^{-\uparrow}\rangle = |\mathrm{d}^{\downarrow}\mathrm{s}^{\uparrow}\mathrm{s}^{\uparrow}\rangle. \tag{15.7}$$

これ以外のクォークの組み合わせからもアイソスピン 3 重項と 1 重項が得られる：

$$\begin{aligned}&|\Sigma^{+\uparrow}\rangle = |\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{s}^{\downarrow}\rangle, \\ &|\Sigma^{0\uparrow}\rangle = |\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{d}^{\uparrow}\mathrm{s}^{\downarrow}\rangle, \quad |\Lambda^{0\uparrow}\rangle = |\mathrm{u}^{\uparrow}\mathrm{d}^{\downarrow}\mathrm{s}^{\uparrow}\rangle, \\ &|\Sigma^{-\uparrow}\rangle = |\mathrm{d}^{\uparrow}\mathrm{d}^{\uparrow}\mathrm{s}^{\downarrow}\rangle.\end{aligned} \tag{15.8}$$

uds というクォークの組み合わせがここに 2 回出てくるが，相対的なクォークのスピンとアイソスピンの向きにより別の粒子になる．電荷を持つ $\Sigma^{\pm}$ バリオンと同様

に，u と d クォークのスピンとアイソスピンをそれぞれ 1 に結合すると Σ^0 になる．u と d クォークのスピンとアイソスピンをそれぞれ 0 に結合すると Λ^0 になる．この 2 つのハイペロンは質量の差が約 $80\,\mathrm{MeV}/c^2$ である．このことは，バリオンの場合でもスピン–スピン相互作用が重要な役割を果たしているに違いないことを示している．図 15.4（右側）では $J^P = 1/2^+$ の 8 つのバリオンが I_3–S 平面に示されている．ここでも状態の 3 重対称性が現れている．

15.3 バリオンの質量

図 15.5 にはストレンジネスとアイソスピンによって分類されたバリオンの質量スペクトルが示されている．最もエネルギー準位の低い $J^P = 1/2^+$ とそれよりもエネルギーが高い $J^P = 3/2^+$ の列がはっきりとわかる．それぞれの列の中で質量は，ストレンジクォークの数が増すと増える．これは s クォークが大きな質量を持っているからである．$J^P = 3/2^+$ のバリオンの質量はそれに対応する $J^P = 1/2^+$ バリオンの質量より約 $300\,\mathrm{MeV}/c^2$ 大きい．中間子の場合と同じようにこれは**スピン–スピン相互作用**に原因がある：

$$V_{\mathrm{ss}}(\mathrm{q}_i\mathrm{q}_j) = \frac{4\pi}{9}\frac{\hbar^3}{c}\alpha_{\mathrm{s}}\frac{\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j}{m_i m_j}\delta(\boldsymbol{x}). \tag{15.9}$$

これは短距離でのみ重要である．注意深い読者は，クォーク–反クォークからできている中間子の式 (13.10) では因子が 8/9 なのに対し，クォークのみからできているバリ

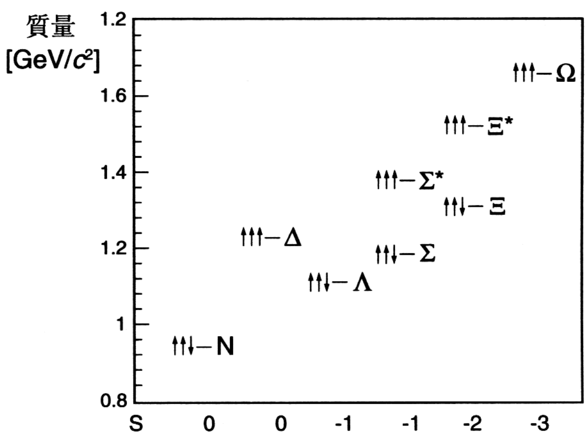


図 15.5 10 重項および 8 重項のバリオンの質量スペクトルをストレンジネス S とアイソスピン I に対して示したもの．矢印はバリオンを構成するクォークのスピンを示している．$J^P = 3/2^+$ の 10 重項のバリオンはそれに対応する $J^P = 1/2^+$ の 8 重項のバリオンより質量がずっと大きい．

オンでは 4/9 であることに気がついたかもしれない．これはQCDを考慮した結果である．注意すべきは式 (15.9) は 2 つのクォークの相互作用を記述しているだけであり，バリオンの質量分裂をスピン–スピン相互作用によって正しく計算するにはバリオンの中のすべてのクォークの対について足さなければならない．最も簡単な例は核子，Δ および Ω であって，3 つのクォークの構成子質量が同じなので $\boldsymbol{\sigma}_i\cdot\boldsymbol{\sigma}_j$ の和の期待値を計算すればよい．バリオンの全スピンを $\boldsymbol{S}$ と表すと，$\boldsymbol{S}^2=(\boldsymbol{s}_1+\boldsymbol{s}_2+\boldsymbol{s}_3)^2$ であるから式 (13.11) と同様に

$$\sum_{\substack{i,j=1\\i<j}}^{3}\boldsymbol{\sigma}_i\cdot\boldsymbol{\sigma}_j=\frac{4}{\hbar^2}\sum_{\substack{i,j=1\\i<j}}^{3}\boldsymbol{s}_i\cdot\boldsymbol{s}_j=\begin{cases}-3 & (S=1/2\ \text{のとき})\\ +3 & (S=3/2\ \text{のとき})\end{cases}\tag{15.10}$$

となる．その結果，これらのバリオンにおけるスピン–スピン相互作用によるエネルギーないし質量の分裂は

$$\Delta M_{\rm ss}=\begin{cases}-3\cdot\dfrac{4}{9}\dfrac{\hbar^3}{c^3}\dfrac{\pi\alpha_{\rm s}}{m_{\rm u,d}^2}|\psi(0)|^2 & (\text{核子})\\[2ex] +3\cdot\dfrac{4}{9}\dfrac{\hbar^3}{c^3}\dfrac{\pi\alpha_{\rm s}}{m_{\rm u,d}^2}|\psi(0)|^2 & (\Delta\ \text{状態})\\[2ex] +3\cdot\dfrac{4}{9}\dfrac{\hbar^3}{c^3}\dfrac{\pi\alpha_{\rm s}}{m_{\rm s}^2}|\psi(0)|^2 & (\Omega\ \text{バリオン})\end{cases}\tag{15.11}$$

となる．ここで $|\psi(0)|^2$ は 2 つのクォークが同じ位置にいる確率を示している．重い s クォークと軽い u クォークないし d クォークの混合によってできているバリオンはもう少し複雑な表現になる（章末の問題参照）．

この質量分裂の式を用いて軌道角運動量 $\ell=0$ のバリオンの一般的な質量公式が得られる：

$$M=\sum_i m_i+\Delta M_{\rm ss}.\tag{15.12}$$

バリオン質量の実験値に fit することによって，ここでの 3 つの未知数 $m_{\rm u,d}$, $m_{\rm s}$, $\alpha_{\rm s}|\psi(0)|^2$ を決めることができる．中間子の場合と同じように $\alpha_{\rm s}|\psi(0)|^2$ の値はバリオンによらずおおよそ同じであると仮定する．その結果，構成子クォーク質量は $m_{\rm u,d}\approx 363\,{\rm MeV}/c^2$, $m_{\rm s}\approx 538\,{\rm MeV}/c^2$ となる [Ga81]．この式で fit したバリオン質量は約 1% の精度で実験値に一致する（表 15.1）．バリオンの研究から得られた構成子クォーク質量は中間子の質量から導かれたものより少し大きい．構成子クォーク質量はクォーク–グルーオン相互作用によって動的に生成された質量であり，3 クォーク系ではクォーク–反クォーク系と実質的な相互作用が同じではないであろうから，このことは必ずしも矛盾とは言えない．

表 15.1 軽いバリオンの質量の実験値と式 (15.12) によって fit した値．fit は様々な多重項の平均質量に対して行われたが実験値とよく一致している．表にはその他にバリオンの寿命と重要な崩壊チャネルが与えられている [PD98]．Δ 共鳴については 4 つの電荷状態を分けて書いてない．

	S	I	バリオン	質量 [MeV/c^2] 計算値	実験値	寿命 τ [s]	主要な崩壊チャネル	崩壊の仕方
8重項 ($J^P=1/2^+$)	0	1/2	p	939	938.3	安定？	—	—
			n		939.6	886.7	$pe^-\overline{\nu}_e$ 100%	弱
	−1	0	Λ	1114	1115.6	2.63×10^{-10}	$p\pi^-$ 64.1% $n\pi^0$ 35.7%	弱 弱
		1	Σ^+	1179	1189.4	0.80×10^{-10}	$p\pi^0$ 51.6% $n\pi^+$ 48.3%	弱 弱
			Σ^0		1192.6	7.4×10^{-20}	$\Lambda\gamma$ ≈ 100%	電磁
			Σ^-		1197.4	1.48×10^{-10}	$n\pi^-$ 99.8%	弱
	−2	1/2	Ξ^0	1327	1315	2.90×10^{-10}	$\Lambda\pi^0$ ≈ 100%	弱
			Ξ^-		1321	1.64×10^{-10}	$\Lambda\pi^-$ ≈ 100%	弱
10重項 ($J^P=3/2^+$)	0	3/2	Δ	1239	1232	0.55×10^{-23}	$N\pi$ 99.4%	強
	−1	1	Σ^{*+}	1381	1383	1.7×10^{-23}	$\Lambda\pi$ 88% $\Sigma\pi$ 12%	強 強
			Σ^{*0}		1384			
			Σ^{*-}		1387			
	−2	1/2	Ξ^{*0}	1529	1532	7×10^{-23}	$\Xi\pi$ ≈ 100%	強
			Ξ^{*-}		1535			
	−3	0	Ω^-	1682	1672.4	0.82×10^{-10}	ΛK^- 68% $\Xi^0\pi^-$ 23% $\Xi^-\pi^0$ 9%	弱 弱 弱

15.4 磁気モーメント

バリオンの構成子クォーク模型の正当性が確認できるよい例は，バリオンの磁気双極子モーメント（略して**磁気モーメント**と呼ぶ）の予測値と実験値の比較である．ディラック理論によると，スピン 1/2，質量 M で内部構造をもたない粒子の磁気モーメントは

$$\mu_{\text{Dirac}} = \frac{e\hbar}{2M} \tag{15.13}$$

である．この式は電子とミューオンについては実験により確認されている．陽子が同様に内部構造を持たない素粒子であれば，**陽子の磁気モーメントは核磁子** (nuclear magneton) の値

$$\mu_{\text{N}} = \frac{e\hbar}{2M_{\text{p}}} \tag{15.14}$$

になるはずである．しかし陽子の磁気モーメントの実験値は $\mu_{\mathrm{p}} = 2.79\,\mu_{\mathrm{N}}$ である．

■ **クォーク模型による磁気モーメント** 陽子の基底状態は全軌道角運動量が $\ell = 0$ なので，陽子の磁気モーメントは 3 つのクォークの磁気モーメントの単純なベクトル和である：

$$\boldsymbol{\mu}_{\mathrm{p}} = \boldsymbol{\mu}_{\mathrm{u}} + \boldsymbol{\mu}_{\mathrm{u}} + \boldsymbol{\mu}_{\mathrm{d}}. \tag{15.15}$$

陽子の磁気モーメント μ_{p} の期待値は次のように計算される：

$$\mu_{\mathrm{p}} = \langle \boldsymbol{\mu}_{\mathrm{p}} \rangle = \langle \psi_{\mathrm{p}} | \boldsymbol{\mu}_{\mathrm{p}} | \psi_{\mathrm{p}} \rangle. \tag{15.16}$$

ここで ψ_{p} は陽子の完全反対称なクォーク波動関数である．μ_{p} を計算するには波動関数のスピン部分 χ_{p} だけが必要である．式 (15.3) により μ_{p} について

$$\mu_{\mathrm{p}} = \frac{2}{3}(\mu_{\mathrm{u}} + \mu_{\mathrm{u}} - \mu_{\mathrm{d}}) + \frac{1}{3}\mu_{\mathrm{d}} = \frac{4}{3}\mu_{\mathrm{u}} - \frac{1}{3}\mu_{\mathrm{d}} \tag{15.17}$$

となる．ここで $\mu_{\mathrm{u,d}}$ は**クォーク磁子** (quark magneton) である：

$$\mu_{\mathrm{u,d}} = \frac{z_{\mathrm{u,d}} e\hbar}{2m_{\mathrm{u,d}}}. \tag{15.18}$$

同種クォークを 2 つ含む他の $J^P = 1/2^+$ のバリオンも，式 (15.17) のクォークの香りを適当に入れ換えれば磁気モーメントが得られる．例えば中性子は

$$\mu_{\mathrm{n}} = \frac{4}{3}\mu_{\mathrm{d}} - \frac{1}{3}\mu_{\mathrm{u}}, \tag{15.19}$$

Σ^+ は

$$\mu_{\Sigma^+} = \frac{4}{3}\mu_{\mathrm{u}} - \frac{1}{3}\mu_{\mathrm{s}} \tag{15.20}$$

である．

Λ^0 については状況が多少異なる．Λ^0 の中の u クォークと d クォークはスピン 0 に結合しているので Λ^0 のスピンにも磁気モーメントにも寄与しないことがわかっている（15.2 節）．したがって Λ^0 のスピンと磁気モーメントはもっぱら s クォークのスピンと磁気モーメントによるものである：

$$\mu_{\Lambda} = \mu_{\mathrm{s}}. \tag{15.21}$$

u と d クォークの構成子質量を同じとすると $\mu_{\mathrm{u}} = -2\mu_{\mathrm{d}}$ となる．すると，陽子と中性子の磁気モーメントは

$$\mu_{\mathrm{p}} = \frac{3}{2}\mu_{\mathrm{u}}, \quad \mu_{\mathrm{n}} = -\mu_{\mathrm{u}} \tag{15.22}$$

と書ける．したがって両者の比は

$$\frac{\mu_{\mathrm{n}}}{\mu_{\mathrm{p}}} = -\frac{2}{3} \tag{15.23}$$

であると予想される．実際，これは実験値 -0.685 とよく一致している．

磁気モーメントの値そのものを計算するにはクォークの質量を仮定しなければならない．しかし，まずは逆の立場をとり，μ_{p} の測定値からクォーク質量を求めよう．

$$\mu_{\mathrm{p}} = 2.79\,\mu_{\mathrm{N}} = 2.79\frac{e\hbar}{2M_{\mathrm{p}}}, \tag{15.24}$$

$$\mu_{\mathrm{p}} = \frac{3}{2}\mu_{\mathrm{u}} = \frac{e\hbar}{2m_{\mathrm{u}}} \tag{15.25}$$

より

$$m_{\mathrm{u}} = \frac{M_{\mathrm{p}}}{2.79} = 336\,\mathrm{MeV}/c^2 \tag{15.26}$$

が得られる．これは実際に 15.3 節でバリオンの質量スペクトルから求めた値にたいへん近い．

■磁気モーメントの測定　ハイペロンの磁気モーメントの実験値とクォーク模型による予測値を比べてみるとよく一致しているのでたいへん印象深い（表 15.2）．多くのハイペロンは寿命が短い ($\tau \approx 10^{-10}\,\mathrm{s}$) にもかかわらずその磁気モーメントがよくわかっているのは 2 つの事情による．まずハイペロンは核子間相互作用で生成されたときに偏極している．第 2 に弱い相互作用ではパリティが最大限に破れているので，ハイペロンの崩壊生成物の角度分布はハイペロンのスピンの方向（偏極）に強く依存し

表 15.2　バリオンの磁気モーメントの実験による測定値と理論による計算値 [La91, PD98]．この計算においては p, n, Λ^0 の磁気モーメントの測定値が，他のバリオンの磁気モーメントを計算する際に用いられた．Σ^0 ハイペロンはたいへん短寿命 $(7.4 \times 10^{-20}\,\mathrm{s})$ で電磁的崩壊 $\Sigma^0 \to \Lambda^0 + \gamma$ をする．この粒子については磁気モーメント（μ の期待値）の代わりに遷移行列要素 $\langle \Lambda^0|\mu|\Sigma^0\rangle$ を表の中に示してある．

バリオン	μ/μ_{N}（実験）		クォーク模型	μ/μ_{N}
p	$+2.792847386$	$\pm\,0.000000063$	$(4\mu_{\mathrm{u}} - \mu_{\mathrm{d}})/3$	—
n	-1.91304275	$\pm\,0.00000045$	$(4\mu_{\mathrm{d}} - \mu_{\mathrm{u}})/3$	—
Λ^0	-0.613	$\pm\,0.004$	μ_{s}	—
Σ^+	$+2.458$	$\pm\,0.010$	$(4\mu_{\mathrm{u}} - \mu_{\mathrm{s}})/3$	$+2.67$
Σ^0			$(2\mu_{\mathrm{u}} + 2\mu_{\mathrm{d}} - \mu_{\mathrm{s}})/3$	$+0.79$
$\Sigma^0 \to \Lambda^0$	-1.61	$\pm\,0.08$	$(\mu_{\mathrm{d}} - \mu_{\mathrm{u}})/\sqrt{3}$	-1.63
Σ^-	-1.160	$\pm\,0.025$	$(4\mu_{\mathrm{d}} - \mu_{\mathrm{s}})/3$	-1.09
Ξ^0	-1.250	$\pm\,0.014$	$(4\mu_{\mathrm{s}} - \mu_{\mathrm{u}})/3$	-1.43
Ξ^-	-0.6507	$\pm\,0.0025$	$(4\mu_{\mathrm{s}} - \mu_{\mathrm{d}})/3$	-0.49
Ω^-	-2.02	$\pm\,0.05$	$3\mu_{\mathrm{s}}$	-1.84

ている．

例えば Λ^0 粒子の磁気モーメントの測定を見てみよう．Λ^0 は磁気モーメントを測るのが最も容易なハイペロンである．

$$\Lambda^0 \longrightarrow \mathrm{p} + \pi^-$$

という崩壊は識別が容易で，分岐比も最大 (64%) である．Λ^0 のスピンを $\hat{z}$ の正の方向にとると，陽子は主に正の $\hat{z}$ の方向に放出される．その角度分布は

$$W(\theta) \propto 1 + \alpha\cos\theta \quad \text{ただし} \quad \alpha \approx 0.64 \tag{15.27}$$

である．角度 θ は Λ^0 のスピンの方向と陽子の運動量の方向のなす角である．パラメータ α の大きさは p–π^- 系の軌道角運動量 $\ell = 0$ と $\ell = 1$ の項の干渉の強さによって決まるもので，実験により決定されなければならない．

陽子放出の非対称度から Λ^0 粒子の偏極度を測定する．反応

$$\mathrm{p} + \mathrm{p} \longrightarrow \mathrm{K}^+ + \Lambda^0 + \mathrm{p}$$

で生じる Λ^0 粒子は一般的に強く偏極している．図 15.6 に示すように Λ^0 のスピンは入射陽子と発生した Λ^0 の軌道によって定義される生成平面に垂直である．これは，この反応が強い相互作用であり，この偏極方向がパリティが保存される唯一の方向だからである．

Λ^0 粒子が磁場 $\boldsymbol{B}$ の中を，スピンを $\boldsymbol{B}$ に垂直な方向に向けて距離 d だけ飛行すると，スピンは**ラーモア周波数** (Larmor frequency)

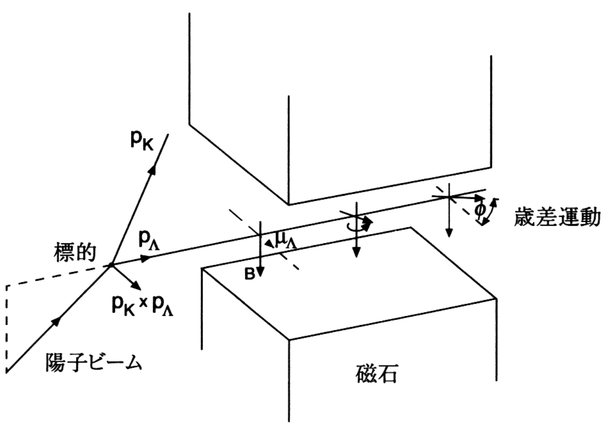


図 15.6　Λ^0 の磁気モーメントの測定を図式的に描いたもの．左から入射した陽子ビームが標的の中の陽子と相互作用をして Λ^0 ハイペロンがつくられる．Λ^0 のスピンはパリティ保存により生成平面に垂直である．磁場は Λ^0 のスピンの方向に垂直にかかっており，その中を Λ^0 が飛行する．距離 d だけ磁場中を飛行する間にスピンが角度 ϕ だけ歳差運動により回転する．

$$\omega_{\rm L} = \frac{\boldsymbol{\mu}_\Lambda \boldsymbol{B}}{\hbar} \tag{15.28}$$

によって角度

$$\phi = \omega_{\rm L} \Delta t = \omega_{\rm L} \frac{d}{v} \tag{15.29}$$

だけ歳差運動の回転をする．ここで v は Λ^0 の速さである．Λ^0 の速さは崩壊生成物である陽子と π^- の運動量を再合成することによって得られる．実験では，1つの磁場の中に Λ^0 を飛ばして偏極方向を測った後，磁場を反転して同様の測定を繰り返し，磁場を通過した後の Λ^0 スピンの方向の差として与えられる角度 $2 \cdot \phi$ を決定すると系統的誤差が最も小さくなるので歳差運動の角度を正確に測ることができる．このようにして得られた Λ^0 の磁気モーメントの実験値は

$$\mu_\Lambda = (-0.613 \pm 0.004)\mu_{\rm N} \tag{15.30}$$

である [PD98]．s 構成子クォークはディラック粒子であり磁気モーメントが式 (15.18) に従うという前提に立てば，μ_Λ の測定値は s クォークの質量が $510\,\mathrm{MeV}/c^2$ であることとよい一致を示す．

多くのハイペロンの磁気モーメントが Λ^0 と同様な方法で測られている．しかし電荷を持っているハイペロンは，磁場の中でスピンが歳差運動するだけでなく粒子の運動方向も曲がるので測定がより難しい．最も精密な結果はフェルミ国立加速器研究所で得られたもので，表 15.2 にまとめてある．実験結果をクォーク模型による計算値と比較してある．陽子，中性子，Λ^0 の実験結果を使ってすべてのパラメータを固定した後，他のハイペロンの磁気モーメントを予測したものである．計算値は数 % の精度で実験結果と一致している．

この結果は，構成子クォークの描像を 2 つの観点から支持するものである．1 つには構成子クォーク質量の質量公式から得られた値と磁気モーメントから得られた値がよく一致する．もう 1 つには磁気モーメントの値自身もクォーク模型の予測値とよく一致している．

しかしクォーク模型による計算値と実験値には若干のずれがあることに注意を払うべきである．これは，ハイペロンの磁気モーメントを正確に記述するには構成子クォークの磁気モーメント以外の寄与，例えば相対論的な効果やクォークの軌道角運動量による効果を考慮に入れなければならないことを示唆している．

15.5 バリオンのセミレプトン崩壊

バリオンの弱崩壊は常に同じパターンで起こる．1 つのクォークが仮想 $\mathrm{W}^\pm$ ボソンを放出することによって弱いアイソスピンを変え，より軽いクォークに変わる．この $\mathrm{W}^\pm$ ボソンはレプトン–反レプトン対ないしは，もしエネルギーが十分ならばクォー

ク–反クォーク対に崩壊する．クォーク–反クォーク対に崩壊する場合には，実際にはいくつかの中間子が観測されるのだが，終状態の強い相互作用の複雑さのために正確な定量的な計算をするのは難しい．セミレプトン崩壊の方が簡単である．バリオンの**セミレプトン崩壊**の大量のデータは，弱い相互作用のカビボ理論を今日の形に一般化するのに大きな寄与をした．

弱い相互作用はすでに第10章で一般的に扱ったので，そこで学んだ知識を用いてバリオンの弱崩壊の現象を記述しよう．弱崩壊は本質的にはクォークのレベルで起こる．しかし自由なクォークは存在しないので，実験するときにはハドロンを使って研究しなければならない．そこで，ハドロンに関する観測量を弱い相互作用の基本的な理論の枠組みの中で解釈しなければならない．例として中性子の β 崩壊を考えることから始めよう．これは実験的に最もよく研究されている例だからである．中性子の β 崩壊を定式化したものを少し拡張すればハイペロンのセミレプトン崩壊や原子核の β 崩壊の理論に達する．

弱い相互作用ではパリティが最大限に破れているということをレプトン崩壊 ($\mu^- \to \mathrm{e}^- + \overline{\nu}_\mathrm{e} + \nu_\mu$) からすでに学んだ．これは，ベクトル部分の結合定数と軸性ベクトル部分の結合定数の絶対値が等しいということを意味している．ニュートリノは左巻きで反ニュートリノは右巻きなので，2つの結合定数の相対的な符号は反対でなければならない（**V−A 理論**）．ハドロンの弱崩壊では実際には束縛されたクォークが崩壊するのであるから，ハドロンの中のクォークの波動関数を考慮に入れなければならない．更に仮想粒子が強い相互作用の影響を受ける，という効果も無視することができない．電磁気的な結合定数の実質的な値は，電荷が保存されるために海クォークやグルーオンの雲によって影響を受けないが，弱い相互作用の結合定数は変化しうる．以下ではまずハドロンの内部構造を考慮し，次に結合定数を議論する．

■**中性子の β 崩壊**　自由な中性子の β 崩壊

$$\mathrm{n} \longrightarrow \mathrm{p} + \mathrm{e}^- + \overline{\nu}_\mathrm{e} \tag{15.31}$$

は電子の最高エネルギー $E_0 = 782\,\mathrm{keV}$ で，寿命は約15分である．これは弱い相互作用の低エネルギーにおける振舞いについて精度のよいデータを供給する源となっている．

中性子の β 崩壊の β 線スペクトルの形状や結合定数を求めるために，まず崩壊確率を考えよう．いつもと同じく黄金律によって計算することができる．電子がエネルギー E_e を持つような崩壊率は

$$dW(E_\mathrm{e}) = \frac{2\pi}{\hbar}\,|\mathcal{M}_{fi}|^2\,\frac{d\varrho_f(E_0, E_\mathrm{e})}{dE_\mathrm{e}}\,dE_\mathrm{e} \tag{15.32}$$

である．ここで $d\varrho_f(E_0, E_\mathrm{e})/dE_\mathrm{e}$ は全エネルギーが E_0 で電子のエネルギーが E_e であるような反ニュートリノ–電子の終状態密度である．$\mathcal{M}_{fi}$ は β 崩壊の行列要素

である.

■**ベクトル遷移** ベクトル結合で起こる β 崩壊は**フェルミ遷移** (Fermi transition) と呼ばれる. フェルミ遷移ではクォークのスピンの方向は変化しない. d クォークから u クォークへの遷移は演算子 T_+ によって起こる. T_+ は**弱いアイソスピン**の上昇演算子であり $T=-1/2$ の状態から $T=+1/2$ の状態をつくる.

中性子の β 崩壊の行列要素はレプトン部分とクォーク部分から成っている. 角運動量の保存のためベクトル遷移と軸性ベクトル遷移の間には干渉がない. つまりクォークの側がベクトル遷移のときは自動的にレプトン側もベクトル遷移になっている. レプトンについては $c_\mathrm{V}=-c_\mathrm{A}=1$ なので, 行列要素のレプトン部分については更に細かく考察する必要はない.

結局, **フェルミ崩壊**の行列要素は

$$|\mathcal{M}_{fi}|_\mathrm{F}=\frac{G_\mathrm{F}}{V}c_\mathrm{V}|\langle \mathrm{uud}|\sum_{i=1}^{3}T_{i,+}|\mathrm{udd}\rangle| \tag{15.33}$$

と書くことができる. ここで和は 3 つのクォークについての和である. 定義 (10.4) によりフェルミ定数 G_F には伝播関数に起因する因子とレプトンへの結合とが含まれている. 始状態の中性子の波動関数は $|\mathrm{udd}\rangle$, 終状態の陽子は $|\mathrm{uud}\rangle$ というクォークの組み合わせで記述される. 電子と反ニュートリノの波動関数 (5.18) は $pR/\hbar\ll 1$ であるからいずれも $1/\sqrt{V}$ で置き換えることができる.

陽子や中性子の波動関数に現れる u や d クォークは**強いアイソスピン**の固有状態である. しかし β 崩壊に際しては弱い相互作用の固有状態を考えなければならない. 強いアイソスピンの上昇下降演算子 $I_\pm$ は $|\mathrm{u}\rangle$ と $|\mathrm{d}\rangle$ を互いに他に変化させるが, 演算子 $T_\pm$ はクォーク状態 $|\mathrm{u}\rangle$ と $|\mathrm{d}'\rangle$ とを結びつけるものであることを思い出そう. $|\mathrm{d}\rangle$ と $|\mathrm{d}'\rangle$ の間の重なりは式 (10.18) により**カビボ角**の余弦によって与えられる. $|\mathrm{d}\rangle=\cos\theta_\mathrm{C}\,|\mathrm{d}'\rangle-\sin\theta_\mathrm{C}\,|\mathrm{s}'\rangle$ なので

$$\langle \mathrm{u}|T_+|\mathrm{d}\rangle=\langle \mathrm{u}|T_+|\mathrm{d}'\rangle\cdot\cos\theta_\mathrm{C}=\langle \mathrm{u}|I_+|\mathrm{d}\rangle\cdot\cos\theta_\mathrm{C}\quad \text{ただし}\quad \cos\theta_\mathrm{C}\approx 0.98. \tag{15.34}$$

行列要素のベクトル部分は

$$\mathcal{M}_{fi}=\frac{G_\mathrm{F}}{V}\cos\theta_\mathrm{C}\cdot c_\mathrm{V}\langle \mathrm{uud}|\sum_{i=1}^{3}I_{i,+}|\mathrm{udd}\rangle=\frac{G_\mathrm{F}}{V}\cos\theta_\mathrm{C}\cdot c_\mathrm{V}\cdot 1 \tag{15.35}$$

となる. ここで, $\sum_i I_{i,+}$ 演算子を中性子のクォーク波動関数に用いると陽子のクォーク波動関数が得られるので $\langle \mathrm{uud}|\sum_i I_{i,+}|\mathrm{udd}\rangle$ は 1 であるという事実を用いた. これは強い相互作用におけるアイソスピン保存の結果であり, 式 (15.5) と (15.6) を用いて容易に証明することができる. 式 (15.35) により, フェルミ行列要素は核子の内部構造には依存しないことがわかる.

■**軸性ベクトル遷移** 軸性ベクトル結合で起こる β 崩壊は，**ガモフ–テラー遷移** (Gamow–Teller transition) と呼ばれる．ガモフ–テラー遷移ではフェルミ粒子のスピン方向が反転する（スピン・フリップ）．行列要素は始状態および終状態の弱電荷を担っている粒子のスピン密度の重なりに依存する．遷移演算子は $c_{\mathrm{A}} T_+ \cdot \boldsymbol{\sigma}$ である．

弱い相互作用の普遍性を前提とすれば，この結果は点状の自由なクォークについても成り立つはずである．しかしクォークはハドロンの中に束縛されているので，行列要素を計算するには核子の内部構造を考慮に入れなければならない．この場合にも構成子クォーク模型を用いると

$$|\mathcal{M}_{fi}|_{\mathrm{GT}} = \frac{G_{\mathrm{F}}}{V} c_{\mathrm{A}} |\langle \mathrm{uud}| \sum_{i=1}^{3} T_{i,+} \boldsymbol{\sigma} |\mathrm{udd}\rangle|. \tag{15.36}$$

σ の成分の期待値の自乗はどの方向でも同じで $\langle \sum_i \sigma_{i,x} \rangle^2 = \langle \sum_i \sigma_{i,y} \rangle^2 = \langle \sum_i \sigma_{i,z} \rangle^2$ なので $\sigma_z = \langle \mathrm{uud}| \sum_i I_{i,+} \sigma_{i,z} |\mathrm{udd}\rangle$ の期待値だけ計算すれば十分である．式 (15.5) と (15.6) を用いてやや複雑な計算をすると

$$\langle \mathrm{uud}| \sum_i I_{i,+} \sigma_{i,z} |\mathrm{udd}\rangle = \frac{5}{3} \tag{15.37}$$

を得る．

■**全行列要素** 実験で観測される量（例えばスピン）はクォークに関する量ではなく核子に関する量である．実験での測定結果と理論による計算値を比較するためには，すべての演算子が**核子の**波動関数に作用するように行列要素を書き換えなければならない．中性子の崩壊の行列要素の自乗は次のように書かれる：

$$|\mathcal{M}_{fi}|^2 = \frac{g_{\mathrm{V}}^2}{V^2} |\langle \mathrm{p}|I_+|\mathrm{n}\rangle|^2 + \frac{g_{\mathrm{A}}^2}{V^2} |\langle \mathrm{p}|I_+ \boldsymbol{\sigma}|\mathrm{n}\rangle|^2 . \tag{15.38}$$

ここで I_+ と $\boldsymbol{\sigma}$ は核子の波動関数に作用することを強調しておこう．g_{V} と g_{A} は中性子の β 崩壊の際に測定される量でベクトル部分と軸性ベクトル部分の強度の絶対値を記述するものである．これらはレプトンの頂点およびハドロンの頂点での**弱荷**の積を含んでいる．

陽子と中性子はアイソスピン 2 重項を成すので式 (15.38) は

$$|\mathcal{M}_{fi}|^2 = (g_{\mathrm{V}}^2 + 3 g_{\mathrm{A}}^2)/V^2 \tag{15.39}$$

と書ける．軸性ベクトル部分の係数 3 はスピン演算子 $\boldsymbol{\sigma}^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2$ の期待値から生じるものである．

構成子クォーク模型では g_{V} と g_{A} はクォークに依存する結合定数 c_{V} と c_{A} に次のように関係している：

$$g_{\mathrm{V}} = G_{\mathrm{F}} \cos\theta_{\mathrm{C}} \cdot c_{\mathrm{V}}, \tag{15.40}$$

$$g_A \approx G_F \cos\theta_C \cdot \frac{5}{3} c_A. \tag{15.41}$$

フェルミ行列要素 (15.35) は核子の内部構造に依存しないので，式 (15.40) は陽子と中性子のアイソスピン対称性と同様に厳密に成り立つ．これに対し軸性ベクトル結合は核子の内部構造に依存する．構成子クォーク模型における軸性ベクトル結合定数は式 (15.41) で与えられる．しかし，構成子クォーク模型は核子の波動関数を近似的に表現するだけなので，係数 5/3 はおおよその値であるにすぎないことを強調しておかなければならない．

■中性子の寿命　寿命は，単位時間あたりの全崩壊確率の逆数として求めることができる：

$$\frac{1}{\tau} = \int_{m_e c^2}^{E_0} \frac{dW}{dE_e} dE_e = \int_{m_e c^2}^{E_0} \frac{2\pi}{\hbar} |\mathcal{M}_{fi}|^2 \frac{d\varrho_f(E_0, E_e)}{dE_e} dE_e. \tag{15.42}$$

行列要素はエネルギーによらないと仮定すると積分の前に出すことができる．状態密度 $\varrho_f(E_0, E_e)$ は，式 (4.18) と (5.21) に 2 つの粒子（電子とニュートリノ）の状態密度であるという拡張をほどこして得ることができる：

$$d\varrho_f(E_0, E_e) = \frac{(4\pi)^2}{(2\pi\hbar)^6} p_e^2 \frac{dp_e}{dE_e} p_\nu^2 \frac{dp_\nu}{dE_0} V^2 dE_e. \tag{15.43}$$

ここで V は電子とニュートリノの波動関数が規格化される体積である．規格化は $1/V^2$ という因子として行列要素 (15.39) にも入るので，崩壊確率自体は V によらない．

式 (15.42) では電子のスペクトルについてのみ積分をするので全エネルギーが E_0 で電子エネルギーがある値 E_e のときの状態密度が必要である．核子の反跳エネルギーは無視できるので $E_0 = E_e + E_\nu$ である．したがって $dE_0 = dE_\nu$ である．相対論的なエネルギーと運動量の関係 $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$ を使うと，

$$p_e^2 \, dp_e = \frac{1}{c^2} p_e E_e \, dE_e = \frac{1}{c^3} E_e \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4} \, dE_e. \tag{15.44}$$

ニュートリノの $p_\nu^2 \, dp_\nu$ もこれと同様である．ニュートリノの質量がゼロであるとすると，

$$d\varrho_f(E_0, E_e) = (4\pi)^2 V^2 \frac{E_e \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4} \cdot (E_0 - E_e)^2}{(2\pi\hbar c)^6} dE_e \tag{15.45}$$

となる．

寿命 τ を求めるには積分 (15.42) を実行しなくてはならない．普通はエネルギーを電子の静止質量で規格化し，関数 $f(E_0)$ を次のように定義する：

$$f(E_0) = \int_1^{\mathcal{E}_0} \mathcal{E}_e \sqrt{\mathcal{E}_e^2 - 1} \cdot (\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_e)^2 \, d\mathcal{E}_e \quad ただし \quad \mathcal{E} = E/m_e c^2. \tag{15.46}$$

行列要素 (15.39) の値と一緒にすると，

$$\frac{1}{\tau} = \frac{m_{\mathrm{e}}^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} \cdot (g_{\mathrm{V}}^2 + 3g_{\mathrm{A}}^2) \cdot f(E_0) \tag{15.47}$$

が得られる．エネルギーが大きいとき ($E_0 \gg m_{\mathrm{e}}c^2$) には，近似的に

$$f(E_0) \approx \frac{\mathcal{E}_0^5}{30} \tag{15.48}$$

なので

$$\frac{1}{\tau} \approx \frac{1}{\hbar^7 c^6} \cdot (g_{\mathrm{V}}^2 + 3g_{\mathrm{A}}^2) \cdot \frac{E_0^5}{60\pi^3} \tag{15.49}$$

となる．E_0 の5乗に比例して寿命が短くなることを**サージェント則** (Sargent's rule) と呼ぶ．

中性子の崩壊の際には E_0 は $m_{\mathrm{e}}c^2$ とあまり変わらず，近似式 (15.48) は使うことができない．崩壊確率は式 (15.49) のほぼ半分である：

$$\frac{1}{\tau_{\mathrm{n}}} \approx \frac{1}{\hbar^7 c^6} \cdot (g_{\mathrm{V}}^2 + 3g_{\mathrm{A}}^2) \cdot \frac{E_0^5}{60\pi^3} \cdot 0.47. \tag{15.50}$$

■実験結果　中性子の寿命は最近ではたいへん精度よく測られている．極低温の（運動エネルギーの小さい）中性子を貯蔵する技術が実験に大きな寄与をした [Ma89, Go94a]．極端に速度の遅い中性子はポテンシャル障壁を形成する物質の壁の間に貯蔵することができる．固体の屈折率が空気の屈折率より小さい場合には中性子は全反射をする [Go79]．そのような貯蔵セルを用いて，セル内に残っている中性子の数を時刻の関数として測ることによって中性子の寿命を測定する．まず，貯蔵セルを開いて既知の一定の強度を持った極低温の中性子ビームをある特定の時間だけ入れた後，貯蔵セルを閉めてそっとしておく．ある時間がたった後に，貯蔵セルを開いて残っていた中性子を中性子検出器で数える．貯蔵時間を変えてこのような測定を繰り返すと，時間による中性子数の指数関数的減衰から（貯蔵セルからの中性子のもれを補正した後に）中性子の寿命が求まる．最近の中性子の寿命の測定の平均値 [PD98] は

$$\tau_{\mathrm{n}} = 886.7 \pm 1.9\,\mathrm{s} \tag{15.51}$$

である．

g_{A} と g_{V} を別々に決定するためには，2つ目の測定量が必要である．中性子の崩壊の場合には，そのために偏極中性子の崩壊の非対称度を用いることができる．これは弱い相互作用におけるパリティの破れによるものである．ベクトル部分は電子放出が等方的なのに対し，軸性ベクトル部分は空間的に非対称である[注2]．中性子のスピン方向に放出される電子の数 $N^{\uparrow\uparrow}$ は反対方向に放出される電子の数 $N^{\uparrow\downarrow}$ より小さ

注2 原子核の β 崩壊の際に等方的でない電子放出があり，それが弱い相互作用のパリティの破れの実験的発見につながった [Wu57].

い．非対称度 A を

$$\frac{N^{\uparrow\uparrow} - N^{\uparrow\downarrow}}{N^{\uparrow\uparrow} + N^{\uparrow\downarrow}} = \beta \cdot A \quad \text{ただし} \quad \beta = \frac{v}{c} \tag{15.52}$$

と定義する．この非対称度 A は

$$\lambda = \frac{g_{\mathrm{A}}}{g_{\mathrm{V}}} \tag{15.53}$$

と次のような関係にある：

$$A = -2\frac{\lambda(\lambda+1)}{1+3\lambda^2}. \tag{15.54}$$

非対称度を測る実験も，極端にエネルギーが低い中性子を使ったものが最もよい結果が得られる．そのためには高い位置分解能を持つ電子スペクトロメータが必要である．測定された非対称度は [PD98]

$$A = -0.1162 \pm 0.0013. \tag{15.55}$$

これらの情報から

$$\begin{aligned} \lambda &= -1.261 \pm 0.004, \\ g_{\mathrm{V}}/(\hbar c)^3 &= +1.153 \times 10^{-5}\,\mathrm{GeV}^{-2}, \\ g_{\mathrm{A}}/(\hbar c)^3 &= -1.454 \times 10^{-5}\,\mathrm{GeV}^{-2} \end{aligned} \tag{15.56}$$

が得られる．

これらの式を式 (15.40) と比べると，$c_{\mathrm{V}} = 1$ が得られる．つまり点状のクォークもしくはレプトンに対する値と同じになる．バリオンの弱崩壊の際には相互作用のベクトル部分は保存する．これを**ベクトル流の保存** (CVC, conserved vector current) と呼び，この保存は厳密に成り立つと考えられている．これは電磁気における電荷の保存と似たような重要さを持っていると考えられている．

一方，軸性ベクトル部分は点状のディラック粒子の場合と違っている．$\lambda = -5/3$ の代わりに実験では $\lambda \approx -5/4$ が得られる．強い相互作用が弱崩壊のスピンに依存する部分に影響を与えるので，**軸性ベクトル流**は部分的にしか保存しない．これを**軸性ベクトル流の部分的保存** (PCAC, partially conserved axial vector current) と呼ぶ．

■ハイペロンのセミレプトン崩壊　ハイペロンのセミレプトン崩壊は中性子の崩壊と同様に計算することができる．崩壊エネルギー E_0 が中性子の崩壊の場合よりほぼ 2 桁くらい大きいので，サージェント則 (15.49) によりハイペロンの寿命は少なくとも 10^{10} 倍短いと予測される．クォークのレベルではハイペロンの崩壊は $\mathrm{s} \to \mathrm{u} + \mathrm{e}^- + \overline{\nu}_{\mathrm{e}}$ という崩壊によるものである．

ハイペロンのセミレプトン崩壊の崩壊確率を実験によって決定するには 2 つの独

立な測定が行われる．ハイペロンの寿命 τ の測定と，今考察しているセミレプトンチャネルへの崩壊分岐比 $V_{s.l.}$ の測定である．**黄金律**を用いて

$$\frac{1}{\tau} \propto |\mathcal{M}_{fi}|^2 \quad \text{および} \quad V_{s.l.} \equiv \frac{|\mathcal{M}_{fi}|^2_{s.l.}}{|\mathcal{M}_{fi}|^2}$$

により

$$\frac{V_{s.l.}}{\tau} \propto |\mathcal{M}_{fi}|^2_{s.l.} \tag{15.57}$$

という関係が得られる．

寿命の測定は生成実験によって最も簡単に行うことができる．高エネルギー（数100 GeV）の陽子ないしハイペロン（例えば Σ^-）ビームを静止標的に当てて生成したハイペロンを検出する．このハイペロンの崩壊までの平均飛程，すなわち生成した点（標的の位置）と崩壊した点の平均距離を測る．ハイペロンが崩壊した位置は，ハイペロンの崩壊生成物の飛跡をよい位置分解能を持つ位置検出器で測り，さかのぼって崩壊点を決めることによって得られる．ハイペロンの数は崩壊の法則により時間とともに指数関数的に減少する．このことは標的から距離 l 離れた点での崩壊の数 N が指数関数的に減少することに反映されている：

$$N = N_0 \mathrm{e}^{-t/\tau} = N_0 \mathrm{e}^{-l/L}.$$

もちろん不変質量の方法を用いてどの種類のハイペロンが崩壊したかを識別しなければならない．崩壊までの平均飛程 L はハイペロンの寿命 τ と

$$L = \gamma v \tau \tag{15.58}$$

という関係にある．ここで v はハイペロンの速度である．ビームのエネルギーが高い場合にはハイペロンの時間が延びる因子 $\gamma = E/mc^2$ は 100 程度になる．ハイペロンの寿命は 10^{-10} s くらいなので崩壊までの平均飛程は数メートルになり，十分な精度で測ることができる．

主な崩壊はハドロンへの崩壊なので，セミレプトンの崩壊の分岐比の測定はずっと難しい（それゆえに崩壊の平均飛程を測るにはハドロンへの崩壊を用いたのである）．セミレプトン崩壊は全崩壊確率の約 10^{-3} でしかないので，わずかなレプトンを高い効率で検出しバックグラウンドの影響を注意深く解析する必要がある．

カビボ理論の正当性を検証するために実験結果は十分な精度に達している．検証の仕方は中性子の β 崩壊の場合に用いたものと同様である．行列要素と位相空間因子から崩壊確率を計算し，パラメータ c_V と c_A をまだ含んでいる計算値を測定値と比較する．

ストレンジネスが変わる $\Xi^- \to \Lambda^0 + \mathrm{e}^- + \overline{\nu}_\mathrm{e}$ という崩壊を考えよう．フェルミ崩壊の行列要素は

$$|\mathcal{M}_{fi}|_{\mathrm{F}} = \frac{G_{\mathrm{F}}}{V}|\langle \mathrm{uds}|\sum_{i=1}^{3} T_{i,+}|\mathrm{dss}\rangle| \tag{15.59}$$

である．ここで結合定数は不変で $c_{\mathrm{V}} = 1$ であると仮定した．演算子 T_+ を香りの固有状態 $|\mathrm{s}\rangle$ に作用させると $|\mathrm{u}\rangle$ と $|\mathrm{c}\rangle$ の線形結合になる．したがって中性子の β 崩壊の場合と同様に行列要素はカビボ因子を含んでいる．ただしこの場合には $\sin\theta_{\mathrm{C}}$ である．ガモフ–テラー行列要素を計算するには

$$|\mathcal{M}_{fi}|_{\mathrm{GT}} = \frac{g_{\mathrm{A}}}{g_{\mathrm{V}}}\frac{G_{\mathrm{F}}}{V}|\langle \mathrm{uds}|\sum_{i=1}^{3} T_{i,+}\boldsymbol{\sigma}_i|\mathrm{dss}\rangle| \tag{15.60}$$

を用いる．当然 $\boldsymbol{\sigma}$ 演算子の計算値は崩壊に関与するバリオンの波動関数に依存している．

実験データを解析すると，ハイペロン崩壊の際の比 $\lambda = g_{\mathrm{A}}/g_{\mathrm{V}}$ は中性子崩壊の際と同じ値であることが確認される．これは，軸性の流れが s クォークについても，u や d クォークについてと同じくらい変化を受けていることを意味する．

15.6 構成子クォークの描像はどのくらい正しいか？

ハドロンのスペクトロスコピーにおける特性をできるだけ簡単に記述するために構成子クォークの描像を導入した．その際，構成子クォークをハドロンの実質的な構成要素と見なした．つまりハドロンのすべての量子数はこの実質的な構成要素の量子数から導くことができると考えた．更に，構成子クォークを電子と同様に磁気モーメントのディラックの関係式 (15.13) を満たす素粒子と見なすことができると暗黙のうちに仮定した．このような概念が正しいことは，中間子やバリオンの質量に関する章や磁気モーメントに関する章で見てきた．様々な方法で計算された構成子クォークの質量が互いによい一致を示し，磁気モーメントのクォーク模型による予測値と実験値も大部分がかなりよく一致する．

しかし我々の考えでは，構成子クォークは基本的な素粒子ではなく,「裸の」バレンスクォークが基本的なものである．バレンスクォークが仮想グルーオンやクォーク–反クォーク対の雲に囲まれて構成子クォークになっている．構成子クォークを基本的であるかのように扱うことがなぜできるのかは実は全く自明でない．実際この描像の限界も見える．スピンが役割を果たすすべての現象において構成子クォークの「構造」が多かれ少なかれ検出される．その例は，2 つないし 3 つの s クォークを持つハイペロンの磁気モーメントや弱い相互作用において部分的にしか保存されない軸性ベクトル流である．これらの場合や高い運動量移行を伴うすべての過程では，ハドロンを**ディラック粒子**としての構成子クォークによって記述するという概念は適当ではない．

【問　題】

1　粒子生成と粒子識別　$|\boldsymbol{p}| = 12\,\mathrm{GeV}/c$ の陽子ビームを液体水素の標的に入射する．反応生成物の運動量は磁石の磁場中のワイヤーチェンバーによって測定される．ある事象において合計 6 つの荷電粒子の飛跡が観察された．そのうちの 2 つは飛跡をたどると相互作用した点へ帰着した．これらは正電荷の粒子である．残りの飛跡は反対の電荷を持つ粒子の対 2 組のものである．これらの対のそれぞれは，相互作用した点から数センチメートル離れた「何もないところ」から発生したように見える．明らかに，2 つの電気的に中性で，したがって観測できない粒子が生成され，それぞれが荷電粒子対に崩壊したと考えられる．

(a) 反応のスケッチ，すなわち飛跡のおおまかな図を描け．

(b) 表 14.2, 14.3, 15.1 および [PD94] を用いて，2 つの観測された中性粒子の崩壊に合致するような寿命を持つのはどの中間子ないしバリオンであるかを議論せよ．2 つの荷電粒子への崩壊チャネルはそれぞれいくつあるか？

(c) 崩壊した粒子対の運動量の測定値は以下のようになった：
(1) $|\boldsymbol{p}_+| = 0.68\,\mathrm{GeV}/c$, $|\boldsymbol{p}_-| = 0.27\,\mathrm{GeV}/c$, $\sphericalangle(\boldsymbol{p}_+, \boldsymbol{p}_-) = 11°$,
(2) $|\boldsymbol{p}_+| = 0.25\,\mathrm{GeV}/c$, $|\boldsymbol{p}_-| = 2.16\,\mathrm{GeV}/c$, $\sphericalangle(\boldsymbol{p}_+, \boldsymbol{p}_-) = 16°$.
これらの測定値の相対誤差は約 5% である．式 (15.1) の不変質量の方法を用いて，(b) における自分の仮説のうちどれがこれらの数値と合うかを確かめよ．

(d) 以上の結果と適用可能なすべての保存則を考えて，この反応で生成したすべての粒子についての総合的な結論を下せ．一意的な解はあるか？

2　バリオンの質量　スピン–スピン相互作用による Σ バリオンと Σ^* バリオンの質量差について，式 (15.11) に類似した式を求めよ．15.3 節の構成子クォーク質量を用いた場合，$\alpha_\mathrm{s}|\psi(0)|^2$ はどんな値になるか？

3　アイソスピンの結合　Λ ハイペロンはほとんどが $\Lambda^0 \to \mathrm{p} + \pi^-$ ないしは $\Lambda^0 \to \mathrm{n} + \pi^0$ に崩壊する．角運動量の結合の規則をアイソスピンに適用して，2 つの崩壊の確率の比の値を計算せよ．

4　原子核によるミューオン捕獲　負のミューオンは炭素標的内では減速し，原子の 1s 状態に束縛される．この場合の寿命は $2.02\,\mu\mathrm{s}$ であり，自由な中間子の寿命 ($2.097\,\mu\mathrm{s}$) に比べて短い．両者の寿命の差は吸収反応 $^{12}\mathrm{C} + \mu^- \to {}^{12}\mathrm{B} + \nu_\mu$ によるものであることを示せ．$^{12}\mathrm{B}$ と $^{12}\mathrm{C}$ 原子の質量差は $13.37\,\mathrm{MeV}/c^2$ であり，$^{12}\mathrm{B}$ の基底状態の量子数は $J^P = 1^+$ であり，寿命は 20.2 ms である．行列要素の計算において，電子の静止質量と原子核の電荷は無視してよい．

5　クォークの混合　セミレプトン崩壊 $\Sigma^- \to \mathrm{n} + \mathrm{e}^- + \bar{\nu}_\mathrm{e}$ および $\Sigma^- \to \Lambda^0 + \mathrm{e}^- + \bar{\nu}_\mathrm{e}$ の分岐比はそれぞれ 1.02×10^{-3} および 5.7×10^{-5} であり，10 倍以上の差がある．これはなぜか？ $\Sigma^+ \to \mathrm{n} + \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e}$ という崩壊は現在までまだ観測されていない（分岐比の上限は 5×10^{-6}）．これはどのように説明されるか？

6　パリティ

(a) バリオンの内部パリティは 1 つの実験で決定することはできない．1 つのバリオンのパリティを他のバリオンのパリティと比較することができるだけである．これはなぜか？

(b) 慣例により，原子核には正のパリティが与えられる．重水素のパリティ（16.2 節参照）についてこれは何を意味するか？ u クォークおよび d クォークの内部パリティについてこれは何を意味するか？

(c) 負のパイ中間子を液体重水素に当てると，負のパイ中間子は減速され重陽子の原子軌道に捕獲されうる．負のパイ中間子が 1s 軌道（K 殻）へカスケードを起こして到達したことをどのようにして確認することができるか？

(d) 基底状態のパイ中間子重水素原子は $\mathrm{d} + \pi^- \rightarrow \mathrm{n} + \mathrm{n}$ という反応で強い相互作用によって崩壊する．2 つの中性子の系は $^{2S+1}\mathrm{L}_j$ のどの状態にあるか？ 2 つの中性子は同種のフェルミ粒子であることと，角運動量は保存されていることに注意せよ．

(e) このことからパイ中間子のパリティは正か負か？ クォーク模型（第 14 章参照）からはどのようなパリティが期待されるか？

(f) 陽子に正のパリティを割り当て，中性子に負のパリティを割り当てると，矛盾が生じるか？ その場合クォークとパイ中間子のパリティは正か負か？ このような割り当て方と通常の割り当て方ではどちらの方がよりよいか？ クォーク模型を用いた場合，Λ と Λ_c のパリティは正か負か？

第 16 章

核　力

残念ながら原子核物理は原子物理ほどは「類推すること」から利益を得ていない．その理由は，原子核は新しい未知の力が働いている領域であり，人はまだそれについての直観的な感覚を得ていないせいだと思われる．

V.L. テレグディ [Te62]

我々の住む自然界には分子，結晶，非晶質などたくさんの複合構造があるが，これは化学的な力によってつくられている．電気的に中性な原子の間に働く力は短距離力であるが，空間的に大きな拡がりを持った構造をつくり出すことができる．

分子の励起状態や化学結合における原子の結合エネルギーのスペクトロスコピーのデータから原子間ポテンシャルを決定することができる．これらのポテンシャルは非相対論的量子力学によって原子構造にもとづいて定量的に説明することができる．今日では原子構造に基づいた化学結合の統一的な描像が得られている．

これに対し原子核は核力によってつくられている．核力は無色な核子間の相互作用であり，その到達距離は核子の直径とほぼ同じくらいである．核力と原子間の力ではだいぶ様子が異なる．原子物理の場合とは違って，核力の詳細な情報を原子核構造から得ることはできない．原子核中の核子は縮退したフェルミ気体として記述できる状態にある．第 1 近似としては原子核を，ポテンシャルの井戸の中を自由に動く核子からなる集団と見なすことができる．その際，それぞれの核子の振舞いは核子間の力の細かな特性には依存しない．だから原子核の性質から核子–核子ポテンシャルの形を直接決めるのは不可能である．このポテンシャルを決めるには核子–核子散乱の解析や陽子と中性子の束縛状態すなわち重陽子などの 2 体系の研究が必要である．

理論的にも核力と核子の構造の関係を明らかにするのは原子の力の場合よりもずっと難しい．その主な理由は，強い相互作用の結合定数 α_s が電磁相互作用の結合定数 α より約 2 桁も大きいことにある．したがってこの章では，核力を主に定性的に説明する．

16.1　核子–核子散乱

パイ中間子生成のしきい値以下の低エネルギー領域では核子–核子散乱は純粋な弾性散乱である．このエネルギー領域では散乱を非相対論的量子力学で記述することができる．その際，核子はスピンとアイソスピンを持っているが，点状で内部構造を持たない物体として取り扱われる．そうすると，相互作用の物理はポテンシャルの形で表現することができる．核力は2つの核子の合成スピンと合成アイソスピンに依存する．核力を完全に研究するためには，偏極ビームと偏極標的を用いて両方のスピンの方向を特定して実験をしなければならない．更に，陽子だけでなく中性子も用いる必要がある．

核子–核子散乱において，散乱平面に垂直な方向にビームと標的のスピンを平行にそろえて測定をし，次に反平行にそろえたスピンで測定を行うと，スピン3重項とスピン1重項を分離して相互作用を研究できる．2つの核子のスピンが平行なときには合成スピンは1でなければならないが，スピンが反平行なときには合成スピンが1と0の割合が同じだけある．

アイソスピンにも角運動量の合成法を用いることができる．陽子は $I_3 = +1/2$ なので，陽子–陽子散乱ではアイソスピン1の状態（アイソスピン3重項）が得られる．陽子–中性子散乱では合成アイソスピンは1と0の両方が可能なのでアイソスピン3重項と1重項の寄与がある．

■散乱の位相　エネルギー E，運動量 $\boldsymbol{p}$ を持っている核子が「無限遠方」からやってきて他の核子のポテンシャルで散乱されるのを考える．入射粒子は**平面波**で，出ていく粒子は**球面波**で記述することができる．断面積はこの2つの波の位相差に依存する．

スピンとアイソスピンがはっきり決まっている状態における核子–核子散乱の立体角 $d\Omega$ への散乱断面積は，反応の**散乱振幅** $f(\theta)$ によって表される：

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2. \tag{16.1}$$

短距離ポテンシャルによる散乱の場合には散乱振幅を記述するのに**部分波分解** (partial wave decomposition)，つまり散乱された波を角運動量 ℓ ごとの部分に展開する方法を用いる．弾性散乱の場合には散乱中心から十分離れた位置 r では以下の式が成り立つ：

$$f(\theta) = \frac{1}{k}\sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)\mathrm{e}^{i\delta_\ell}\sin\delta_\ell P_\ell(\cos\theta). \tag{16.2}$$

ここで

$$k = \frac{1}{\lambda} = \frac{|\boldsymbol{p}|}{\hbar} = \frac{\sqrt{2ME}}{\hbar} \tag{16.3}$$

は散乱された核子の波数，δ_ℓ は位相差，P_ℓ は角運動量 ℓ の固有関数で ℓ 次のルジャンドル (Legendre) 多項式である．位相差 δ_ℓ はポテンシャルで散乱された波と散乱されなかった波の位相の差を表す．位相差はポテンシャルの形と強さや，断面積のエネルギー依存性に関する情報を持っている．δ_ℓ が位相因子としてのみならず振幅 ($\sin\delta_\ell$) としても式 (16.2) に入っているのは弾性散乱における入射粒子の流れの保存のためである．このことを**ユニタリ性** (unitarity) とも呼ぶ．低エネルギーでは 2, 3 の角運動量しか展開に寄与しないので部分波分解が特に有効である．これは到達距離が a のポテンシャルについて，

$$\ell \leq \frac{|\boldsymbol{p}| \cdot a}{\hbar} \tag{16.4}$$

が成り立つからである．

原子核の結合にとって重要なのは $\ell = 0$ の部分波（**s 波**）の位相差 δ_0 である．式 (16.4) によると，陽子–陽子散乱では s 波は，到達距離が 2 fm のポテンシャルの場合，相対運動量が 100 MeV/c 以下で最も重要な寄与をすることがわかる．ルジャンドル多項式 P_0 は定数 1 であり角度 θ に依存しない．核子–核子散乱で測定された位相差 δ_0 は，スピン 3 重項と 1 重項に分けて重心系での運動量の関数として図 16.1 に図式的に示してある．400 MeV/c 以下の運動量では δ_0 は正だが，それ以上になると負である．このことから，核力は短距離では**斥力** (repulsive force) であり，長距離では**引力** (attractive force) であることがわかる．これを単純に次のように考えることができる．

s 波の波動関数 $\psi(\boldsymbol{x})$ は定義により球対称なので，$u(r) = \psi(r) \cdot r$ によって新しい動径波動関数 $u(r)$ を定義することができる．そうすると**シュレーディンガー方程**

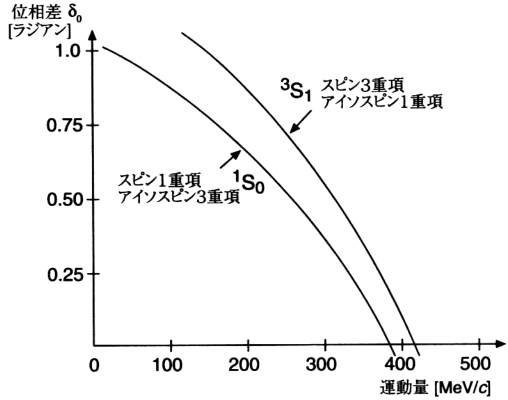


図 16.1 スピン 3 重項–アイソスピン 1 重項の系 $^3S_1$ とスピン 1 重項–アイソスピン 3 重項の系 $^1S_0$ の位相差 δ_0 の実験値を，核子間の相対運動量の関数として表したもの．小さな運動量での位相差の急激な変化はこのグラフに収まらないので示してない．

式は

$$\frac{d^2u(r)}{dr^2}+\frac{2m(E-V)}{\hbar^2}u(r)=0 \tag{16.5}$$

と書ける．この方程式を半径が b で高さ $V\to\infty$ の斥力の**箱型ポテンシャル** (rectangular potential) V（図 16.2 の左図）の場合について解くと，

$$\delta_0=-kb \tag{16.6}$$

を得る．散乱の位相は負で，ポテンシャルの到達距離 b に比例している．負の散乱位相ということは，散乱された波は散乱されなかった波より位相が**遅れる**，ということを意味する．

一方，引力ポテンシャル（図 16.2 の右図）の場合は，散乱された波は散乱されなかった波よりも**進む**．すなわち δ_0 は正である．位相差の大きさは，ポテンシャルの縁 a で散乱された波の位相と散乱されなかった波の位相の差で決まる [Sc92]：

$$\delta_0=\arctan\left(\sqrt{\frac{E}{E+|V|}}\tan\frac{\sqrt{2mc^2(E+|V|)}\cdot a}{\hbar c}\right)-\frac{\sqrt{2mc^2E}\cdot a}{\hbar c}. \tag{16.7}$$

位相差 δ_0 はそれゆえ正で，運動量が増すにつれ減少する．短距離の斥力ポテンシャルと長距離の引力のポテンシャルがある場合，図 16.3 に示すような重ね合わせが生じるので，実験で観測されたように位相差は，ある運動量を超えると負になる．

ポテンシャルの領域での波数 k はポテンシャルの大きさや形に依存するし入射粒子のエネルギー E にもよるので，散乱の位相 δ_0 とポテンシャル V の関係は原理的には式 (16.6) と (16.7) で与えられている．完全な位相差解析から得られた核力のポテンシャルを図 16.4 に図式的に示す．すでに示唆されたように短距離の斥力部分と長距離の引力部分がある．ポテンシャルの斥力部分は r が小さくなると急激に大きくなるので**ハードコア** (hard core) と呼ばれている．

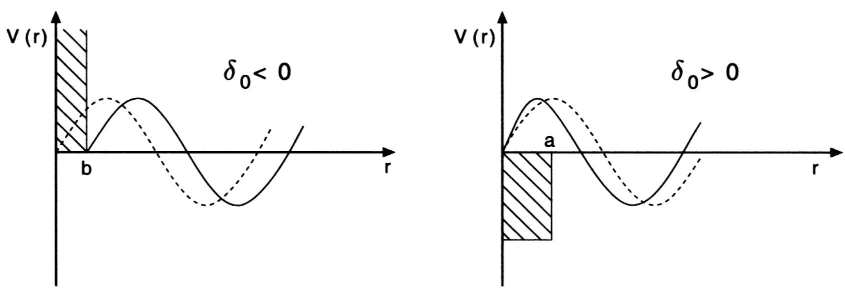


図 16.2　斥力ポテンシャル（左）および引力ポテンシャル（右）による散乱の位相を図式的に示したもの．点線は散乱されなかった波，実線は散乱された波を示す．

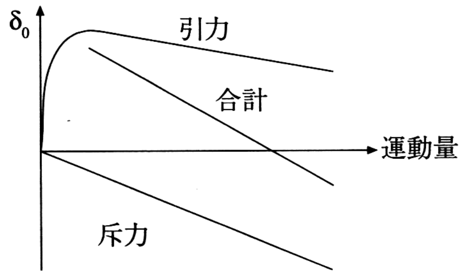


図 16.3 散乱位相 δ_0 の負の部分と正の部分の重ね合わせを，散乱する 2 つの粒子の相対運動量の関数として示したもの．その結果得られる δ_0 は核子–核子間の短距離の斥力ポテンシャルと長距離の引力ポテンシャルを反映している．

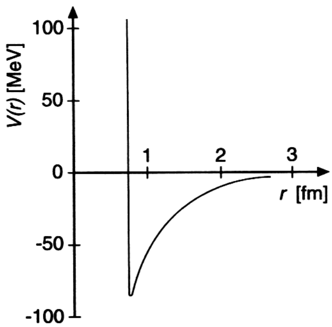


図 16.4 $\ell = 0$ の核子–核子ポテンシャルの相対距離 r 依存性を図式的に示したもの．ポテンシャルのスピン，アイソスピン依存性は示してないことに注意されたい．

■**核子–核子ポテンシャル** 核子–核子ポテンシャルの式の一般的な形は，適切な力学的な量を考察することによって得ることができる．核子の内部構造は無視することにする．したがってこのポテンシャルは核子と核子の束縛状態ないしは低エネルギーの核子–核子散乱においてのみ有効である．

相互作用を決定する量とは，核子間の相対距離 $\boldsymbol{x}$，相対運動量 $\boldsymbol{p}$，全軌道角運動量 $\boldsymbol{L}$，2 つの核子のスピン $\boldsymbol{s}_1$，$\boldsymbol{s}_2$ の相対的な向きである．ポテンシャルはスカラー量であり，少なくとも平行移動，回転について不変でなければならない．そして核子交換について対称でなければならない．これらの条件は強い相互作用の性質（例えばパリティ保存）によるもので，ポテンシャルに現れることができるのは力学的量のある決まった**スカラー積**だけである．アイソスピンが決まっているとき，ポテンシャルは次のような形をとる [Pr63]：

$$\begin{aligned} V(r) = V_0(r) & \\ & + V_{\mathrm{ss}}(r)\, \boldsymbol{s}_1 \cdot \boldsymbol{s}_2/\hbar^2 \\ & + V_{\mathrm{T}}(r) \left(3(\boldsymbol{s}_1 \cdot \boldsymbol{x})(\boldsymbol{s}_2 \cdot \boldsymbol{x})/r^2 - \boldsymbol{s}_1 \boldsymbol{s}_2\right)/\hbar^2 \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&+ V_{\mathrm{LS}}(r)(\boldsymbol{s}_1 + \boldsymbol{s}_2)\cdot \boldsymbol{L}/\hbar^2 \\
&+ V_{\mathrm{Ls}}(r)(\boldsymbol{s}_1 \cdot \boldsymbol{L})(\boldsymbol{s}_2 \cdot \boldsymbol{L})/\hbar^4 \\
&+ V_{\mathrm{ps}}(r)\,(\boldsymbol{s}_2 \cdot \boldsymbol{p})(\boldsymbol{s}_1 \cdot \boldsymbol{p})/(\hbar^2 m^2 c^2). \qquad (16.8)
\end{aligned}
$$

V_0 は通常の**中心力ポテンシャル**である．第 2 項は純粋なスピン–スピン相互作用を表す．第 3 項は**テンソルポテンシャル** (tensor potential) と呼ばれるもので非中心力を表す．これらの 2 つの項は電磁気学における 2 つの磁気双極子間の相互作用と同じスピン依存性を持っている．テンソル項は異なる軌道角運動量状態を混ぜる効果があるので特に興味深い．第 4 項はスピン–軌道相互作用による．原子物理ではこれは磁気相互作用の結果であったが，ここでは強い相互作用によるものである．式 (16.8) の終わりの 2 つの項は対称性の条件に反さないという理由で形式上で書かれただけであって，運動量について自乗なので LS 項に比べるとたいていは無視できる．

このポテンシャルの意味は，それぞれの項を形式上このように導入できるというだけではなく，むしろ 16.3 節で述べるように核力のスピン–アイソスピン依存性が中間子交換の模型によって説明できるということにある．ポテンシャルの項を実験データに fit するとパラメータの値が何組か出る．しかし最初の 4 つの項は，異なる解析をしても結果は一般に一致する．原子核のように多くの核子が結合した状態ではこのほかに多体力を考慮に入れなければならないことにも注意すべきである．

$S = 0$ の場合の中心力ポテンシャルは低エネルギーの陽子–陽子および中性子–中性子相互作用に使うことができる．しかし束縛状態をつくるほどには引力部分が強くない．それに対し $S = 1$ の場合にはテンソル力やスピン–スピン相互作用といっしょになってポテンシャルの引力部分が十分強いので束縛状態ができる．それが**重陽子**である．

16.2 重陽子

重陽子は核子の束縛された最も単純な系（原子核）である．そのため核子–核子相互作用の研究に特に適している．重陽子の基底状態に関する実験データは次のとおりである：

結合エネルギー	$B = 2.225\,\mathrm{MeV}$
スピンとパリティ	$J^P = 1^+$
アイソスピン	$I = 0$
磁気（双極子）モーメント	$\mu = 0.857\,\mu_{\mathrm{N}}$
電気 4 重極モーメント	$Q = 0.282\,e{\cdot}\mathrm{fm}^2$

陽子–中性子の系は主に $\ell = 0$ の状態にある．完全に $\ell = 0$ の状態だけであれば波動関数は球対称だから電気 4 重極モーメントはゼロでなければならない．そして磁

気モーメントは陽子と中性子の磁気モーメントの和でなければならない（核子の磁気モーメントは核子の結合によって変化しないという仮定に立っている）：

$$\mu_\mathrm{p} + \mu_\mathrm{n} = 2.792\,\mu_\mathrm{N} - 1.913\,\mu_\mathrm{N} = 0.879\,\mu_\mathrm{N}. \tag{16.9}$$

測定値 $0.857\,\mu_\mathrm{N}$ は予測値からわずかながらずれている．磁気モーメントと電気 4 重極モーメントの値は同じ量子数 $J^P = 1^+$ を持つ 2 つの状態の混合

$$|\psi_\mathrm{d}\rangle = 0.98 \cdot |^3\mathrm{S}_1\rangle + 0.20 \cdot |^3\mathrm{D}_1\rangle \tag{16.10}$$

が起きているとすれば説明できる．言い換えると，重陽子が $^3\mathrm{D}_1$ 状態にある確率は $|^3\mathrm{D}_1\rangle$ の係数の自乗によって 4% である．この混合は式 (16.8) の核子–核子相互作用のテンソル成分によって説明できる．

次に，重陽子の中の核子の波動関数を求めよう．重陽子は近似的に $\ell = 0$ の系なので，波動関数は球対称であってたいへん簡単である．ポテンシャルの深さ V（斥力と引力の部分を平均したもの）と到達距離 a とが必要であるが，重陽子の結合エネルギーからはポテンシャルのパラメータが 1 つ決まるだけである．すなわちポテンシャル井戸の「体積」Va^2 が決まる．シュレーディンガー方程式 (16.5) は次のような解を持つ：

$$\begin{aligned}
&r < a \text{ のとき：} u_\mathrm{I}(r) = A\sin kr \quad \text{ただし} \quad k = \sqrt{2m(E-V)}/\hbar \quad (V<0),\\
&r > a \text{ のとき：} u_\mathrm{II}(r) = C\mathrm{e}^{-\kappa r} \quad \text{ただし} \quad \kappa = \sqrt{-2mE}/\hbar \quad (E<0).
\end{aligned} \tag{16.11}$$

ここで $m \approx M_\mathrm{p}/2$ は陽子–中性子系の換算質量である．

ポテンシャル井戸の縁での $u(r)$ および $du(r)/dr$ の連続性の条件 [Sc95] から

$$k\cot ka = -\kappa, \quad ak \approx \frac{\pi}{2}, \tag{16.12}$$

$$Va^2 \approx Ba^2 + \frac{\pi^2}{8}\frac{(\hbar c)^2}{mc^2} \approx 100\,\mathrm{MeV\,fm^2}. \tag{16.13}$$

核力の到達距離の値は現在では $a \approx$1.2–1.4 fm である．これはポテンシャルの実効的な拡がりを示している．この値を使うとポテンシャルの深さは $V \approx 50\,\mathrm{MeV}$ になるが，重陽子の結合エネルギー B はわずか 2.25 MeV なので，それよりずっと大きい．波動関数のすそは $1/\kappa \approx 4.3\,\mathrm{fm}$ で特徴づけられるが，核力の到達距離と比べると大きい．

図 16.5 にはポテンシャル井戸の体積 Va^2 を一定に保ったまま 2 つの異なる a の値をとったときの動径方向の存在確率分布 $u^2(r) = r^2|\psi|^2$ を図式的に示してある．重陽子はたいへんゆるく束縛された系なので特に大きな距離では上記の 2 つの場合の違いはほとんどない．

ポテンシャルの斥力部分を考慮に入れ，より正確な計算をしても波動関数の振舞いは 1 fm 以下の距離のところで変わるだけである（図 16.5 参照）．図 16.6 には重陽

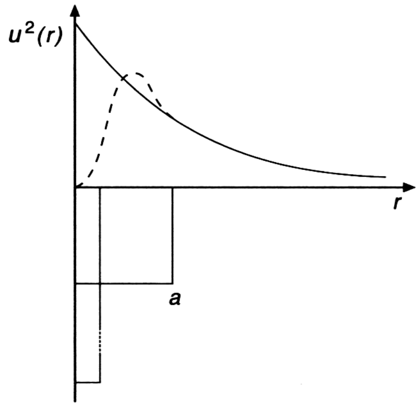


図 16.5 重陽子の中の核子の動径方向の存在確率分布 $u^2(r) = r^2|\psi|^2$．点線は到達距離が a，実線は到達距離が $a \to 0$ の引力ポテンシャルに対応する．ポテンシャルの体積 Va^2 は同じにしてある．

子の中の核子の存在確率分布が水素分子の中の水素原子の存在確率分布と比較してある．横軸の距離は両方ともハードコアの空間的な拡がりを単位にとってある．ハードコアとはポテンシャルの短距離の斥力の部分のことで，その拡がりは水素分子では約 0.4×10^{-10} m，重陽子では約 0.5×10^{-15} m である．分子の中の原子はかなり局在化している．原子間の平均距離 R に対しその分布幅 ΔR は 10% くらいしかない（図 16.6 参照）．

一方，重陽子の中の核子の結合はかなり「弱い」．つまり束縛状態が大きな拡がりを持っている．このことは，**平均運動エネルギーがポテンシャル井戸の平均の深さにほぼ近い**ために，運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの和である結合エネルギーがたいへん小さくなっている，ということを意味している．

核子の結合エネルギーは重い原子核では重陽子よりも少し大きい．そのため核子密度はより大きい．しかし定性的な描像は同じである．つまり，比較的弱い実質的な引力が原子核をつくるのに十分な力を持っている．原子核の特性は核力のこのような性質を示唆している．これは，原子核を縮退したフェルミ気体として記述できるための重要な前提条件である．原子核物質の中で核子がほぼ自由に運動できるのはこの前提条件のためである．

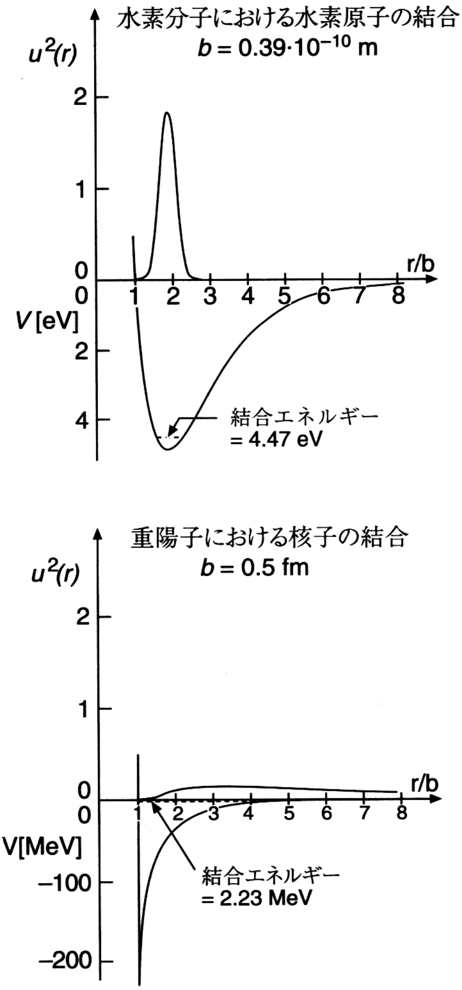


図 16.6 水素分子における水素原子 [He50]（上）と重陽子における核子（下）の動径方向の存在確率分布 $u^2(r)$. 横軸はそれぞれのハードコアの半径 b で規格化してある（[Bo69] による）. 水素原子では結合エネルギーがポテンシャルの深さと同じくらい大きいので強い共有結合により水素原子の位置が局在化している. 核子の場合は運動エネルギーがポテンシャルエネルギーの絶対値と同じくらいなので核子の結合エネルギーは小さく，その結果核子の分布は広範囲に拡がっている.

16.3 核力の性質

次の課題は核力の強さと形を，核子の構造および核子の中のクォークの強い相互作用に基づいて理解することである. 以下の議論では定性的な考察をする. 核子の構造を非相対的クォーク模型で記述する. この模型では核子は 3 つの構成子クォークから構成されている. 核力はクォーク–反クォーク対によって主に媒介されると考える.

しかし，それがもっともだと思われるからという理由で導入されたにすぎない．今のところクォークやグルーオンの相互作用に基礎を置いた核力の統一的な理論はまだ存在しない．

■短距離での斥力　核力の短距離における斥力部分から考察を始めよう．まず，よく知られた現象の類推をすると，原子では原子間の短距離での斥力は**パウリの原理**によるものである．両方の原子のまわりの電子の雲の中では，可能な限りエネルギー準位が低くなるように電子が状態を占めている．2つの原子の電子の雲が重なると，一部の電子は衝突する2つの原子の運動エネルギーを用いて励起状態に遷移しなければならない．そのため短距離では斥力が生じるのである．

2核子系でのクォークもパウリの原理に従う．つまり6つのクォークの合成波動関数がクォークの交換に関して反対称でなければならない．クォークは色が3種類，スピンが2通り $(\uparrow, \downarrow)$，アイソスピン状態が2通り（u クォーク，d クォーク）あるので，1番低い $\ell = 0$ 状態にはパウリの原理を破ることなく12個のクォークが入ることができる．合成波動関数の色の部分はいつも反対称であり，空間部分は $\ell = 0$ では対称なので，スピン–アイソスピン部分は対称でなければならない．2つの核子が重なったとき，パウリの原理を考慮に入れてもクォークは空間波動関数の最もエネルギーの低い準位を占めることができる．したがって核子間の斥力は他の効果によるものでなければならない．

この効果はクォーク間の強いスピン–スピン相互作用によるものである [Fa88]．すでに見たように，その影響はハドロンスペクトロスコピーにおいて顕著に現れている．Δ バリオンは3つのクォークのスピンが平行になっているが，その質量は核子より約 350 MeV/c^2 だけ大きい．このことからわかるように，2つの核子が重なり合い，6つのクォークがすべて $\ell = 0$ の状態に存在すると，この系のポテンシャルエネルギーは増加する．その理由は核子が離れていた場合よりもスピンが平行なクォークの対の数が増えるからである．1対のクォークのスピンが平行になるごとに，ポテンシャルエネルギーは Δ と核子のエネルギー差 (15.11) の半分だけ増加する．

当然ながら核子–核子系は可能な限りクォークのスピンを反平行にして**「色磁気」エネルギー**を最小にしようとする．しかし $\ell = 0$ の状態では波動関数のスピン–香り部分は完全に対称でなければならないので，そのようにしてエネルギーを低くすることができない．少なくとも2つのクォークが $\ell = 1$ の状態に励起されれば色磁気エネルギーは減少する．しかしそれに必要な励起エネルギーは色磁気エネルギーの減少と同じくらいなので，結局いずれの場合でも核子が重なり合うと距離が近づくにつれて全エネルギーが増加する．短距離での実質的な斥力は，色磁気エネルギーの増加と励起エネルギーの両方から同じくらいの寄与がある（図 16.7）．核子間距離が $r = 0$ に近づくと，非断熱近似では6つのクォークのうち2つが p 状態にある確率は 8/9

である [Fa82, St88]．このような配置の場合，核子の相対波動関数は 0.4 fm にノードがある．このことと色磁気エネルギーとが相まって，短距離の強い斥力をつくっている．このような理由から，核力は距離 0.8 fm 以下では急激に高くなる核子–核子ポテンシャルによって記述される．

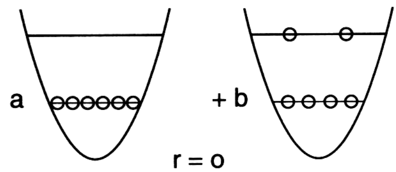


図 16.7 重なり合っている 2 つの核子のクォーク状態．6 つのクォークとも $\ell = 0$ にある状態 (a) と 2 つのクォークは $\ell = 1$ にある状態 (b) とから成っている．非断熱近似では核子間距離 $r = 0$ で (b) の状態を見い出す確率は 8/9 である [Fa82, St88]．距離が離れるとこの割合は小さくなり，$r \to \infty$ ではゼロになる．

■引力 次に核力の引力部分を考察しよう．再び原子物理の類推をしてみよう．よく知られているように，原子間の結合は原子の内部構造を変化させることがある．原子核の中に束縛されている核子についても同様のことが予想される．実際，原子核によるレプトンの深非弾性散乱では，原子核の中に束縛された核子のクォーク構造が自由な核子による散乱の場合と異なることが観測されている（EMC 効果，7.4 節参照）．

分子の力についてわかっていることを思い出してみると，核力は**イオン結合** (ionic bond) の類推ではうまく記述できないことがわかる．クォークの閉じ込めはたいへん強いので，1 つの核子から他の核子へクォークを「貸し出す」ことはできない．

ファンデルワールス力は原子が互いに偏極しその結果生じる双極子–双極子相互作用によって束縛されるものであるが，これも核力の類推には使えない．2 つの核子の間の 2 グルーオン交換によるファンデルワールス力（原子物理における 2 光子交換に対応するもの）は核子が重なり合って閉じ込めがグルーオン交換を禁じないような短距離では弱過ぎて核力の説明にはならない．逆に核子間の距離が大きくなるとグルーオンは閉じ込めのために交換されることはなくなる．無色のグルーオンの状態（グルーボール）は交換されうるが，グルーボールは小さな質量の領域では実験的に観測されていない．

核力の類推として唯一残されているのが，**共有結合** (covalent bond) である．共有結合とは例えばH_2分子をつくっている機構であり，2 つの H 原子の電子は常に原子間で交換されていて両方の原子に属している．核力の引力部分は距離約 1 fm で最も強く，実際に原子の共有結合を思い起こさせる．議論を簡単にするために核子は 2 つのクォークから成る系（**ダイクォーク** (diquark)）と他の 1 つのクォークとから構成されていると考える（図 16.8 参照）．そのような描像によって多くの現象が説明

できることがわかっている．エネルギー的に最も有効な組み合わせは u クォークと d クォークが結合してスピン 0，アイソスピン 0 のダイクォークを形成した場合である．スピン 1，アイソスピン 1 のダイクォークはエネルギー的に不利である．このとき共有結合は「対を成していない方」のクォークが核子間で交換されることを意味する．その様子は図 16.9 に図式的に示されている．類推を明らかにするために水素分子の共有結合も同様の図に示してある．

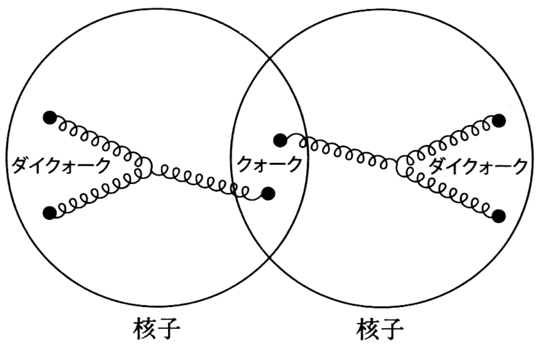


図 16.8　共有結合の描像によるクォークの配置．核子がわずかに重なり合うぐらいのかなり離れた位置では 2 つの核子はそれぞれダイクォークとクォークから成る系と考えることができる．

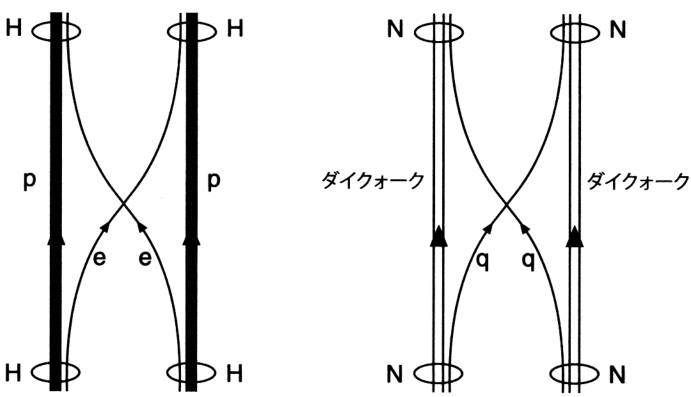


図 16.9　水素分子（左）と 2 核子系（右）の共有結合を図式的に表したもの．時間は下から上へ進む．水素分子における電子交換に対応するのは 2 核子系ではクォークの交換である．

核力は 1 fm 程度の距離で引力が最大になるので閉じ込めの効果によってクォーク交換が抑制される心配はない．そこで，共有結合の寄与は分子の場合と同様にして計算することができる．しかし，このようにして計算された引力ポテンシャルの 1 fm の距離での深さは実験値の約 1/3 にすぎない [Ro94]．実際，クォーク交換は原子に

おける電子交換ほど有効でない．その理由の一部は，交換される 2 つのクォークが同じ色を持っていなければならず，その確率がわずかに 1/3 であることにある．直接のクォーク交換の共有結合への寄与は，核子の波動関数がスピン 1，アイソスピン 1 のダイクォークを持っている割合もあるので，それを考慮に入れれば更に少なくなる．このように共有結合という概念を分子から核子へ直接応用するのは定量的にはうまくいかない．しかしそれは閉じ込めのせいではなく，クォークが 3 種類の色を持っていてそのために直接のクォーク交換が抑制されるからである．

■中間子交換 核子の中には 3 つの構成子クォークのほかにクォーク–反クォーク対（海クォーク）が存在するということをこれまでは考慮してこなかった．クォーク–反クォーク対はグルーオンから生成され，対消滅してグルーオンに戻るということが繰り返されている．このようなクォーク–反クォーク対が核子の中に混ざっていることは相対論的な効果であると解釈することができるが，強い相互作用の結合定数 α_s は大きいのでこの効果を無視することはできない．クォーク–クォーク交換は，図 16.10 (a) に示すように実質的には無色のクォーク–反クォーク対によって媒介することもできる．

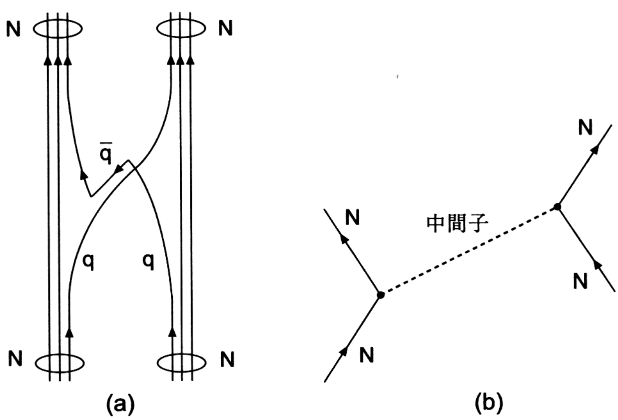


図 16.10 (a) 核子間のクォーク交換はクォーク–クォーク対の交換と見なすことができる．この図では反クォークは時間を逆行するクォークとして示されている．(b) 核子間の中間子交換はこれと類似している．

クォーク–反クォーク対の交換は直接のクォーク–クォーク交換よりも核子–核子相互作用に大きな寄与をする．無色のクォーク–反クォーク対の交換は，閉じ込めのために無色の物体の交換だけが許される長距離においてのみならず比較的短距離でも重要であることを強調しておかなければならない．それゆえ核力を強い相互作用の共有結合の相対論的な一般化と見なすことができる．それによって結局，核子はクォークを交換する．

湯川秀樹が 1935 年にパイ中間子の存在を予言 [Yu35, Br65] して以来，核子間の相互作用を中間子の交換によって記述しようと試みられてきた．質量 m の中間子の交換は次のような形のポテンシャルになる：

$$V = g \cdot \frac{e^{-\frac{mc}{\hbar}r}}{r}. \tag{16.14}$$

これは**湯川ポテンシャル**と呼ばれている．ここで g は電磁相互作用における電荷に相当する役目を果たす定数である．

■湯川ポテンシャルの形を導くには，電荷が仮想光子を生成する源であるのと同様に核子は仮想中間子を生成する源であると仮定する．

質量 m の相対論的な自由粒子の波動方程式から始めよう．エネルギー–運動量関係式 $E^2 = \boldsymbol{p}^2c^2 + m^2c^4$ に対し，シュレーディンガー方程式の場合と同じようにエネルギー E に $i\hbar\partial/\partial t$，運動量 $\boldsymbol{p}$ に $-i\hbar\boldsymbol{\nabla}$ という演算子を代入すると**クライン–ゴルドン方程式**が得られる：

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Psi(\boldsymbol{x},t) = \left(\boldsymbol{\nabla}^2 - \mu^2\right)\Psi(\boldsymbol{x},t) \quad \text{ただし} \quad \mu = \frac{mc}{\hbar}. \tag{16.15}$$

これは質量のない $(\mu = 0)$ 粒子の場合には光速で伝播する波の方程式である．Ψ を電磁気の 4 元ポテンシャル $A = (\phi/c, \boldsymbol{A})$ で置き換えると発生源から十分に離れた位置での真空中における電磁波の方程式が得られる．したがって $\Psi(\boldsymbol{x},t)$ を光子の波動関数と解釈することができる．

今，静的な場の極限を考えると，式 (16.15) は

$$\left(\boldsymbol{\nabla}^2 - \mu^2\right)\psi(\boldsymbol{x}) = 0 \tag{16.16}$$

となる．$r = |\boldsymbol{x}|$ にのみ依存する球対称な解を求めると

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\psi(r)}{dr}\right) - \mu^2\psi(r) = 0 \tag{16.17}$$

となる．

粒子の交換によって生じるポテンシャル V の特に簡単な仮説は $V(r) = g \cdot \psi(r)$ である．ここで g は自由パラメータである．このような仮説に意味があることは電磁気の場合を考えればわかる．$\mu \to 0$ の極限では式 (16.16) は電荷のない空間の**ポアソン方程式**になる．そして式 (16.17) からクーロンポテンシャル $V_\mathrm{C} \propto 1/r$ を得る．このポテンシャルは 1 つの荷電粒子から十分離れ，電荷密度がゼロの位置でのポテンシャルである．式 (16.17) を $\mu \neq 0$ の場合について解くと湯川ポテンシャル (16.14) を得る．湯川ポテンシャルは近似的にまず $1/r$ で減少し，続いて急激に減少する．その到達距離は $1/\mu = \hbar/mc$ の程度である．これは不確定性原理から予想される値でもある [Wi38]．例えばパイ中間子による相互作用では，到達距離は約 1.4 fm である．

上の導出はいくぶん単純化されたものであって正確ではない．第 1 に，粒子のスピンを無視した．クライン–ゴルドン方程式はスピンがゼロの粒子にあてはまる式である（パイ中間子は幸いこれに該当する）．第 2 に，中間子は仮想粒子であるとき必ずしも自由粒子の静止質量と同じではない．第 3 に，すぐ近くに核子があるのでそれと強く相互作用する可能性がある．したがって，自由粒子の波動方程式は近似でしかないのである．

中間子の質量 m が増すとポテンシャルの到達距離が減るので，パイ中間子のみならず最も軽いベクトル中間子 ϱ や ω も重要な交換される粒子である．この描像では核力の中心力ポテンシャルは，結合して $J^P(I)=0^+(0)$ となった 2 つのパイ中間子の核子間での交換によるものであると理解される．核力のスピン，アイソスピン依存性は 1 中間子交換によるものであり，擬スカラー中間子もベクトル中間子も交換されることによる．核子間のパイ中間子交換は，パイ中間子の質量がたいへん小さいので比較的大きな距離 ($>2\,\mathrm{fm}$) でも交換されうるため特に重要である．このような模型で計算するときには核子と中間子の内部構造を無視し，点状の粒子であると仮定する．実験により中間子–核子散乱から得られる中間子–核子の結合定数は，このことを考慮に入れるため若干の修正をされなければならない．

中間子は無色のクォーク–反クォーク対にほかならないから，原理的には中間子交換と無色の $\mathrm{q\overline{q}}$ 対の交換は核子–核子相互作用の 2 つの同等の記述と考えることができる（図 16.10）．核子の内部構造が役割を果たすに違いない短距離においては，中間子交換による記述は不適当である．ポテンシャルの斥力部分をつくっている ω 中間子の交換の結合定数は，他の中間子–核子結合定数との比較から期待される値よりも 2 倍ないし 3 倍も大きい非現実的な値をとる必要がある．ポテンシャルの斥力部分はクォークの描像によってよりよく記述される．一方長距離では 1 パイ中間子交換模型は実験データをたいへんよく再現する．その中間の距離ではどちらの模型でも一連のパラメータを実験データに fit しなければならない．

このようにして核力は基本的な構成要素とその相互作用に帰着させることができることがわかる．核力の理論的な理解のためにはこれはたいへん満足すべきことであるが，中間子の描像からクォークの描像に移っても核力の定量的な記述がより容易になったわけではない．中間子交換による力をクォークの描像で計算するには核子の中のクォーク–反クォーク対が中間子を形成する確率を知らなければならないだろう．運動量移行が小さい領域では結合定数 α_s はたいへん大きいのでそのような計算は実行できない．このような理由から，今日でも現象論的な中間子交換模型は，核力を定量的に記述する最良の方法である．

【問　題】

1 核力　核力は中間子交換によって媒介される．1 つの π，2 つの π，1 つの ϱ，1 つの ω を交換することによる力の到達距離はそれぞれいくらか？ 交換される粒子の種類によって核力のどのような性質が決定されるか？

2 中性子–陽子散乱　短距離の斥力（到達距離 $b=0.7\,\mathrm{fm}$）のみが寄与するとき，中性子–陽子散乱の全断面積はいくらになるか？ ほぼ $\ell=0$ のみの状態のエネルギー領域で考えよ．

第 17 章

原子核の構造

原子核の基底状態やわずかに励起した状態は，**縮退したフェルミ気体**の 1 つの例である．原子核の密度は核子–核子相互作用，特に小さな距離での強い斥力と大きな距離での弱い引力とによって決定されている．6.2 節で見たように，原子核の中で核子は局在しているのではなく最大 250 MeV/c もの大きな運動量で動き回っている．原子核の中で核子がこのように動き回ることができるのは，重陽子についてすでに学んだように核子間の結合が「弱い」ためである．核子間の平均距離は核子のハードコアの半径よりかなり大きい．

核子が原子核の中で実際に自由粒子として動いているということは自明ではなく，そういう概念を採用することは重要な意味を持っている．それをハイパー核を例にとって示そう．ハイパー核とは普通の核子のほかにハイペロンを含む原子核である．以下で見るように，Λ 粒子は原子核の中ではポテンシャル中の自由粒子として動く．このポテンシャルの深さは原子核の種類にはよらず，ポテンシャルの到達範囲は原子核の半径に対応する．

殻模型 (shell model) は**フェルミ気体模型**を改良したものである．ポテンシャルの形はより現実的であり，スピン–軌道相互作用も考慮に入れられている．原子核の密度のみならず形も核子–核子相互作用によって決定される．原子核は平衡状態において球対称なものばかりではなく，回転楕円体に変形していたり不規則な変形をしていたりすることもありうる．

17.1 フェルミ気体模型

この章では，電子–原子核準弾性散乱で測定された核子の運動量分布（6.2 節）や核子の結合エネルギーがフェルミ気体模型で理解できることを示そう．更に半経験的質量公式 (2.8) の重要な項はこの模型から必然的に出てくることを示そう．フェルミ気

体模型では，原子核を構成する陽子と中性子は 2 つの独立な核子の系と見なされる．核子はスピンが 1/2 の粒子であるからフェルミ–ディラック統計に従う．パウリの原理を満たした上で，核子は原子核の体積全体のどこへでも自由に動けると仮定する．

それぞれの核子が感じるポテンシャルは自分以外のすべての核子がつくるポテンシャルを重ね合わせたものである．フェルミ気体模型ではこのポテンシャルが箱型をしていると仮定する．つまり原子核の内側では一定で，縁で急にゼロになると仮定する（図 17.1）．

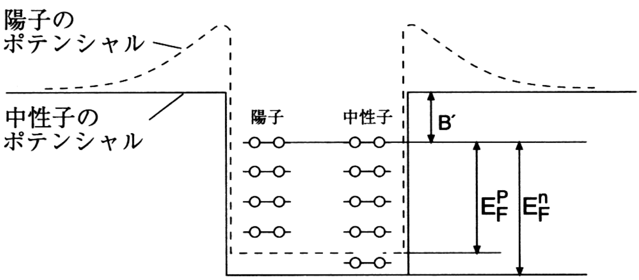


図 17.1　ポテンシャルの形とフェルミ気体模型による陽子と中性子の状態を図式的に示したもの．

体積 V，運動量幅 dp の中に 1 つの核子がとることのできる可能な状態の数は式 (4.16) により

$$dn = \frac{4\pi p^2\,dp}{(2\pi\hbar)^3}\cdot V \tag{17.1}$$

と表される．温度 $T = 0$ の場合，つまり原子核が基底状態にあるときには，最も低い状態から順番に，**フェルミ運動量** (Fermi momentum) p_{F} と呼ばれる最大運動量までの状態が核子で占められている．状態の数は式 (17.1) を積分することによって得られる：

$$n = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3}\cdot\frac{4\pi}{3}p_{\mathrm{F}}^3 = \frac{Vp_{\mathrm{F}}^3}{6\pi^2\hbar^3}. \tag{17.2}$$

スピンの自由度により，それぞれの状態に同種のフェルミ粒子が 2 つ存在することができるので，

$$N = \frac{V(p_{\mathrm{F}}^{\mathrm{n}})^3}{3\pi^2\hbar^3} \quad \text{および} \quad Z = \frac{V(p_{\mathrm{F}}^{\mathrm{p}})^3}{3\pi^2\hbar^3} \tag{17.3}$$

だけの中性子および陽子が存在しうる．ここで $p_{\mathrm{F}}^{\mathrm{n}}$ と $p_{\mathrm{F}}^{\mathrm{p}}$ はそれぞれ中性子と陽子のフェルミ運動量である．原子核の体積に

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi R_0^3 A \tag{17.4}$$

を代入し，電子散乱の実験から得られた測定値 $R_0 = 1.21\,\mathrm{fm}$（式 (5.56)）を使い，

陽子と中性子のポテンシャルが同じ半径であると仮定すると，$Z = N = A/2$ の原子核については，フェルミ運動量は

$$p_{\mathrm{F}} = p_{\mathrm{F}}^{\mathrm{n}} = p_{\mathrm{F}}^{\mathrm{p}} = \frac{\hbar}{R_0}\left(\frac{9\pi}{8}\right)^{1/3} \approx 250\,\mathrm{MeV}/c \tag{17.5}$$

となる．つまり核子は原子核の中で大きな運動量を持って自由に動くことができる．

電子の原子核による準弾性散乱で測定されたフェルミ運動量 (6.22) はこの予測値とよく一致している．軽い原子核では p_{F} は少し小さな値をとる（表 6.1）．フェルミ気体模型は軽い原子核ではよい近似ではない．

核子によって占められた最も高い状態のエネルギー（**フェルミ・エネルギー** (Fermi energy)）E_{F} は

$$E_{\mathrm{F}} = \frac{p_{\mathrm{F}}^2}{2M} \approx 33\,\mathrm{MeV} \tag{17.6}$$

である．ここで M は核子の質量である．箱型ポテンシャルの上端とフェルミ・レベル（フェルミ気体模型の準位の上端）の差 B' はたいていの原子核で一定で，核子あたりの結合エネルギー $B/A = 7$–$8\,\mathrm{MeV}$ に等しい．これにフェルミ・エネルギー E_{F} を足すとポテンシャルの深さ V_0 が得られる：

$$V_0 = E_{\mathrm{F}} + B' \approx 40\,\mathrm{MeV}. \tag{17.7}$$

フェルミ・エネルギーと箱型ポテンシャルの深さも質量数 A にほぼよらず一定である．

金属中の自由電子気体と同様に，原子核物質中に核子の気体がありその運動エネルギーの大きさはポテンシャルの深さとほぼ同じである．原子核は比較的ゆるく束縛された系であることがここでも再び理解できる．

一般に重い原子核では中性子の方が陽子より数が多い．安定した原子核であるためには陽子と中性子のフェルミ・レベルが同じにそろっている必要がある（そうでなければ原子核は β 崩壊によってエネルギー的に有利な状態に遷移する）ので，中性子気体の箱型ポテンシャルは陽子気体の箱型ポテンシャルより深くなければならない（図 17.1）．したがって原子核の中で陽子は中性子より平均的に束縛のされ方が小さい．これは電荷を持つ陽子間のクーロン斥力によるものと理解できる．この効果によりポテンシャルに新たな項がつけ加わる：

$$V_{\mathrm{C}} = (Z-1)\frac{\alpha \cdot \hbar c}{R}. \tag{17.8}$$

結合エネルギーの中性子過剰数への依存性もフェルミ気体模型で計算できる．まず核子あたりの平均運動エネルギーを計算する：

$$\langle E_{\mathrm{kin}}\rangle = \frac{\int_0^{p_{\mathrm{F}}} E_{\mathrm{kin}}\, p^2\, dp}{\int_0^{p_{\mathrm{F}}} p^2\, dp} = \frac{3}{5} \cdot \frac{p_{\mathrm{F}}^2}{2M} \approx 20\,\mathrm{MeV}. \tag{17.9}$$

したがって原子核の運動エネルギーの総和は

$$E_{\mathrm{kin}}(N,Z) = N\langle E_{\mathrm{n}}\rangle + Z\langle E_{\mathrm{p}}\rangle = \frac{3}{10M}\left(N\cdot(p_{\mathrm{F}}^{\mathrm{n}})^2 + Z\cdot(p_{\mathrm{F}}^{\mathrm{p}})^2\right) \tag{17.10}$$

である．これに式 (17.3) と式 (17.4) を用いると

$$E_{\mathrm{kin}}(N,Z) = \frac{3}{10M}\frac{\hbar^2}{R_0^2}\left(\frac{9\pi}{4}\right)^{2/3}\frac{N^{5/3}+Z^{5/3}}{A^{2/3}}. \tag{17.11}$$

ここでも箱型ポテンシャルの半径は陽子と中性子について同じであると仮定した．原子核の平均運動エネルギーは，質量数 A を固定して N ないし Z 依存性を調べると $N=Z$ のときに最小になる．$N\neq Z$ のときには平均運動エネルギーは大きくなる．つまり結合エネルギーは小さくなる．式 (17.11) を $N=(A+(N-Z))/2$, $Z=(A-(N-Z))/2$ を用いて差 $N-Z$ について展開すると

$$E_{\mathrm{kin}}(N,Z) = \frac{3}{10M}\frac{\hbar^2}{R_0^2}\left(\frac{9\pi}{8}\right)^{2/3}\left(A+\frac{5}{9}\frac{(N-Z)^2}{A}+\cdots\right) \tag{17.12}$$

となり，中性子過剰数に対する依存性が関数の形で示される．第1項は質量公式の体積項に寄与し，第2項はそれに対する $N\neq Z$ の場合の補正項を表す．このいわゆる**非対称エネルギー** (asymmetry energy) は中性子過剰数の自乗に比例して増え，それにつれて結合エネルギーが減る．式 (2.8) の非対称項を定量的に正しく導出するには，$N\neq Z$ の場合にポテンシャル自体も変化することを考慮に入れなければならない．この補正は運動エネルギーの変化と同じくらい強く効く．

このように，平均ポテンシャルの中での核子の独立な運動を記述する単純なフェルミ気体模型によって，すでに半経験的質量公式 (2.8) の体積項と非対称項の根拠を説明できることがわかる．

■フェルミ気体模型は**中性子星** (neutron star) という特別な形態の原子核物質にも応用できる．中性子星ではクーロンエネルギーを考える必要がない．通常の密度 ϱ_{N} を与える引力の核力のほかに重力もあり，密度は通常の原子核より約10倍も大きい．

中性子星は超新星爆発の際に生成される．星の中心の燃焼を終わった部分が，もともとは鉄でできていてその質量は1ないし2太陽質量であるが，重力で崩壊する．密度が高くなるので電子のフェルミ・エネルギーが増加し，逆 β 崩壊 $\mathrm{p}+\mathrm{e}^- \to \mathrm{n}+\nu_{\mathrm{e}}$ が起こる．$\mathrm{n}\to\mathrm{p}+\mathrm{e}^-+\bar{\nu}_{\mathrm{e}}$ はパウリの原理によって禁じられている．原子核の中の陽子は順に中性子に変換される．こうしてクーロン障壁がなくなるので原子核は1つ1つが独立した原子核ではなくなり，星の内部は中性子だけで構成されるようになる：

$${}^{56}_{26}\mathrm{Fe} + 26\mathrm{e}^- \longrightarrow 56\mathrm{n} + 26\nu_{\mathrm{e}}$$

中性子の密度が $10^{18}\,\mathrm{kg/m^3}$ に達すると初めて，中性子のフェルミ圧力によって爆縮が止まる．中心のコアの部分の質量が太陽質量の2倍より大きい場合にはフェルミ圧力は重力に抗することができず，星はブラックホールになる．

最もよく知られた中性子星の質量は 1.3–1.5 太陽質量である．中性子星が連星の一部であれば運動を観測することによってその質量がわかる．半径 R は，もし光の特定の波長の放出ラインがあり，重力の効果によるそれのドップラー・シフトが観測できれば決定できる．これは M/R に比例している．典型的な半径は 10 km である．

中性子星の内部構造については理論的な情報しかない．最も簡単な模型では，最も内側のコアは縮退した中性子液体でできていてその密度は一定である．厚さがほぼ 1 km の外側の殻は高温にもかかわらず重力の強い圧力によって固体の状態で束縛されている原子からできている．したがって中性子星を，それ自身の重力によって結合している 1 つの巨大な原子核として扱うのはもっともな近似である．

以下の中性子星の大きさの概算において，中性子星の密度は一定であると仮定する．そうすると重力の圧力の動径依存性を無視し，平均圧力を採用することができる．質量が $M = 3\times10^{30}$ kg，すなわち 1.5 太陽質量，中性子数 $N = 1.8\times10^{57}$ に相当する典型的な中性子星を考えよう．中性子星を冷たい中性子気体と見なせばフェルミ運動量は式 (17.5) から

$$p_{\mathrm{F}} = \left(\frac{9\pi N}{4}\right)^{1/3}\frac{\hbar}{R}. \tag{17.13}$$

中性子あたりの平均運動エネルギーは式 (17.9) より

$$\langle E_{\mathrm{kin}}/N\rangle = \frac{3}{5}\cdot\frac{p_{\mathrm{F}}^2}{2M_{\mathrm{n}}} = \frac{C}{R^2} \quad ただし \quad C = \frac{3\hbar^2}{10M_{\mathrm{n}}}\left(\frac{9\pi N}{4}\right)^{2/3}. \tag{17.14}$$

一定の密度の中性子星の重力エネルギーは，次のような中性子あたりの平均ポテンシャルエネルギーをもたらす：

$$\langle E_{\mathrm{pot}}/N\rangle = -\frac{3}{5}\frac{GNM_{\mathrm{n}}^2}{R}. \tag{17.15}$$

ここで M_{n} は中性子の質量，G は重力定数である．核子あたりの全エネルギーが最低になっていれば星は平衡状態にある：

$$\frac{d}{dR}\langle E/N\rangle = \frac{d}{dR}[\langle E_{\mathrm{kin}}/N\rangle + \langle E_{\mathrm{pot}}/N\rangle] = 0. \tag{17.16}$$

そしてその結果，

$$R = \frac{\hbar^2(9\pi/4)^{2/3}}{GM_{\mathrm{n}}^3N^{1/3}}. \tag{17.17}$$

これにより，そのような中性子星の半径は約 12 km となるが，これは観測から得られた値にたいへん近い．中性子の平均密度は 0.25 核子/fm^3 となるがこれは通常の原子核内部の密度 $\varrho_{\mathrm{N}} = 0.17$（式 (5.59)）の約 1.5 倍である．

しかし，予測値と測定値がよく一致したのはむしろ偶然である．より厳密な計算をする際には，中性子星の内部の密度は $10\varrho_{\mathrm{N}}$ まで増加することを考慮に入れなければならない．そうすると半径は測定値よりもずっと小さくなる．一方，密度が $10\varrho_{\mathrm{N}}$ になると中性子間の距離はわずか 0.8 fm ほどである．これは中性子のハードコアが触れ合うので強い斥力が働くことを意味する．より現実的な模型によると，中性子星の重力の圧力は半分は**フェルミ圧力**により，半分は短距離の核子–核子斥力によって打ち消されている．

中性子星の中心の高密度においては，ハイペロンが混ざって，中性子と平衡状態になっていることも期待できる．中性子の重なりは星の中心部で一番大きくなるので，そこではクォークがもはやそれぞれの中性子の中に閉じ込められていないかもしれない．中性子星は部分的に**クォーク物質** (quark matter) からできているかもしれない．

17.2　ハイパー核

フェルミ気体模型は，通常，角運動量の量子化が無視できるような大きな系（金属中の伝導電子，中性子星の中の中性子，**白色矮星**の中の電子など）を記述するのに使われる．これに対し，原子核の中の核子の系はたいへん小さいので，核子ははっきりした角運動量を持った離散的なエネルギー準位を占めている．球対称なポテンシャルでエネルギー準位を計算すると軌道角運動量 $\ell = 0, 1, 2, \ldots$ を持った状態が得られる．

温度 $T = 0$ のときには，原子核のエネルギー状態は最も低い方から順に，穴があくことなく詰まっている．核子間の相互作用は核子が他の核子とエネルギー準位における場所を交換するだけであり，原子核のエネルギー準位の占有に関しては何も変わらず，したがって何も観測されない．そのため，個々の核子がはっきりしたエネルギーと角運動量を持った状態にあるかのごとく原子核を記述するのである．この状態を記述する波動関数は 1 粒子の波動関数である．原子核全体を記述する波動関数は個々の粒子の波動関数の積である．

個々の核子のエネルギー準位を研究するには核子に「印をつける」ことができれば好都合である．そのためのすぐれた実験方法はハイペロン，特に Λ 粒子を原子核の中に探子として入れることである．このような原子核を**ハイパー核** (hyper nuclei) と呼ぶ．

強い相互作用ではストレンジネスが保存されるので，原子核中の Λ 粒子は強い相互作用による崩壊に対しては安定である．したがって寿命は自由な Λ 粒子と同じくらい長く，約 $10^{-10}\,\mathrm{s}$ なので，スペクトロスコピーを行いハイパー核の原子核物理としての特性を調べることができる．

ハイパー核をつくる最も効率的な方法は

$$\mathrm{K}^- + \mathrm{A} \longrightarrow {}_\Lambda\mathrm{A} + \pi^- \tag{17.18}$$

である．ここで添字は原子核の中性子 1 つがストレンジネス交換反応

$$\mathrm{K}^- + \mathrm{n} \longrightarrow \Lambda + \pi^- \tag{17.19}$$

によって Λ に変換したことを示している．図 17.2 はハイパー核の生成と検出のために 1970 年代に CERN でつくられた装置を示す．入射 K 中間子ビームの運度量が $530\,\mathrm{MeV}/c$ で，発生したパイ中間子を角度 $\theta = 0^\circ$ で観測するのが運動学的に特に有効である．この場合，散乱した核子への運動量移行がゼロだからである．実際には運動量が 300–$1000\,\mathrm{MeV}/c$ の領域の K^- ビームを用いる．運動量移行は原子核の中の核子のフェルミ運動量と比べると依然として小さい．したがって近似的には原子核は反応によって乱されなかったと見なすことができる．

自由な中性子に対する反応 (17.19) のエネルギー収支は，関与する粒子の質量だけ

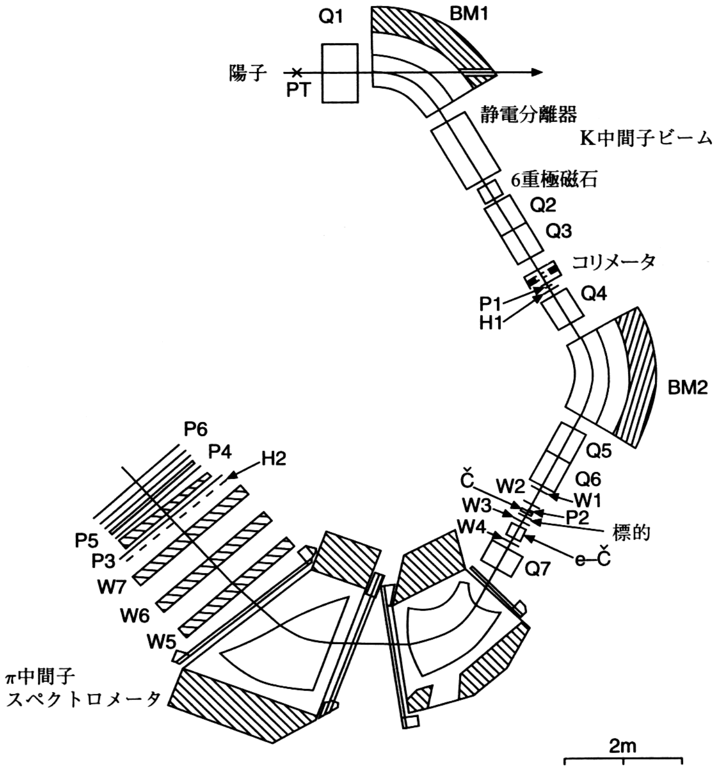


図 **17.2** ハイパー核の生成と検出のための実験装置（[Po81] による）．K^- 中間子のビームが 1 cm の厚さの炭素の標的に当たってハイパー核が生成され，同時に π^- 中間子が生成される．スペクトロメータは 2 つの段階から成っている．第 1 段階では K^- 中間子の運動量が測定される．静電分離器はビームの中の K^- 中間子を選び，π^- 中間子を抑制する．第 2 段階では生成された π^- 中間子の運動量が測定される．粒子の検出と識別のためにプラスチックシンチレータ (P)，ワイヤーチェンバー (W) およびチェレンコフカウンター (Č) を用いる．運動量は 2 重極磁石（BM1, BM2, π 中間子スペクトロメータ）によって測定される．4 重極磁石 (Q) は集束用に用いられる．ハイパー核の励起エネルギーは K^- 中間子と π^- 中間子のエネルギー差から得られる．

に依存する．しかし中性子が原子核に束縛されており，Λ も原子核に束縛されたままの場合には K^- と π^- のエネルギー差が中性子と Λ の結合エネルギーの差に相当する：

$$B_\Lambda = B_{\rm n} + E_\pi - E_{\rm K} + (M_\Lambda - M_{\rm n}) \cdot c^2 + \text{原子核の反跳エネルギー}. \qquad (17.20)$$

図 17.3 は ^{12}C 原子核による反応のパイ中間子スペクトルを Λ の結合エネルギー B_Λ の関数として示したものである．$B_{\rm n}$ としては実験によりすでに測定されている ^{12}C の中性子分離エネルギー (separation energy) を代入した．分離エネルギーとは，原子核から 1 つの中性子を取り出すのに必要なエネルギーである．$B_\Lambda = 0$ のと

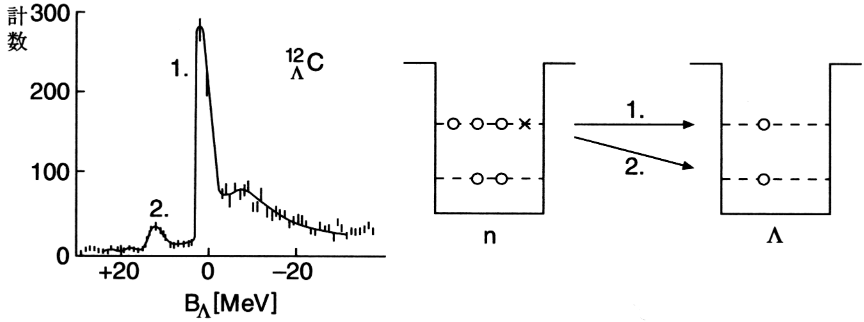


図 17.3　K 中間子の運動量 720 MeV/c における反応 $K^- + {}^{12}C \to \pi^- + {}^{12}_{\Lambda}C$ からのパイ中間子のスペクトル [Po81]. 0° 方向で計測したパイ中間子の計数をエネルギー移行 B_Λ の関数として表したもの. B_Λ は原子核における Λ の結合エネルギーと解釈することができる. ピーク No. 1 は結合エネルギー $B_\Lambda = 0$ のところに位置している. ピーク No. 2 は ${}^{12}_{\Lambda}C$ の基底状態に対応するもので $B_\Lambda \approx 11$ MeV である. 1p 状態の中性子が反応したと仮定して B_Λ を計算している.

ころのはっきりしたピークのほかに 11 MeV のところに 2 つ目のより小さいピークが観測される. これは次のように解釈される. 中性子が Λ に変換されたときエネルギーが一部解放され, それがパイ中間子に移行した. このようなエネルギーの変化は原子核による束縛の変化によってのみ生じうる.

これは以下のように説明できる. 陽子や中性子が原子核の中ですでに「占められている」低いエネルギー準位に入ることはパウリの原理によって禁じられている. 基底状態にある原子核では, 定義により状態は「下から順に」詰まっている. しかし, もし高いエネルギー状態にある中性子が Λ に変換されれば原子核の中のどの状態に入ることも可能である. Λ 粒子は個々の核子の存在を感じるのではなく, 核子によってつくり出されたポテンシャルのみを感じる. この Λ が感じるポテンシャルは核子が感じるポテンシャルよりも浅い. これは Λ–核子相互作用が核子–核子相互作用よりも弱いからである. このことは 1 つの Λ と 1 つの核子から成る束縛状態が存在しないことからもわかる.

図 17.3 のスペクトルは次のような意味を持っている. ${}^{12}C$ の原子核では陽子と中性子が 1s と 1p のエネルギー準位を占めている. 1p 状態の中性子の 1 つが Λ に変換して 1p 状態になることができるがその場合には Λ 粒子の結合エネルギー B_Λ は近似的にゼロであり, 1s 状態になった場合には $B_\Lambda \approx 11$ MeV となる.

$B_\Lambda < 0$ の領域に広がった部分は, フェルミ・レベルの近くの弱く束縛された中性子ではなく, 深く束縛された中性子が Λ に変換されたためであると解釈できる.

Λ の 1 粒子状態はより重い原子核ではもっとはっきりと観測される. 反応

$$\pi^+ + A \longrightarrow {}_{\Lambda}A + K^+ \tag{17.21}$$

による重い原子核での系統的な研究により，1s 基底状態や p, d, f の励起状態の結合エネルギーが原子核の質量数 A の関数として図 17.4 のように得られている．

このような観測から Λ ハイペロンは**離散的なエネルギー準位** (discrete energy level) を占め，その結合エネルギーは質量数が増えると増加することがわかる．図に示す曲線は，ポテンシャルの深さは一定で $V_0 \approx 30\,\mathrm{MeV}$，原子核の半径は質量数 A とともに $R = R_0 A^{1/3}$ に従って増加すると仮定した計算結果である [Po81, Ch89]．横軸 $A^{-2/3}$ は R^{-2} に対応する．$B_\Lambda R^2$ という量は同じ量子数を持った状態について近似的に一定である（式 (16.13) 参照）のでこのように横軸を選んだ．

箱型ポテンシャルで計算した Λ 粒子の結合エネルギーが実験結果と一致するのは，特にポテンシャルの形が単純なものであることを考えれば驚くべきことである．原子核は密度の高い原子核物質から成っているのに，Λ 粒子は箱型ポテンシャルの中では自由粒子として動く．

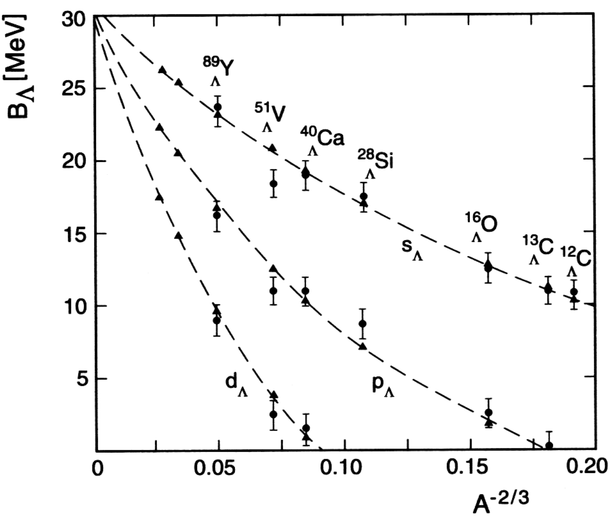


図 17.4 ハイパー核における Λ 粒子の結合エネルギーを質量数 A の関数として示したもの [Ch89]．記号 s_Λ, p_Λ, d_Λ は Λ 粒子の原子核中での状態を表す．破線でつながれた 3 角形は理論による計算結果を示す．

17.3 殻模型

ハイパー核のスペクトロスコピーから導かれた結論はそのまま核子にも適用でき，それぞれの核子ははっきり定義されたエネルギー準位を占めていると仮定することができる．

原子核の中に核子の離散的なエネルギー準位があるということは原子の電子の雲

の中の状態を思い起こさせる．原子では中心にある原子核によるクーロンポテンシャルの中を電子が動いている．それに対し原子核では，核子は他の核子によってつくられたポテンシャル（**平均場** (mean field)）の中を動いている．いずれの場合も離散的なエネルギー準位があり，パウリの原理に従って粒子によって占められている．

■魔法数　原子では電子を「殻構造」に配置して考えることができる．殻とは，互いに近いエネルギー準位の 1 群が他の群からはっきり分かれている状態をいう．似たような殻構造が原子核にもあると考えられる．

ある特定の陽子数および（ないしは）特定の中性子数を持つ原子核が特に安定である（図 2.4 参照）[Ha48] ことは，経験的に知られている．このような数 (2, 8, 20, 28, 50, 82, 126) は**魔法数** (magic number) と呼ばれる．陽子あるいは中性子が魔法数の原子核には，安定な，あるいはたいへん長寿命な原子核が非常にたくさんある（図 2.2 参照）．原子核中の中性子数が魔法数であると，中性子 1 つを原子核から分離するのに大きなエネルギーを要する．これに対し，魔法数より 1 つだけ多いと，分離に要するエネルギーはずっと小さい．陽子数についても同様である．魔法数の原子核を励起するには高いエネルギーを要することもわかっている（図 17.5）．

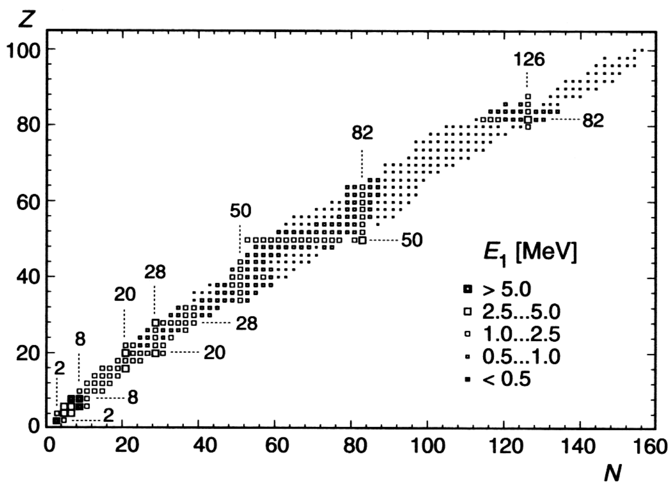


図 17.5　偶偶核の第 1 励起状態のエネルギー E_1.「魔法数」の陽子ないし中性子を持つ原子核ではこの励起エネルギーが特に大きい．第 1 励起状態の量子数は普通 $J^P = 2^+$ である．例外は ${}^{4}_{2}He_2$, ${}^{16}_{8}O_8$, ${}^{40}_{20}Ca_{20}$, ${}^{72}_{32}Ge_{40}$, ${}^{90}_{40}Zr_{50}$ (0^+)，および ${}^{132}_{50}Sn_{82}$, ${}^{208}_{82}Pb_{126}$ (3^-)，および ${}^{14}_{6}C_8$, ${}^{14}_{8}O_6$ (1^-) である.「魔法数」からずっと離れると E_1 は小さくなる．一般に重い原子核ほど E_1 が小さい傾向がある（[Le78] のデータによる）．

励起エネルギーや分離エネルギーが原子核によってこのように急に変化することは化学における希ガスを思い起こさせる．希ガスは閉殻の原子であって，電子の結合力は特に強い．これに対し，アルカリ金属は最外殻に電子が 1 つだけある原子で，分離

エネルギー（イオン化エネルギー）が非常に小さい.

特に安定なのは2重魔法数の原子核，つまり陽子数も中性子数も魔法数の原子核である．このような原子核には

$$^{4}_{2}\mathrm{He}_{2},\quad ^{16}_{8}\mathrm{O}_{8},\quad ^{40}_{20}\mathrm{Ca}_{20},\quad ^{48}_{20}\mathrm{Ca}_{28},\quad ^{208}_{82}\mathrm{Pb}_{126}$$

がある．魔法数がなぜ存在するかはいわゆる**殻模型** (shell model) によって説明できる．そのためにはまず殻模型に適した一般的な原子核ポテンシャルを導入しなければならない.

■原子核ポテンシャルの固有状態　（原子やクォーコニウムそして一般にあらゆる球対称のポテンシャルの場合と同様に）原子核ポテンシャルの中の粒子の波動関数は2つの部分に分離できる．第1の部分 $R_{n\ell}(r)$ は動径 r にのみ依存し，第2の部分 $Y_\ell^m(\theta,\varphi)$ は角度にのみ依存する．量子数の数え方はクォーコニウムのスペクトロスコピーと同じである（13.2節参照）：

$$n\ell \quad \text{ただし} \quad \begin{cases} n = 1, 2, 3, 4, \ldots & \text{（ノードの数 +1）} \\ \ell = \mathrm{s}, \mathrm{p}, \mathrm{d}, \mathrm{f}, \mathrm{g}, \mathrm{h}, \ldots & \text{（軌道角運動量）} \end{cases} .$$

量子数 m は $-\ell$ から $+\ell$ までの整数をとることができるがエネルギーは m によらない．核子には2つの可能なスピン方向があるので $n\ell$ 準位は $2\cdot(2\ell+1)$ 重に縮退している．波動関数のパリティは球面調和関数 Y_ℓ^m によって決まり，$(-1)^\ell$ である.

強い相互作用の到達距離はたいへん短いので，ポテンシャルの形は原子核の中の核子の密度分布を反映するはずである．たいへん軽い原子核 $(A \leq 7)$ はガウス分布をしているであろう．そうするとポテンシャルは3次元的な調和振動子で近似できる．このような特に簡単な場合にはシュレーディンガー方程式は解析的に解くことができる [Sc95]．エネルギーは3次元の各方向の振動量子数 N の和によって決まる：

$$E_{\text{調和振動}} = (N + 3/2) \cdot \hbar\omega = (N_x + N_y + N_z + 3/2) \cdot \hbar\omega. \tag{17.22}$$

ここで N は n, ℓ と

$$N = 2(n-1) + \ell \tag{17.23}$$

という関係にある．したがって N が偶数の状態は正のパリティを持ち，N が奇数の状態は負のパリティを持つ.

■ウッズ–サクソンポテンシャル　重い原子核の密度分布はフェルミ分布 (5.52) によって記述できる．このような密度分布に対応するポテンシャルは**ウッズ–サクソンポテンシャル** (Woods–Saxon potential) と呼ばれる：

$$V_{\text{center}}(r) = \frac{-V_0}{1 + \mathrm{e}^{(r-R)/a}}. \tag{17.24}$$

このポテンシャルの場合，N が同じでも $n\ell$ が異なればもはや縮退していない．n

が小さいほど，そして ℓ が大きいほど状態は低い．これにより最初の3つの魔法数 (2, 8, 20) は閉殻の核子数として理解できる．

N	0	1	2	2	3	3	4	4	4	$\cdots$
$n\ell$	1s	1p	1d	2s	1f	2p	1g	2d	3s	$\cdots$
縮退数	2	6	10	2	14	6	18	10	2	$\cdots$
$E \leq E_{n\ell}$の状態数	2	8	18	20	34	40	58	68	70	$\cdots$

しかしもっと大きい魔法数については，この簡単な模型では説明がつかない．$n\ell$ 殻を更に分離させるスピン–軌道結合を考慮に入れることによって初めてすべての魔法数を説明できるようになる．

■スピン–軌道結合　スピンと軌道角運動量の結合 (16.8) を電磁相互作用の原子の場合と形式上同じように導入し，ポテンシャルに $\boldsymbol{\ell}\cdot\boldsymbol{s}$ 項をつけ加える：

$$V(r) = V_{\text{center}}(r) + V_{\ell s}(r)\frac{\langle \boldsymbol{\ell}\cdot\boldsymbol{s}\rangle}{\hbar^2}. \tag{17.25}$$

核子の軌道角運動量 $\boldsymbol{\ell}$ とスピン $\boldsymbol{s}$ の結合により合成角運動量は $j\hbar = \ell\hbar \pm \hbar/2$ となり，期待値は

$$\frac{\langle \boldsymbol{\ell}\cdot\boldsymbol{s}\rangle}{\hbar^2} = \frac{j(j+1)-\ell(\ell+1)-s(s+1)}{2} = \begin{cases} \ell/2 & (j=\ell+1/2 \text{ のとき}) \\ -(\ell+1)/2 & (j=\ell-1/2 \text{ のとき}) \end{cases} \tag{17.26}$$

である．したがってエネルギー分離 $\Delta E_{\ell s}$ は軌道角運動量 ℓ が増えると

$$\Delta E_{\ell s} = \frac{2\ell+1}{2}\cdot\langle V_{\ell s}(r)\rangle \tag{17.27}$$

によって線形に増加する．実験によると $V_{\ell s}$ は負である．つまり $j=\ell+1/2$ の準位は常に $j=\ell-1/2$ の準位より下にある．これは原子の場合とは逆である．

通常は核子の全角運動量の量子数 $j=\ell\pm1/2$ を更に添字として書く．例えば 1f 状態が $1\mathrm{f}_{7/2}$ 状態と $1\mathrm{f}_{5/2}$ 状態に分離した，というように言う．$n\ell_j$ の準位は $(2j+1)$ 重に縮退している．

ポテンシャル (17.25) を用いた計算で得られた準位が，図 17.6 に示してある．スピン–軌道分離はそれぞれの $n\ell$ 殻について実験値に合わせてある．低いエネルギー準位には $N=0, N=1, N=2$ の殻がグループに分かれて存在する．すでに述べたように，これらは魔法数 2, 8, 20 に対応する．しかし 1f 殻ではスピン–軌道分離がすでにたいへん大きいので $1\mathrm{f}_{7/2}$ の上側にははっきりとギャップがある．このために魔法数 28 が生じる．その他の魔法数も同様にして発生すると理解することができる．

原子のまわりの電子の雲と原子核の間には決定的な相異がある：原子において $\boldsymbol{\ell}\cdot\boldsymbol{s}$ 結合は微細構造分離を生じさせるが，エネルギー準位の補正は α^2 の大きさであって小さい．一方，原子核のポテンシャルのスピン–軌道項による準位の分裂は大きく，実

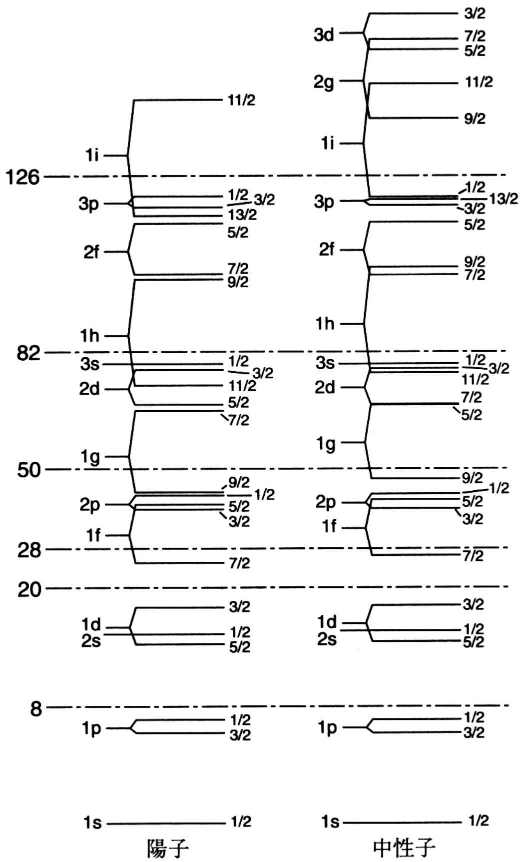


図 **17.6** 式 (17.25) によって計算された 1 粒子エネルギー準位（[Kl52] による）．殻の間のエネルギーギャップが特に大きいところに魔法数が現れる．この図は最外殻の核子について示したものである．

際 $n\ell$ 殻の間のギャップと同じくらいである．歴史的に見ても原子核のスピン–軌道相互作用がそのような大きな効果を持っていることは驚くべきことであった [Ha49, Gö55]．

■ **1 粒子–1 空孔状態**　殻模型により魔法数を説明することができ，原子核の性質を魔法数を超えて 1 つ多過ぎる，あるいは 1 つ少な過ぎる核子の性質に帰着することができた．この点で殻模型は成功をおさめた．

その特によい例は，質量数が 15 から 17 までの原子核である．図 17.7 には 5 つの原子核の基底状態および励起状態が示してある．^{15}N と ^{15}O はいわゆる**鏡映核** (mirror nuclei)，つまり双方の陽子数と中性子数が入れ替わった関係になっている．これらの原子核では励起準位の位置がたいへん似ているだけでなくスピンとパリティ量子数も似ている．これは核力のアイソスピン独立性の結果である．強い相互作用で

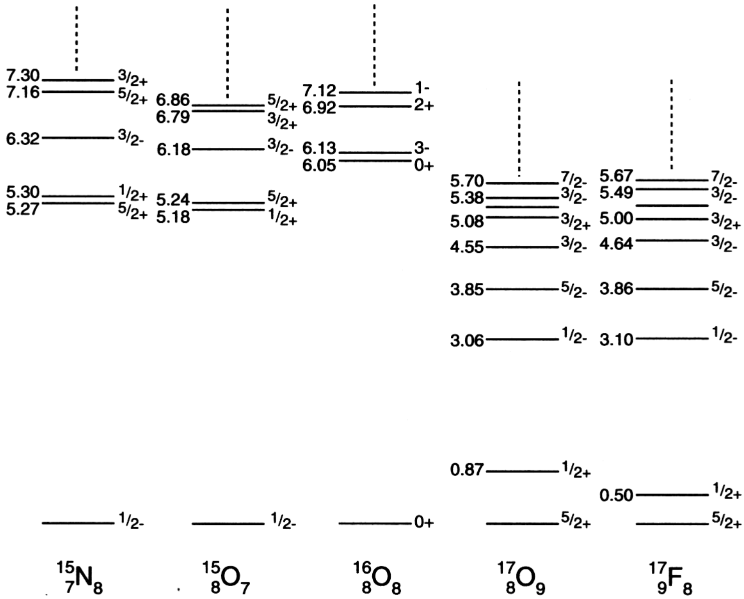


図 17.7　^{15}N, ^{15}O, ^{16}O, ^{17}O, ^{17}F の原子核のエネルギー準位．縦軸は状態の励起エネルギーを示す．これらの原子核の基底状態は同じ高さにそろえてある．つまり個々の原子核の結合エネルギーの違いは除外してある．

は，陽子と中性子を取り替えても基本的に何も変わらない．スペクトルが少し違うのは電磁相互作用の効果であるとして理解できる．^{16}O のエネルギー準位はその左右の原子核とたいへん異なるが，^{17}O と ^{17}F は鏡映核であり励起スペクトルは互いによく似ている．図 17.7 の顕著な特徴は，質量数 15 や 16 の原子核を第 1 励起状態に励起させるには，質量数 17 の場合よりずっと大きなエネルギーを要することである．

このようなスペクトルは殻模型によって理解できる．^{16}O の原子核は 8 つの陽子と 8 つの中性子を持っている．基底状態では陽子も中性子も $1s_{1/2}$, $1p_{3/2}$, $1p_{1/2}$ 殻のすべての状態を占めている．次の殻 $1d_{5/2}$ は空である．原子物理の場合と同様に閉殻の粒子の角運動量は結合してゼロになり，全パリティは正である．そのために ^{16}O 原子核の基底状態の量子数は $J^P = 0^+$ である．$1p_{1/2}$ 殻と $1d_{5/2}$ 殻のエネルギーギャップがたいへん大きいので（約 10 MeV），低いエネルギーの励起準位は存在しない．

質量数 $A = 17$ の 2 つの原子核は $1d_{5/2}$ 殻に核子を 1 つ持っている．この 1 つの核子によって原子核全体のスピンとパリティが決定される．$1d_{5/2}$ 殻のすぐ上に $2s_{1/2}$ 殻が位置している．$1d_{5/2}$ 殻から $2s_{1/2}$ 殻へ励起するには 0.5 MeV ほどのわずかなエネルギーがあればよい．原子核の量子数はその遷移によって $5/2^+$ から $1/2^+$ に変わる．励起した核子は光子を放出して（γ 放射）再び可能な限り低い状態に戻る．

原子物理で価電子（バレンス電子）と呼ぶのと同じように，このように殻から殻へ遷移する核子を**バレンス核子**と呼ぶ．$1d_{3/2}$ 殻は $1d_{5/2}$ 殻より約 5 MeV だけ高い．この状態に達するにはそれに相当するエネルギーが必要である．

$A = 15$ の原子核の基底状態では，$1p_{1/2}$ 殻に核子が 1 つ欠けている．これを**空孔** (hole) と呼び，$1p_{1/2}^{-1}$ という書き方をする．原子核の量子数は空孔の量子数で決まる．そのため，これらの原子核の基底状態の量子数は $J^P = 1/2^-$ である．$1p_{3/2}$ 殻の核子が励起されて，この欠けていた $1p_{1/2}$ 殻に入ると，$1p_{1/2}$ 殻の空孔が埋まる代わりに $1p_{3/2}$ 殻に空孔ができる．そうすると原子核の量子数は $J^P = 3/2^-$ になる．

■殻模型における磁気モーメント　殻模型ではスピンと軌道角運動量をそれぞれの核子に指定するので，原子核の磁気（双極子）モーメントはそれぞれの核子のスピンと軌道角運動量から得られる磁気モーメントの和として得られる：

$$\boldsymbol{\mu}_{\text{原子核}} = \mu_{\mathrm{N}} \cdot \frac{1}{\hbar} \sum_{i=1}^{A} \{\boldsymbol{\ell}_i g_\ell + \boldsymbol{s}_i g_s\}. \tag{17.28}$$

ここで

$$g_\ell = \begin{cases} 1 & (\text{陽子}) \\ 0 & (\text{中性子}) \end{cases} \tag{17.29}$$

および（式 (6.7)–(6.9) により）

$$g_s = \begin{cases} +5.58 & (\text{陽子}) \\ -3.83 & (\text{中性子}) \end{cases}. \tag{17.30}$$

質量数が 15 から 17 までの 5 つの原子核を再び見てみよう．^{16}O 原子核の磁気モーメントはゼロである．閉殻においてはスピンと軌道角運動量は合成されてゼロになるため，磁気モーメントがゼロになるのは自明である．

1 粒子ないし 1 空孔状態については定量的な予測ができる．その際，原子核の磁気モーメントは 1 つの核子ないし 1 つの空孔によって決定されると仮定する：

$$\boldsymbol{\mu}_{\text{原子核}} = \frac{1}{\hbar} \langle \psi_{\text{原子核}} | g_\ell \boldsymbol{\ell} + g_s \boldsymbol{s} | \psi_{\text{原子核}} \rangle \cdot \mu_{\mathrm{N}}. \tag{17.31}$$

ウィグナー–エッカルト (Wigner–Eckart) の定理により，ベクトル量の期待値はそのベクトル量の合成角運動量への射影の期待値に等しい．今の場合には合成角運動量は原子核のスピン $\boldsymbol{J}$ で，

$$\boldsymbol{\mu}_{\text{原子核}} = g_{\text{原子核}} \cdot \mu_{\mathrm{N}} \cdot \frac{\langle \boldsymbol{J} \rangle}{\hbar}. \tag{17.32}$$

ここで

$$g_{\text{原子核}} = \frac{\langle J M_J | g_\ell \boldsymbol{\ell} \cdot \boldsymbol{J} + g_s \boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{J} | J M_J \rangle}{\langle J M_J | \boldsymbol{J}^2 | J M_J \rangle}. \tag{17.33}$$

我々の模型では原子核のスピン $\boldsymbol{J}$ は 1 つの核子の合成角運動量 $\boldsymbol{j}$ にほかならないの

で，等式

$$2\boldsymbol{\ell}\cdot\boldsymbol{j} = \boldsymbol{j}^2 + \boldsymbol{\ell}^2 - \boldsymbol{s}^2, \quad 2\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{j} = \boldsymbol{j}^2 + \boldsymbol{s}^2 - \boldsymbol{\ell}^2 \tag{17.34}$$

が成り立ち，それにより

$$g_{\text{原子核}} = \frac{g_\ell\{j(j+1)+\ell(\ell+1)-s(s+1)\} + g_s\{j(j+1)+s(s+1)-\ell(\ell+1)\}}{2j(j+1)} \tag{17.35}$$

が得られる．

原子核のスピンの向きが量子化軸に最大限にそろったとき，すなわち $|M_J| = J$ になっているときに測定された値を原子核の磁気モーメントと定義する．そのとき期待値 $\langle \boldsymbol{J} \rangle$ は $J\hbar$ となるので

$$\frac{|\boldsymbol{\mu}_{\text{原子核}}|}{\mu_{\text{N}}} = g_{\text{原子核}}\cdot J = \left(g_\ell \pm \frac{g_s - g_\ell}{2\ell+1}\right)\cdot J \quad \text{ただし} \quad J = j = \ell \pm \frac{1}{2} \tag{17.36}$$

を得る．

原子核の磁気モーメントは測定する方法は何通りか存在する．磁場による**核スピン共鳴法**や光学的な**超微細構造**の研究がその例である [Ko56]．式 (17.31) を用いて計算によって予測した磁気モーメントは実験値 [Le78] と比べると次のようである．

原子核	状態	J^P	μ/μ_{N} 計算値	実験値
^{15}N	p-1$\text{p}_{1/2}^{-1}$	$1/2^-$	-0.264	-0.283
^{15}O	n-1$\text{p}_{1/2}^{-1}$	$1/2^-$	$+0.638$	$+0.719$
^{17}O	n-1$\text{d}_{5/2}$	$5/2^+$	-1.913	-1.894
^{17}F	p-1$\text{d}_{5/2}$	$5/2^+$	$+4.722$	$+4.793$

$A = 15$ および $A = 17$ の原子核では磁気モーメントは1粒子の描像で理解できる．しかし計算値が実験値によく合う例を特に集めてあるということを認めなくてはならない．第1にこれらの原子核は2重魔法数から1つ多いか，1つ少ない核子数を持っている．第2にこれらの原子核は核子数が比較的小さいので，バレンス核子によってそれ以外の核子が偏極される効果が小さい．

質量数が奇数の原子核では閉殻になっていない殻に1つ以上の核子か空孔があるが，原子核の全磁気モーメントは対を成していないこの核子によって決まると仮定する [Sc37]．この模型はある程度実験値の傾向を再現するが，多くの原子核では実験値から $\pm 1\mu_{\text{N}}$ かそれ以上ずれる．一般に実験値は模型による計算値より小さい．これは対を成していない核子が残りの原子核を偏極させるためと考えられる [Ar54]．

17.4 変形核

原子核は球対称な物体であると仮定する殻模型近似は，スピン–軌道相互作用をつけ加えれば，閉殻の 2 重魔法数の近傍の原子核についてはよく成り立つ．一方，殻が半ばまで埋まっている原子核は変形しておりポテンシャルはもはや球対称ではないので，球対称の殻模型はよい近似ではない．

原子核が必ずしも球形ではないことは原子スペクトロスコピーによって 1930 年代にはすでにわかっていた [Ca35, Sc35]．スペクトルの微細構造のずれは原子核に電気 4 重極モーメントがあること，すなわち電荷分布が球対称でないことを示唆していた．

■ **4 重極モーメント**　原子核の電荷分布は電気多重極モーメントによって記述される．電気 2 重極（双極子）モーメント，電気 8 重極モーメントのような奇数次のモーメントはパリティ保存のためにゼロでなければならないので，電荷分布の球対称からのずれを示す第 1 の指標は電気 4 重極モーメントである．これにより原子核の球形からの変形度がわかる．

4 重極モーメントの古典物理における定義は

$$Q = \int \left(3z^2 - \boldsymbol{x}^2\right) \varrho(\boldsymbol{x})\, d^3x \tag{17.37}$$

である．z 方向の半径が a で，他の 2 つの方向の半径は b である回転楕円体があり（図 3.9）その電荷密度 $\varrho(\boldsymbol{x})$ が一定であるとき，4 重極モーメントは

$$Q = \frac{2}{5} Ze \left(a^2 - b^2\right) \tag{17.38}$$

で与えられる．

球対称からのずれが小さいときには変形の指標を導入するのが普通である．平均半径 $\langle R \rangle = (ab^2)^{1/3}$ と 2 つの半径の差 $\Delta R = a - b$ を導入すると，4 重極モーメントは**変形パラメータ**[注1]

$$\delta = \frac{\Delta R}{\langle R \rangle} \tag{17.39}$$

に比例し

$$Q = \frac{4}{5} Ze \langle R \rangle^2 \delta \tag{17.40}$$

となる．

4 重極モーメントの大きさはその原子核の電荷や大きさに依存するので，異なる質量数の原子核の変形度を比較するために電荷 Ze と平均半径 $\langle R \rangle$ の自乗とで割って

注1 ここでは変形パラメータ δ の厳密な定義は省略する．式 (17.38), (17.39) は変形が小さいときに近似的に成り立つ．

換算 4 重極モーメント (reduced quadrupole moment) を定義する．これは次元のない量である：

$$Q_{換算} = \frac{Q}{Ze\langle R\rangle^2}. \tag{17.41}$$

図 17.8 には換算 4 重極モーメントの実験値が示してある．角運動量が 0 ないし 1/2 の系では量子力学的理由により静的な 4 重極モーメントを測ることができないので，偶偶核は図に含まれていない．換算 4 重極モーメントは魔法数の近傍の原子核で小さいことがわかる．一方，閉殻からずっと離れると，特にランタノイド（例えば ^{176}Lu と ^{167}Er）でたいへん大きい．Q が正のとき $(a > b)$，原子核は扁長（プロレート，prolate）に変形しており，レモン型ということもできる．Q が負のとき $(a < b)$ には扁平（オブレート，oblate）に変形しており，パンケーキ型ということもできる．後者の例は多くない．

変形した原子核の電気 **4 重極モーメント**は，1 番外側の完全には占められていない殻の陽子にのみ起因すると考えるには大き過ぎる．部分的に占められている陽子や中性子の殻は原子核全体を偏極させたり変形させたりする効果がある．

図 17.9 には，部分的に占められた殻がどのような原子核に特に強い効果を及ぼす

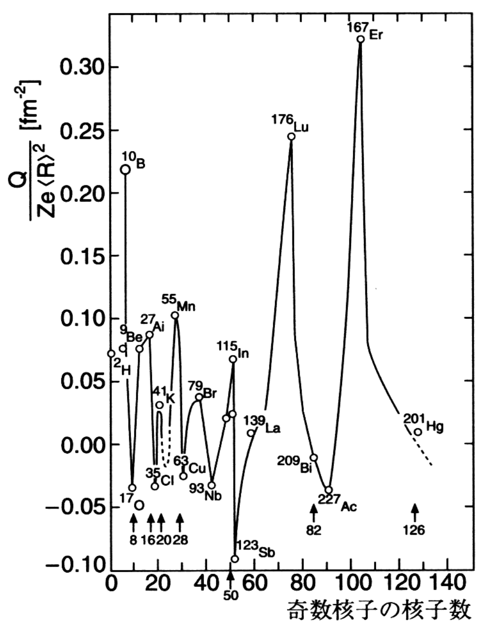


図 17.8　陽子数 Z ないし中性子数 N が奇数の原子核の換算 4 重極モーメントを，横軸にその奇数核子の数をとって示したもの．4 重極モーメントは閉殻の近くでゼロになる．閉殻からずっとはずれた原子核では大きな値をとる．更に，扁長の原子核 $(Q > 0)$ は扁平の原子核 $(Q < 0)$ より多くあることもわかる．実線は 4 重極モーメントのたいへん多くの測定値に基づいている．この図にはそのうちのいくつかだけが元素記号をつけて示してある．

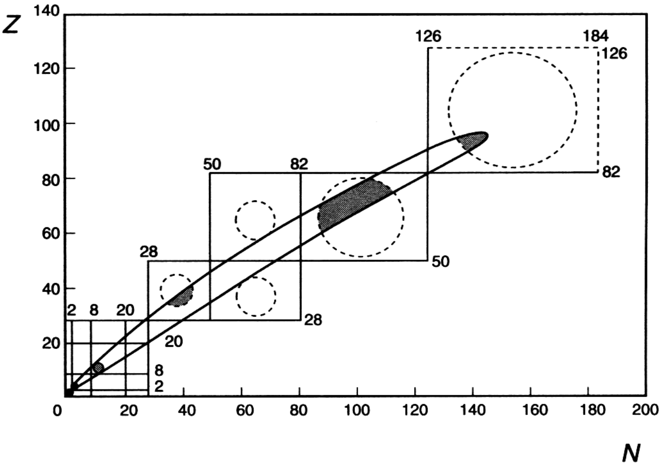


図 17.9 N–Z 平面における変形核．水平および鉛直の線はそれぞれ陽子ないし中性子の魔法数，つまりどこに閉殻があるかを示す．大きな原子核変形が観測されている領域が灰色に塗られている（[Ma63] による）．

かが示してある．安定した変形核は希土類（ランタノイド）と超ウラン元素（アクチノイド）に特に多い．軽い原子核も殻が途中まで埋まっているものは変形するが，核子数が少ないのでそれらの集団的な現象はあまり顕著ではない．

■対エネルギーと偏極エネルギー 殻が半ばまで埋まっている原子核が変形している理由は核子の空間波動関数を考察すれば理解できる．1つの殻の中の核子はいくつかのスピン・空間状態のうちどれかを選ぶことができる．原子物理では**フントの規則** (Hund rule) がよく知られている．$n\ell$ 副殻が電子で占められるとき，まず各軌道に電子が1つずつ入り，空いている軌道が全くなくなると，次に各軌道に2つ目の電子が反対方向のスピンを持って入る．その理由は電子間の静電気的な斥力である．2つの電子はスピンが反対向きに同じ軌道に入るよりも異なる軌道に入る方が空間的な重なりが少ないのでエネルギー的に有利である．ところが原子核物理ではこれとは全く逆である．核子間には平均として斥力ではなく引力が働く．それにより次のような2つの現象が生じる．

- 核子が対を成して同じ空間波動関数を持ち全角運動量がゼロになる，つまり $\ell_1 = \ell_2$, $m_1 = -m_2$, $\boldsymbol{j}_1 + \boldsymbol{j}_2 = \boldsymbol{0}$ になると原子核はより安定になる．これを対エネルギーと呼ぶ．そのような対は角運動量とパリティ $J^P = 0^+$ を持っている．
- 核子の対は隣の軌道（m の値が隣の状態）を順次占めていく傾向がある．このことが，殻が半ば占められているときに原子核の変形を引き起こす．対称軸に平行な軌道が占められていると（図 17.10 (a)）扁長になるが，対称軸に垂直だと（図 17.10 (b)）扁平になる．

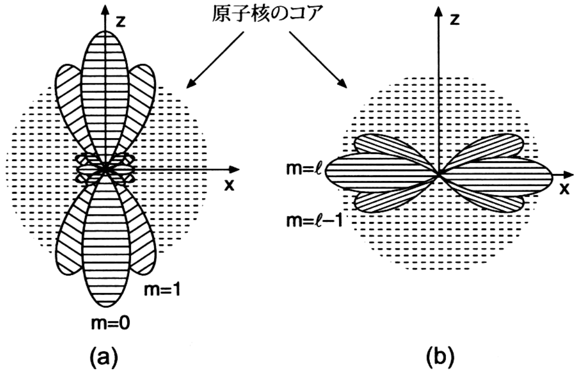


図 17.10　量子数 m の値が隣接している軌道の重なり合い．(a) m がゼロに近い場合，軌道は対称軸 z に平行になる．(b) $|m|$ が大きな値をとる場合，軌道は対称軸 z に垂直な方向になる．原子核の変形は基本的には殻の一部を占めている核子によって引き起こされるものである．原子核の残りの部分（原子核のコア）は球対称な形なので図中にも円盤のように示してある．

上記の性質のために，原子核の角運動量とパリティは魔法数近傍の領域のみならず一般に，対を成していない核子によって決定される．偶偶核の基底状態は対エネルギーのために常に $J^P = 0^+$ である．奇核では J^P は対を成さない 1 つの核子により決まる．奇奇核ではスピンとパリティは対を成していない 2 つの核子の量子数の結合の仕方によって決まる．基底状態の量子数の測定結果はこのような描像とたいへんよく一致している．

■核子の 1 粒子運動　変形核においてはエネルギー準位を計算する際に，原子核ポテンシャルが回転楕円型であることを考慮しなければならない．スピン–軌道相互作用の強さは球対称ポテンシャルの場合と同じである．変形核における 1 粒子状態の計算は概念的には簡単であるが（**ニルソン** (Nilsson) **模型** [Ni55]），計算は複雑である．核子の角運動量は変形したポテンシャルではもはや保存量ではなく，原子核の対称軸への射影が保存するだけである．そのためにニルソンの波動関数は n が同じで ℓ は異なるが，角運動量の射影 m_j が等しい殻模型波動関数から構成されている．

17.5　原子核反応によるスペクトロスコピー

電磁相互作用は記述が特に簡単であるので，電磁気的な手法（電子ビームによる実験）に集中してこれまで議論をしてきた．しかし今日の原子核構造の理解，特に低いエネルギー状態の 1 粒子状態としての性質の定量的な決定は，ビームと標的が核力によって相互作用する原子核反応の解析によってなされたものである．波動関数の様々な要素を定量的に決めることは，**ストリッピング反応** (stripping reaction) と**ピックアップ反応** (pick-up reaction) に代表されるいわゆる**直接反応** (direct reaction) の

研究を用いて初めて可能となった．以下ではこの2種類の反応の定性的な議論に限定するが，定量的な解析を行おうとすると複雑な要素があることも示す．

■ストリッピング反応　ストリッピング反応とは1つないし数個の核子がビームの原子核から標的原子核に移行する原子核反応である．最も簡単な例は重陽子ビームによる (d, p) および (d, n) 反応である：

$$\mathrm{d} + {}^{A}Z \longrightarrow \mathrm{p} + {}^{A+1}Z \quad \text{および} \quad \mathrm{d} + {}^{A}Z \longrightarrow \mathrm{n} + {}^{A+1}(Z+1)$$

通常はこのような反応を短縮した形で書く：

$${}^{A}Z(\mathrm{d},\mathrm{p})^{A+1}Z, \quad {}^{A}Z(\mathrm{d},\mathrm{n})^{A+1}(Z+1).$$

入射重陽子のエネルギーが重陽子の結合エネルギーや，$(A+1)$ 原子核中の中性子の結合エネルギーに比べて十分に大きければ，ストリッピング反応の定量的な記述が可能である．ストリッピング反応 $^{16}\mathrm{O}(\mathrm{d},\mathrm{p})^{17}\mathrm{O}$ が図 17.11 に図式的に示してある．

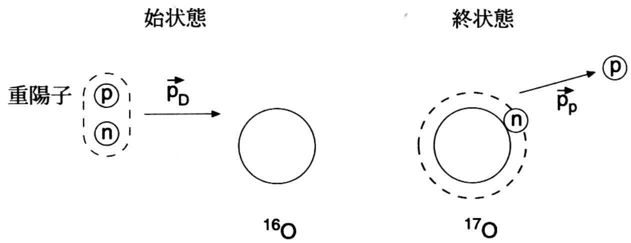


図 17.11　ストリッピング反応 $^{16}\mathrm{O}(\mathrm{d},\mathrm{p})^{17}\mathrm{O}$ を図式的に示したもの．

反応断面積はフェルミの黄金律を用いて計算することができ，式 (5.22) により

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2\pi}{\hbar} |\mathcal{M}_{fi}|^2 \frac{p^2\,dp\,V^2}{(2\pi\hbar)^3 v_{\mathrm{D}}\,dE} \tag{17.42}$$

と表される．ここで行列要素は

$$\mathcal{M}_{fi} = \langle \psi_f | U_{\mathrm{n,p}} | \psi_i \rangle \tag{17.43}$$

と書く．ψ_i と ψ_f は始状態と終状態の波動関数，$U_{\mathrm{n,p}}$ はストリッピング反応を起こす相互作用である．

■ボルン近似　行列要素を**ボルン近似** (Born approximation) で考察すると，ストリッピング反応の物理的解釈が明らかになる．その際，重陽子と原子核の相互作用および陽子と原子核の相互作用はいずれもたいへん弱いので，入射する重陽子と出ていく陽子は**平面波**で記述できると仮定する．このような仮定のもとでは始状態の波動関数は

$$\psi_i = \phi_{\mathrm{A}} \phi_{\mathrm{D}} \exp(i\boldsymbol{p}_{\mathrm{D}}\boldsymbol{x}_{\mathrm{D}}/\hbar) \tag{17.44}$$

となる．ここで $\phi_{\rm A}$ は標的原子核の基底状態，$\phi_{\rm D}$ は重陽子の内部構造である．関数 $\exp(i\boldsymbol{p}_{\rm D}\boldsymbol{x}_{\rm D}/\hbar)$ は入射する重陽子の平面波である．終状態の波動関数

$$\psi_f = \phi_{\rm A+1}\exp(i\boldsymbol{p}_{\rm p}\boldsymbol{x}_{\rm p}/\hbar) \tag{17.45}$$

は中性子が 1 つつけ加わった原子核の状態と出ていく陽子の平面波とから成っている．

ストリッピング反応は，核子の状態があまり変わらず原子核の終状態がよい近似で

$$\phi_{\rm A+1} = \phi_{\rm A}\psi_{\rm n} \tag{17.46}$$

という積に書ける状態に主に到達する．ここで $\phi_{\rm A}$ は標的原子核の内部構造を表し，$\psi_{\rm n}$ は原子核 A のポテンシャルによる中性子の波動関数を殻模型で計算したものである．

ストリッピングの過程がたいへん短い距離の相互作用

$$U_{\rm n,p}(\boldsymbol{x}_{\rm n},\boldsymbol{x}_{\rm p}) = U_0\delta(\boldsymbol{x}_{\rm n}-\boldsymbol{x}_{\rm p}) \tag{17.47}$$

で起こるとき行列要素はたいへん簡単な形をとる：

$$\begin{aligned}\langle\psi_f|U_{\rm n,p}|\psi_i\rangle &= \int\psi_{\rm n}^*(\boldsymbol{x})U_0\exp(i(\boldsymbol{p}_{\rm D}/2-\boldsymbol{p}_{\rm p})\boldsymbol{x}/\hbar)\phi_{\rm D}(\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0})\,d^3x \\ &= U_0\phi_{\rm D}(\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0})\int\psi_{\rm n}^*(\boldsymbol{x})\exp(i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{x}/\hbar)\,d^3x.\end{aligned} \tag{17.48}$$

$\boldsymbol{p}_{\rm D}/2$ はストリッピング反応の前の重陽子の中の陽子の平均運動量なので $\boldsymbol{q}=\boldsymbol{p}_{\rm D}/2-\boldsymbol{p}_{\rm p}$ は原子核に移行した平均運動量にほかならない．

ボルン近似と短距離相互作用を用いる場合，ストリッピング反応の振幅は移行する中性子の波動関数のフーリエ積分にほかならない．(d, p) 反応の微分断面積は行列要素の自乗に比例するのでフーリエ積分の自乗に比例する．

行列要素を計算する際に最も重要な近似は，重陽子から原子核へ中性子を移行させる相互作用が陽子の運動に基本的に影響を与えないという仮定である．重陽子の結合エネルギーはわずか 2.225 MeV なので，重陽子の運動エネルギーが 20 MeV 程度以上の場合にこの近似が成り立つ．中性子を取り去っても陽子は基本的にはそれまでと同じ軌道上を運動する．

■角運動量　移行した中性子の $|\psi_{\rm n}\rangle$ という終状態における軌道角運動量は，ストリッピング反応による軌道角運動量移行に等しい．半径 R の原子核に角運動量 $\ell\hbar$ を移行するには，運動量移行 $|\boldsymbol{q}|$ がおよそ $\ell\hbar/R$ でなければならない．これは陽子の角度分布 $d\sigma/d\Omega$ の最初のピークがこの運動量移行に対応する角度にあるということを意味する．このようにして，ストリッピング反応の角度分布から 1 粒子状態の量子数 ℓ を決定することができる．

■ ^{16}O (d, p) ^{17}O 反応　図 17.12 は重陽子ビームのエネルギー 25.4 MeV の

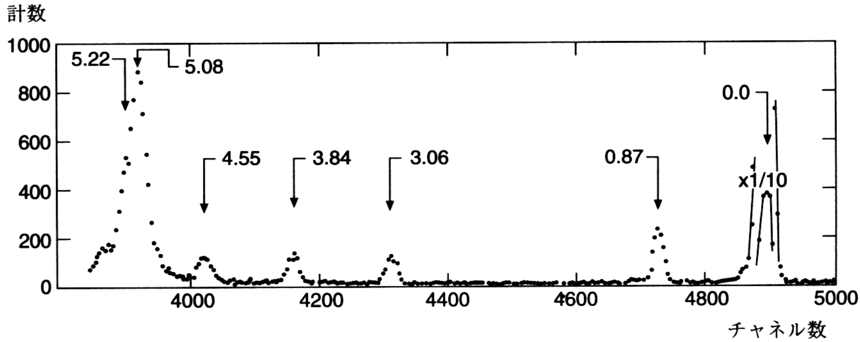


図 17.12 ^{16}O によるストリッピング反応 (d,p) の陽子スペクトル（[Co74] による）. ビームエネルギーは 25.4 MeV で，陽子は 45° で測定された．横軸のチャネル数は陽子のエネルギーに比例している．^{17}O の励起エネルギーが各ピークのところに書かれている．基底状態，0.87 MeV の励起状態，5.08 MeV の励起状態はそれぞれ量子数 $J^P = 5/2^+, 1/2^+, 3/2^+$ を持ち基本的に 1 粒子状態 $(\text{n-1d}_{5/2})^1$, $(\text{n-2s}_{1/2})^1$, $(\text{n-1d}_{3/2})^1$ に対応する．

$^{16}\text{O}(\text{d,p})\,^{17}\text{O}$ 反応で散乱角 $\theta = 45°$ に出てくる陽子のスペクトルを示す．^{17}O の離散的な励起エネルギー E_x にそれぞれ対応する 6 つのピークが見える．もっと小さな角度 θ で測ると運動量移行が小さくなるので，6 つのうち 3 つのピークは消える.（どの状態にどのくらい分布するかは直接反応よりも複雑な過程により決定される.）残っている 3 つのピークは次のような 1 粒子状態に対応する．基底状態 $J^P = 5/2^+$ $(\text{n-1d}_{5/2})$, 0.87 MeV の励起状態 $J^P = 1/2^+$ $(\text{n-2s}_{1/2})$, 5.08 MeV の励起状態 $J^P = 3/2^+$ $(\text{n-1d}_{3/2})$（図 17.7 参照）.

この 3 つの 1 粒子状態に対応する陽子の角度分布が図 17.13 に示してある．E_x=0.87 MeV のデータのピークは $\theta = 0°$ にある．これは運動量移行ゼロに対応する．それゆえに，原子核に移行した中性子は軌道角運動量 $\ell = 0$ の状態にある．実際，殻模型では，量子数が $J^P = 1/2^+$ のこの状態を，^{16}O 原子核と $2\text{s}_{1/2}$ 殻の中性子 1 つから成る状態と解釈できる．この図の中の他の 2 つの角度分布は運動量移行がより大きなところにピークがあり，$\ell = 2$ に対応する．この結果はこれらの状態の量子数と矛盾しない．このような考察から殻の相対的なエネルギーの位置関係が決定できる．

■ボルン近似の限界 —— DWBA ボルン近似では原子核の場によって粒子の方向が曲がることや吸収の効果が考慮されていないので，図 17.13 の測定値を十分に定量的に記述することはできない．近似を改良をする 1 つの方法は，入射する重陽子と出ていく陽子について平面波の代わりに，散乱過程を可能な限り正確に記述するもっと現実的な波動関数を用いることである．これらの波動関数は複雑な計算プログラムによって得られるものであるが，その結果は陽子や重陽子の原子核による弾性散乱に

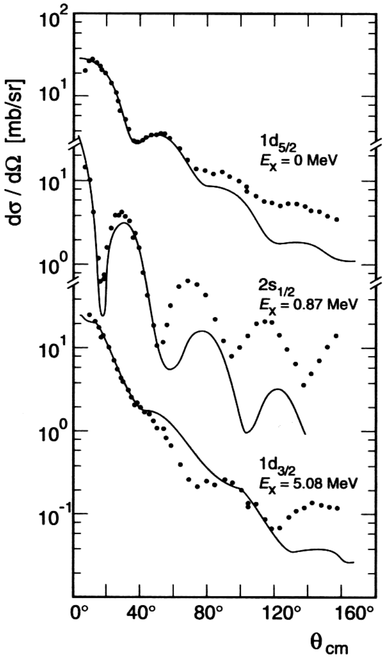


図 17.13　入射エネルギー 25.4 MeV における ^{16}O(d, p)^{17}O 反応の角度分布（[Co74] による）．曲線は ^{16}O による重陽子の吸収を考慮に入れた計算結果 (DWBA).

よってまず検証される．このような計算法を**歪曲波ボルン近似** (DWBA, Distorted Wave Born Approximation) と呼ぶ．図 17.13 の中の曲線はこのような複雑な計算の結果である．この場合，小さな運動量移行（小さな角度）の領域でのみ実験結果をよく再現している．

■ピックアップ反応　ピックアップ反応はストリッピング反応と相補的な関係にある．標的原子核から陽子ないし中性子 1 つが入射原子核との相互作用によって取り出される．そのような反応の典型的な例は (p, d), (n, d), (d, ^{3}He), (d, ^{3}H) 反応である．図 17.14 には例として (p, d) 反応が描かれている．

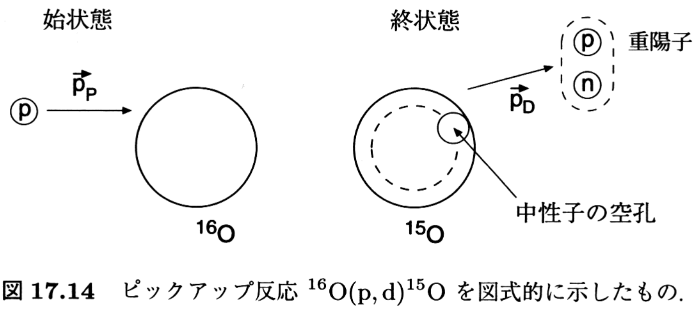


図 17.14　ピックアップ反応 ^{16}O(p, d)^{15}O を図式的に示したもの.

ストリッピング反応 (d, p) を理解するために用いた考え方はピックアップ反応 (p, d) にただちに応用できる．ボルン近似に限定すると，行列要素 (17.48) において移行した中性子の波動関数 $|\psi_n\rangle$ を空孔状態の波動関数 $|\psi_n^{-1}\rangle$ に置き換えればよい．

■ **^{16}O(d, ^{3}He) ^{15}N 反応** 図 17.15 から明らかなように，^{16}O(d, ^{3}He)^{15}N 反応では ^{15}N の 2 つの状態が主に生成される．この 2 つの状態は $1p_{1/2}$ と $1p_{3/2}$ の空孔状態である．その他の状態は複雑な配位（例えば 1 粒子–2 空孔状態）になっており，わずかしか励起されない．

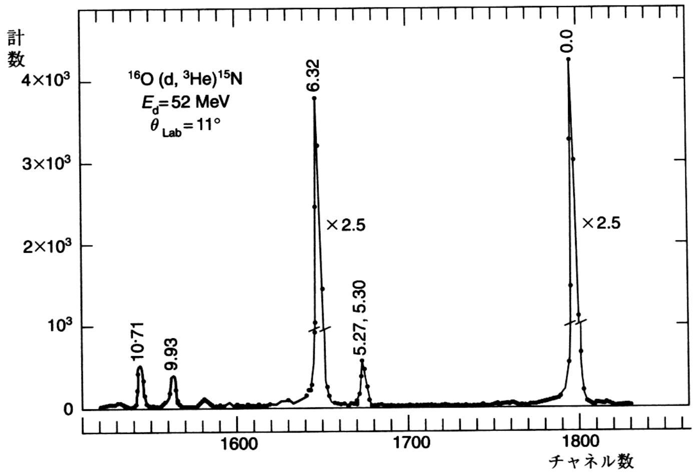


図 17.15 52 MeV の重陽子ビームと ^{16}O 標的の反応において角度 11° で測定された ^{3}He 原子核のスペクトル [Ma73]．^{15}N の基底状態と 6.32 MeV の励起エネルギーの状態を生成する断面積はたいへん大きい（図中では 2.5 で割ってある）．

$J^P = 1/2^-$ の基底状態と $J^P = 3/2^-$ の状態のエネルギー差は 6.32 MeV である（図 17.7 参照）．これは軽い原子核における 1p 殻の $\boldsymbol{\ell}\cdot\boldsymbol{s}$ 相互作用による分裂の大きさに対応する．

図 17.16 にはこれらの状態の微分断面積が示してある．2 つの状態がそれぞれ純粋な $p_{1/2}$ と $p_{3/2}$ の空孔状態であると仮定した簡単な模型による計算結果を曲線で示す．小さな運動量移行では計算結果は実験データをよく再現している．つまり，より複雑な配位の混合は少ない．運動量移行が大きくなると反応機構が複雑になるので，ここで用いられた近似がもはや適当でなくなる．

■ **重い原子核に対する直接反応** ストリッピング反応やピックアップ反応は，球対称ないしは変形した重い原子核の 1 粒子状態の性質を研究するのに適している．閉殻の近傍ではバレンス核子ないしバレンス空孔が励起するという考え方をすることができる．一方，殻が半ばまで占められている原子核では励起状態は単に 1 つの励起した

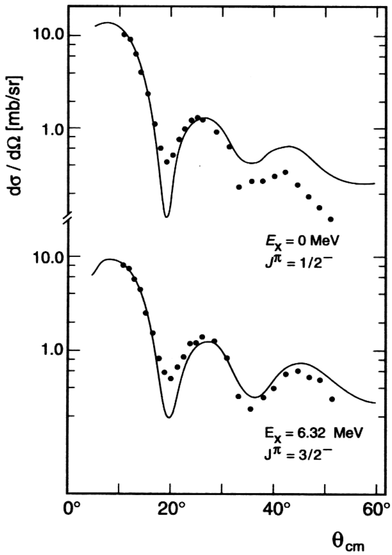


図 17.16　反応 ^{16}O(d,^{3} He)^{15}N の微分断面積 $d\sigma/d\Omega$（[Be77] より）．図 17.13 の説明も参照.

殻模型状態として記述することはできず，多くの殻模型状態の混合であると考える必要がある．したがって，バレンス核子の結合によって励起状態の性質が決まることになる．

17.6　原子核の β 崩壊

原子核構造を調べる他の方法の 1 つは **β 崩壊**の研究である．個々のハドロンの β 崩壊は 15.5 節ですでに扱った．そこでは自由な中性子の β^- 崩壊を例として挙げてある．クォークレベルで見ると，これは 1 つの d クォークが 1 つの u クオークに変化することに対応する．ハドロンの内部構造や強い相互作用の影響で $\mathrm{n} \to \mathrm{p}$ 遷移の軸性ベクトルの結合定数（式 (15.38)）が変化することをすでに学んだ.

核子が原子核の中にある場合にはその他の影響も考慮しなくてはならない.

- 陽子と中性子は原子核に束縛されているので，行列要素は始状態と終状態の原子核の波動関数の重なりを含んでいる．逆にこのことを用いて β 崩壊の行列要素から原子核構造を研究することができる.
- 崩壊の前後の原子核の結合エネルギーの差により β^+ 崩壊が起こるか β^- 崩壊が起こるかが決まり，位相空間の大きさも決まる.
- 放出される電子ないし陽電子のエネルギースペクトルの特に低エネルギー部分にクーロン相互作用が影響を与える．それにより位相空間も変化する.

■位相空間 式 (15.47) では崩壊率を電子とニュートリノの合計エネルギー E_0 の関数として計算した．原子核では E_0 は始状態および終状態の原子核の質量差によって与えられる．位相空間についての積分 $f(E_0)$ は放出される電子ないし陽電子の電荷 $\pm e$ と終状態の原子核の電荷 $Z'e$ の間のクーロン相互作用によって影響を受ける．これはいわゆる**フェルミ関数** (Fermi function) $F(Z', E_\mathrm{e})$ によって記述される．フェルミ関数は近似的に

$$F(Z', E_\mathrm{e}) \approx \frac{2\pi\eta}{1 - \mathrm{e}^{-2\pi\eta}} \quad \text{ただし } \beta^\pm \text{ に応じて} \quad \eta = \mp\frac{Z'e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar v_\mathrm{e}} = \mp\frac{Z'\alpha}{v_\mathrm{e}/c} \tag{17.49}$$

と表される．ここで v_e は測定される電子ないし陽電子の最終速度である．式 (15.46) の位相空間関数 $f(E_0)$ の代わりに，変更された関数

$$f(Z', E_0) = \int_1^{\mathcal{E}_0} \mathcal{E}_\mathrm{e}\sqrt{\mathcal{E}_\mathrm{e}^2 - 1} \cdot (\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_\mathrm{e})^2 \cdot F(Z', \mathcal{E}_\mathrm{e})\, d\mathcal{E}_\mathrm{e}$$
$$\text{ただし} \quad \mathcal{E} = E/m_\mathrm{e}c^2 \tag{17.50}$$

を使う．これは正確に計算できる関数である [Be69]．クーロン力の β スペクトルに対する影響は図 17.17 に示してある．

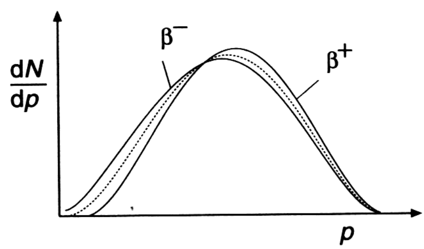


図 17.17 β 崩壊の電子ないし陽電子スペクトルの概略図．スペクトルは位相空間（式 (15.45)）により両端では放物線状に減少する（点線）．このスペクトルは娘核のクーロン場と電子ないし陽電子との相互作用により変化する（実線）．これらの曲線は式 (17.49) に $Z' = 20$ と $E_0 = 1\,\mathrm{MeV}$ を代入して計算された．電子と原子核の間にはクーロン斥力，陽電子と原子核の間には斥力が働く．

スペクトロスコピーにおいては，この行列要素が原子核構造の情報を持っている量である．半減期 $t_{1/2}$ と $f(Z', E_0)$ の積は $\boldsymbol{ft}$ **値**と呼ばれ，この行列要素の自乗の逆数に比例する．式 (15.47) と $t_{1/2} = \ln 2 \cdot \tau$ を用いて

$$f(Z', E_0) \cdot t_{1/2} = ft \text{ 値} = \frac{2\pi^3\hbar^7}{m_\mathrm{e}^5 c^4} \cdot \ln 2 \cdot \frac{1}{V^2} \cdot \frac{1}{|\mathcal{M}_{fi}|^2} \tag{17.51}$$

が得られる．ft 値はおよそ $10^3\,\mathrm{s}$ から $10^{22}\,\mathrm{s}$ の間の値をとる．それ故に普通は $\boldsymbol{\log ft}$ **値**と称して秒を単位にした ft の値の対数をとって $\log_{10} ft$ を用いる．

■行列要素　β 崩壊により遷移するクォークを含む核子の波動関数ばかりでなく，その核子を含む原子核の波動関数も行列要素に影響を与える．いずれの場合も崩壊の前と後の波動関数の重なりが問題となる．

ベクトル部分と軸性ベクトル部分の比は原子核の波動関数により決まる．遷移演算子のベクトル部分によって起こる崩壊を**フェルミ崩壊** (Fermi decay) と呼ぶ．フェルミ崩壊では相互作用するクオークのスピンが変化しないので核子のスピンも変化しない．したがって電子とニュートリノの合成スピンはゼロである．軸性ベクトル部分による崩壊を**ガモフ–テラー崩壊** (Gamow–Teller decay) と呼ぶ．この場合には 2 つのレプトンの合成スピンは 1 になる．一般に β 崩壊ではフェルミ遷移もガモフ–テラー遷移も可能である．しかし完全にあるいはほぼ完全に一方でのみ崩壊する例もある．

軌道角運動量がどのような役割を果たすかを推定してみよう．電子とニュートリノの波動関数はよい近似で平面波によって表される（式 (5.18) 参照）：

$$\psi(\boldsymbol{x}) = \frac{\mathrm{e}^{i\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}}/\hbar}{\sqrt{V}} = \frac{1}{\sqrt{V}}\{1 + i\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}/\hbar + \cdots\}. \tag{17.52}$$

$\boldsymbol{\ell} = \boldsymbol{x} \times \boldsymbol{p}$ なので，これは軌道角運動量の量子数 ℓ による展開に相当する．運動量は最大でも数 MeV/c であり，原子核半径 R は数 fm なので，$|\boldsymbol{p}| \cdot R/\hbar$ は 10^{-2} 程度である．ft 値には行列要素の自乗が含まれている．したがって ℓ が 1 増えるごとに崩壊は 10^{-4}–10^{-3} だけ抑制される．$\ell = 0$ の崩壊を**許容崩壊** (allowed decay)，$\ell = 1$ を**禁止崩壊** (forbidden decay)，$\ell = 2$ を **2 重禁止崩壊** (doubly forbidden decay) と呼ぶ．ℓ が奇数のときには原子核の波動関数のパリティが変わるが，ℓ が偶数のときにはパリティは変わらない．

許容崩壊については角運動量とパリティの保存則から次のような選択則が成り立つ：

$$\begin{aligned}
&\Delta P = 0,\ \Delta J = 0 && \text{（フェルミ遷移について）}, \\
&\Delta P = 0,\ \Delta J = 0, \pm 1\ (0 \to 0\ \text{は禁止}) && \text{（ガモフ–テラー遷移について）}.
\end{aligned}$$

ℓ の大きな値の崩壊が重要になるのは ℓ の小さな値での遷移が角運動量の保存ないしパリティの保存により不可能な場合である．例えば 1^- 原子核から 0^+ 原子核への崩壊は，原子核のパリティが変わるので，ガモフ–テラーの許容遷移では不可能で（1 重の）禁止遷移によってのみ可能である．

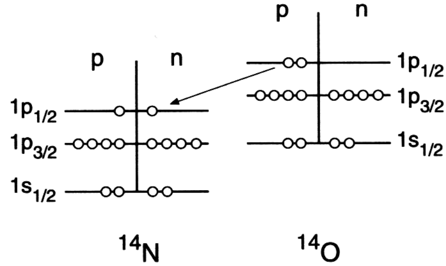
4 重禁止の β 崩壊の例は ^{115}In ($J^P = 9/2^+$) から ^{115}Sn ($J^P = 1/2^+$) への遷移である．この崩壊の log ft 値は 22.7 で，半減期は信ずるかどうかはともかくとして 6×10^{14} 年である．

■超許容崩壊　始状態と終状態の原子核の波動関数が完全に重なり合っているとき，崩壊確率は特に大きい．このような条件が満たされるのは，崩壊する中性子（ないし陽子）が崩壊の結果生じる陽子（ないし中性子）と同じ量子数を持っているとき，す

なわち崩壊の前後の原子核が同一の**アイソスピン多重項**に属するときである．このような崩壊を**超許容遷移** (super allowed decay) と呼ぶ．そのような遷移の ft 値は自由な中性子の崩壊の ft 値にほぼ等しい．

超許容遷移は，一般的に β^+ 崩壊である．原子核のアイソスピン多重項のアナログ状態はクーロン斥力のために陽子数の多い原子核ほど高い励起状態にある（図 2.6 参照）．それゆえアイソスピン多重項の中で陽子から中性子への崩壊は起こるが，その逆は起こらない．例外は（自由な中性子の崩壊を別とすれば）^{3}H の ^{3}He への β^- 崩壊である．この場合には中性子と陽子の質量差の影響の方が，^{3}He 原子核の中の 2 つの陽子間のクーロン斥力によって結合エネルギーが減る効果よりも大きいので β^- 崩壊が起こるのである．

アイソスピン 3 重項の中での β 崩壊の代表的な例は ${}^{14}_{8}\mathrm{O}_6 \to {}^{14}_{7}\mathrm{N}_7 + \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e}$ という過程である．これは $0^+ \to 0^+$ 遷移であり（図 2.6 参照），したがって純粋なフェルミ崩壊である．^{14}O 原子核では陽子の殻は，下から $1\mathrm{s}_{1/2}$, $1\mathrm{p}_{3/2}$, $1\mathrm{p}_{1/2}$ が完全に占められている．中性子の方も下の 2 つの殻が完全に占められている．2 つのバレンス核子のうちの 1 つ（$1\mathrm{p}_{1/2}$ 殻の陽子のうちの 1 つ）が中性子に変わるが，この中性子は陽子と同じ殻なので，波動関数は同じである．



■許容崩壊　許容遷移とは $\ell = 0$ の遷移である．よく知られた例は ${}^{14}_{6}\mathrm{C}_8$ の β^- 崩壊である．^{14}C は地球大気の上層部で宇宙線に起因する反応 ^{14}N (n, p) ^{14}C によりつくられるもので，有機物質の年代測定に使われている．図 2.6 に示したように ^{14}C の基底状態は ^{14}N の 2.31 MeV 状態と ^{14}O の基底状態とともにアイソスピン 3 重項を成している．

^{14}C はエネルギーについて考えると ^{14}N の基底状態にしか崩壊できない．この崩壊は核子のスピン・フリップによってのみ起こりうる（ガモフ–テラー崩壊）．半減期（$t_{1/2} = 5730$ 年）と $\log ft$ 値 (9.04) は他の許容遷移と比べてずっと大きい．これは波動関数の重なりが極端に小さいということを示唆している．考古学にとっては幸運なことである．

■禁止崩壊　重い原子核では中性子数の方が陽子数より多い．そのような原子核の中

の陽子が β 崩壊すると，それに対応する中性子の殻は完全に占められているので超許容の β^+ 崩壊は重い原子核では不可能である．逆に中性子が全く同じ量子数を持つ陽子に変わることはありうるが，娘核が高励起状態になるので，たいていの場合はエネルギーの点から不可能である．

禁止遷移のよい例として核種 ^{40}K を挙げることができる．β^+ 崩壊もしくは K 電子捕獲により ^{40}Ar に変わるばかりでなく β^- 崩壊によって ^{40}Ca にも変わる（図 3.4 参照）．^{40}Ca の基底状態は陽子についても中性子についても $1d_{3/2}$ 殻が完全に占められており，$1f_{7/2}$ 殻は完全に空いているので 2 重魔法数の原子核である（図 17.18）．

^{40}K は (p-$1d_{3/2}^{-1}$,n-$1f_{7/2}^{1}$), ^{40}Ar は (p-$1d_{3/2}^{-2}$,n-$1f_{7/2}^{2}$) という配置になっている．^{40}K では対を成していない陽子と中性子の結合により角運動量とパリティが 4^- になっている．したがって ^{40}Ca や ^{40}Ar の基底状態への崩壊は 3 重禁止崩壊である．K 電子捕獲による ^{40}Ar の第 1 励起状態 ($J^P = 2^+$) への崩壊は 1 重禁止崩壊であるが，エネルギー差が 0.049 MeV しかないので位相空間がたいへん小さい．そのために ^{40}K は寿命が極端に長く $t_{1/2} = 1.27 \times 10^9$ 年である．太陽系ができてから数十億年がたった今日でも我々のまわりにかなり存在する．中程度の質量数 ($A < 200$) の範囲では，^{40}K は自然放射能に大きな寄与をする唯一の核種である．

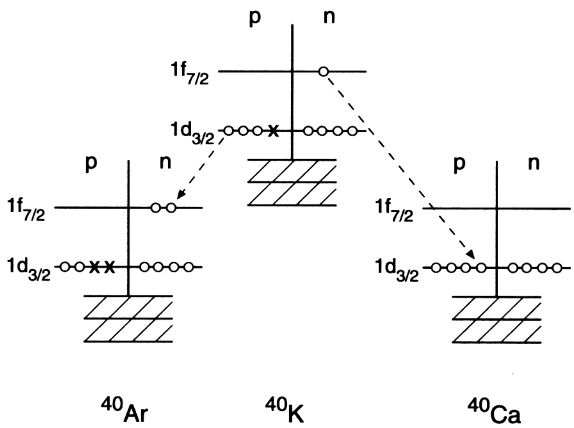


図 17.18　^{40}K の β^+ 崩壊と β^- 崩壊を殻模型で図式的に示したもの．縦軸はエネルギーに正確に比例しない．

■高い励起状態への β 崩壊　β 崩壊において娘核が達しうる最高の励起エネルギーは関与する原子核の質量差によって決まる．3.1 節で同重体の質量が放物線上にあることを示した．電荷数 Z が安定な同重体からたいへん離れているときには，同重体のスペクトルの中で隣の原子核との質量差はたいへん大きい．このような例は原子炉で原子核分裂によってできるたいへん中性子過剰な原子核である．

そのような原子核の β^- 崩壊の際には特に大きなエネルギーが解放される．実際，位相空間が小さいにもかかわらず娘核の高い励起状態への崩壊が観察され，低い励起状態への崩壊と同じくらいになることがある．これは娘核の陽子が親核の中性子と同じ殻の状態を占める場合に起こる．原子核の高い励起状態についても殻模型がよくあてはまることがわかる．

そのような例が図 17.19 に示されている．数 % の割合で ^{99}Y や ^{99}Zr の娘核がたいへん高いエネルギーに励起され，そこから中性子が放出される．中性子放出は強い相互作用なので「ただちに」起こる．β 崩壊が起こった後に，つまり原子核分裂から数秒くらいたった後に中性子が放出されるので，**遅発中性子放出** (delayed neutron emission) と呼ばれる．

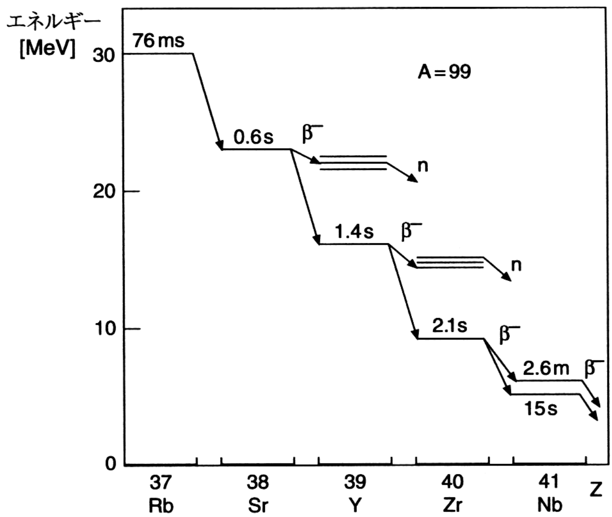


図 17.19 $A = 99$ の中性子過剰な同重体の連鎖的な β^- 崩壊．核種 ^{99}Sr と ^{99}Y は数 % の割合で娘核の高い励起状態へ崩壊するので，そこから中性子を放出することができる（[Le78] より）．

■この遅発中性子は原子炉技術において重要な意味を持っている．それによって連鎖反応を起こすことができるからである．典型的な原子炉は核分裂物質（例えば ^{235}U を濃縮したウラン）と減速材（例えば H_2O, D_2O あるいは C）を持っている．^{235}U の中性子吸収断面積は 1 eV 以下の中性子の運動エネルギーで最大になる．熱中性子の吸収の後にできた ^{236}U 原子核は 2 つの原子核に分裂し，平均 2–3 個の典型的な運動エネルギーが 0.1–1 MeV の速中性子も放出する．これらの中性子は減速材によって熱中性子となり，更なる核分裂を誘発することができる．このサイクル（中性子吸収–核分裂–即発中性子が熱中性子になる）は自律的な連鎖反応になりうる．その時定数は原子炉の設計によるが，1 ms 程度である．この時定数は連鎖反応を制御するにはたいへん短過ぎる．

定常運転のためには中性子の増減率 k は正確に 1 でなくてはならない．そこで，即発中性子による増減率は 1 よりわずかに小さくなるように原子炉を設計する．不足分は，遅発中性子

を用いる．その典型的な時定数は数秒程度である．この遅発中性子の数が最終的な増減率を決める．時定数がこのように長ければ，中性子の吸収棒を原子炉に出し入れすることによって核分裂の連鎖反応を機械的に制御することができる．

■**ニュートリノの質量測定**　β 崩壊の運動学的な量を用いてニュートリノの質量を直接測ることが可能である．β スペクトルの最高エネルギー近傍での振舞いはニュートリノの質量にたいへん敏感である．このことはいわゆる**カリープロット** (Kurie plot) を用いて

$$K(E_\mathrm{e}) = \sqrt{\frac{dN(E_\mathrm{e})/dE_\mathrm{e}}{F(Z', E_\mathrm{e}) \cdot E_\mathrm{e} \cdot \sqrt{E_\mathrm{e}^2 - m_\mathrm{e}^2 c^4}}} \tag{17.53}$$

という量を電子のエネルギー E_e の関数としてグラフに描くと最もよくわかる．ここで $dN(E_\mathrm{e})$ は $[E_\mathrm{e}, E_\mathrm{e} + dE_\mathrm{e}]$ のエネルギーの範囲の電子の数である．式 (15.42) と (15.45) によると分布関数 $K(E_\mathrm{e})$ はもしニュートリノの質量がゼロならば直線（$E_0 - E_\mathrm{e}$ を定数倍したもの）であって，横軸と電子の最高エネルギー E_0 で交わる．もしニュートリノの質量がゼロでないと高い E_e の値のところで直線からずれ，$E_0 - m_\nu c^2$ で横軸に直角に交わる（図 17.20）：

$$K(E_\mathrm{e}) \propto \sqrt{(E_0 - E_\mathrm{e})\sqrt{(E_0 - E_\mathrm{e})^2 - m_\nu^2 c^4}}. \tag{17.54}$$

ニュートリノの質量を正確に測るには，ニュートリノの質量がゼロでなかったときにその効果が大きく現れるような原子核，つまり E_0 が数 keV しかないような原子核を選ぶ必要がある．低エネルギーでは原子の効果も考慮に入れなければならないので，原子の始状態と終状態も可能な限りよくわかっていなければならない．最も適しているのはトリチウムの β^- 崩壊 $^3\mathrm{H} \to {}^3\mathrm{He} + \mathrm{e}^- + \overline{\nu}_\mathrm{e}$ である．この場合 E_0 はわずかに 18.6 keV である．分布関数 $K(E_\mathrm{e})$ は横軸に $E_0 - m_\nu c^2$ で交わるが，E_0 自体は低エネルギー側から直線的に外挿して決定される．

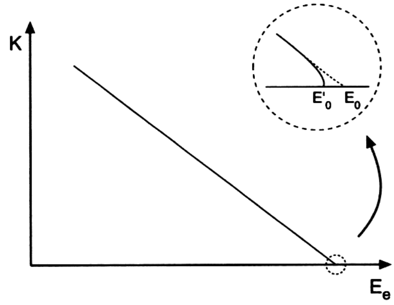


図 17.20　β スペクトルのカリー・プロット．もしニュートリノの質量がゼロでなければ，直線は最高エネルギー E_0 に近づくと曲がり，$E_0' = E_0 - m_\nu c^2$ で横軸と直角に交わるはずである．

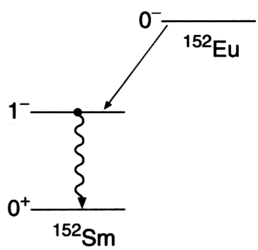
最高エネルギー近傍での計数率はたいへん少ないので，このような実験を実行することは非常に難しい．その上，スペクトロメータの有限なエネルギー分解能，トリチウム原子の分子結合，線源自体の中での電子のエネルギー損失がスペクトルをゆがめる．したがって分布関数 $K(E_\mathrm{e})$ と横軸の交点を直接に測ることはできず，むしろ様々なニュートリノの質量を仮定してシミュレーションをし，実験と最もよく一致するものを選ぶ．今日までに行われた最も精度の高い直接測定では，ニュートリノの質量の上限値は $2\,\mathrm{eV}/c^2$ であった [PD00].

β 崩壊で測られたニュートリノの質量の上限値は，ニュートリノ振動実験で得られたニュートリノの質量差と組み合わせて考えると新しい意味を持つ．β 崩壊の実験では実際は

$$m_\beta = m_{\nu_\mathrm{e}} = \sqrt{\sum_k |U_{\mathrm{e}k}|^2 m_k^2} \tag{17.55}$$

を測る．電子ニュートリノの質量だけでなく，ミューオンニュートリノとタウニュートリノの質量も測定された上限値以下でなければならない．

■ニュートリノのヘリシティの測定　電子ニュートリノ ν_e のヘリシティは原子核の弱崩壊を用いて，いわゆる**ゴールドハーバーの実験** (Goldhaber experiment) により，たいへんエレガントに決定された [Go58]．${}^{152}_{63}\mathrm{Eu}$ 原子核のアイソマー状態 ${}^{152}_{63}\mathrm{Eu}^\mathrm{m}$ $(J=0)$ は，K 電子捕獲により ${}^{152}_{62}\mathrm{Sm}$ の $J=1$ で励起エネルギーが $0.960\,\mathrm{MeV}$ の状態に崩壊する．その状態から光子（γ 線）を放出して基底状態 $(J=0)$ に遷移する．



この β 崩壊は純粋なガモフ–テラー遷移である．角運動量の保存のために ${}^{152}\mathrm{Sm}$ のスピン $(J=1)$ は捕獲された電子のスピンに平行で，放出されたニュートリノのスピンに反平行でなければならない．電子がスピン 1/2 を持ち込み，ニュートリノがスピン 1/2 を持ち出すことによって ${}^{152}\mathrm{Sm}$ 原子核の $J=1$ が実現するからである．原子核の反跳はニュートリノの運動量と反対方向なので，励起した ${}^{152}\mathrm{Sm}$ 原子核のヘリシティはニュートリノのヘリシティと同じである．放出された光子は原子核の角運動量を担っている．光子のスピンは γ 線放出の前の ${}^{152}\mathrm{Sm}$ のスピンの方向を向いていなければならない．${}^{152}\mathrm{Sm}$ の反跳の方向に光子が放出された場合には，光子のヘリシティはニュートリノのヘリシティに等しくなる．したがってニュートリノのヘリシティを決定するためには，光子のヘリシティ（円偏光に対応する）を測り，そし

て同時に，原子核の反跳方向（すなわちニュートリノと反対方向）に放出された光子だけを扱っているのだということを確認しなければならない．

実験装置の配置が図 17.21 に示してある．光子は Sm_2O_3 のリングに共鳴散乱した場合にのみ測定器に達する．その際光子はまず**共鳴吸収**され，その後再び放出される．共鳴吸収は電磁気的崩壊の逆過程であるが，反跳によるエネルギーのずれより状態の幅の方が狭いので通常は原子核物理では起こりえない．しかし $^{152}Eu^m$ 線源からの光子はニュートリノ放出の反跳により飛行中の ^{152}Sm 原子核から放出される．この原子核が γ 放射の前に Sm_2O_3 吸収体の方へ向かって動いていたならば光子はエネルギーがわずかながら増すので，共鳴吸収を起こすことができる．このようにして ^{152}Sm 原子核の反跳の方向を固定し，それによってニュートリノの飛行方向も固定することができる．

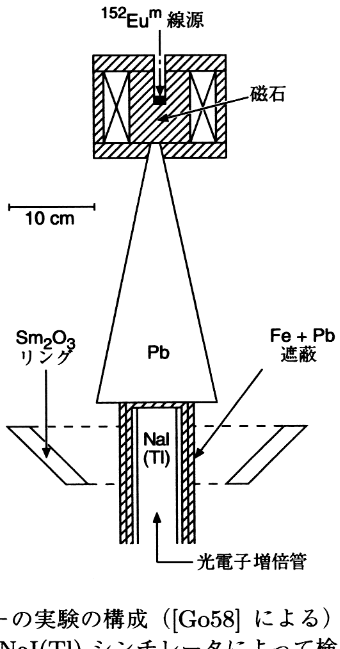


図 17.21　ゴールドハーバーの実験の構成（[Go58] による）．$^{152}Eu^m$ 線源からの光子が Sm_2O_3 のリングで散乱され NaI(Tl) シンチレータによって検出される．

^{152}Eu 線源は鉄の磁石に囲まれており，光子は Sm_2O_3 のリングに達するにはそれを通り抜けなければならない．光子のうちの一部は鉄の原子の電子とコンプトン (Compton) 散乱をする．磁化すると鉄の原子の 26 個の電子のうち 2 つが偏極する．電子が光子と反対方向に偏極しているとコンプトン散乱の断面積はその逆の場合よりも大きい．このことを用いて，磁場を反転し計数率を比較することにより光子の偏極度を測ることができる．

この実験により決定されたニュートリノのヘリシティの値は

$$h_{\nu_e} = -1.0 \pm 0.3 \tag{17.56}$$

であった.

17.7 2 重 β 崩壊

すでに 3.1 節で述べたように，質量数 $A > 70$ の範囲の原子核では β 崩壊に関して安定な同重体が複数ある場合がしばしばある．同重体の 1 つが大きな質量を持っていると，より小さな質量の同重体に 2 重 β 崩壊をして遷移することがある．2 つのニュートリノと 2 つの電子を出す崩壊は，計測器を用いた実験や地球化学的な方法で同じ鉱物中の 2 つの同位体の異常な同位体頻度の測定を通して観察されてきた．しかし今日の 2 重 β 崩壊の主たる関心は，ニュートリノを放出しない 2 重 β 崩壊の探索にある．それがあるかどうかによって，ニュートリノがディラック粒子かマヨラナ粒子か，という問題に解答を与えることができる．

■ 2 つのニュートリノが出る 2 重 β 崩壊 (2ν) 3.1 節で，2 重 β 崩壊の候補として核種 $^{106}_{48}\mathrm{Cd}$ を考察した：

$$^{106}_{48}\mathrm{Cd} \longrightarrow {}^{106}_{46}\mathrm{Pd} + 2e^+ + 2\nu_\mathrm{e}$$

図 17.22 には 2 重 β 崩壊に関与する $A = 106$ の同重体の 3 つの核種のみを示す．終状態のレプトンの利用可能な運動エネルギーは 0.728 MeV である．2 つのニュートリノが出る 2 重 β 崩壊の寿命を概算しよう．そのためには，中性子の β 崩壊に関する 15.5 節を参照することがふさわしい．2 重 β 崩壊では終状態には 5 つの粒子がある．エネルギー保存と運動量保存のために，4 つのレプトンの運動量を自由なパラメータとしてとると，それらの運動エネルギーの和が始状態と終状態の質量差に一致しなければならない．

2 重 β 崩壊の過程は明らかに弱い相互作用の 2 次の効果によるものである．中性子の β 崩壊の式 (15.49) から始めると，2 つの補正をしなければならない．2 次の行列要素は中間状態を経る 2 つの遷移の積を中間状態のエネルギーで割ったものである．中間状態は複数ありうるので 2 次の行列要素は

$$\sum_m \frac{\langle f, 2e^+, 2\nu_e | H_W | m, e^+, \nu_e \rangle \langle m, e^+, \nu_e | H_W | i \rangle}{E_m - \frac{M_i + M_f}{2} c^2} \tag{17.57}$$

となる．ここで i, j は原子核の始状態と終状態で，m は中間状態を表す．中間状態の平均の励起エネルギーとして $E \approx (M_i - M_j)c^2$ をとると，式 (17.57) で原子核の行列要素をレプトンから分離することができる．

寿命の下限にのみ関心があるので，奇–奇核のすべての仮想中間状態について和をとった後に行列要素が最大値になると仮定する．つまり，和は 1 に等しくなり，行列

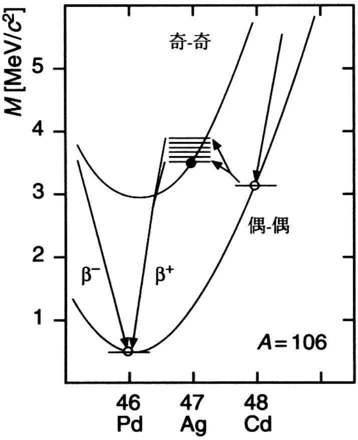


図 17.22　$A = 106$ の 3 つの同重体についての 2 重 β 崩壊過程の概略図．奇奇核種のいくつかの励起状態を経て遷移が進行することを図式的に示している．

要素は G_f^2/E_0 になると仮定する．

中性子崩壊 (15.49) の際の 2 つの粒子の位相空間は 4 粒子の位相空間で置き換える必要がある：

$$\frac{(4\pi)^2}{(2\pi)^6(\hbar c)^6}\frac{E_0^5}{32} \quad \rightarrow \quad \frac{(4\pi)^4}{(12\pi)^{12}(\hbar c)^{12}}\frac{E_0^{11}}{2000}. \tag{17.58}$$

式 (17.57) と (17.58) により，2 つのニュートリノを出す 2 重 β 崩壊の寿命は

$$\frac{1}{\tau_{2\nu}} \approx \frac{2\pi}{\hbar}\cdot\frac{G_F^4}{E_0^2}\cdot\frac{(4\pi)^4}{(2\pi)^{12}(\hbar c)^{12}}\cdot\frac{E_0^{11}}{2000} \tag{17.59}$$

と最終的に求められる．式 (17.59) においては，π をその根拠を明らかにするために約分しないで書いてある．

$E_0 = 2\,\text{MeV}$ の場合 $\tau_{2\nu} \approx 10^{20}$ である．実験による寿命は桁が合っている．

■**ニュートリノを出さない 2 重 β 崩壊 (0ν)**　β 崩壊で観測されるニュートリノはディラック粒子ではなくマヨラナ粒子である，という推測は，特に**大統一理論** (grand unification theory, GUT) の研究をしている理論家によって支持されている．これは実験家にとって挑戦しがいのある問題だと考えられる．マヨラナニュートリノとは次のような意味である．β^+ 崩壊から出てくるニュートリノと β^- 崩壊から出てくるニュートリノは同じ粒子である．β^+ 崩壊から出てくるニュートリノのヘリシティは負で，β^- 崩壊から出てくるニュートリノのヘリシティは正である．ニュートリノの質量が完全にゼロならば，ディラック粒子とマヨラナ粒子には実験によって検証できる差がないであろう．しかしニュートリノの質量はゼロでないので，2 重 β 崩壊によってニュートリノの性質についての答えを得ることができる．図 17.23 には (2ν) 崩壊を (0ν) 崩壊と比べてある．(2ν) 崩壊では 2 つの陽子がそれぞれ陽電子 1 つとニュー

トリノ 1 つを放出する．(0ν) 崩壊では 1 つの陽子が陽電子 1 つと左巻きのマヨラナニュートリノ 1 つを放出する．ニュートリノは質量を持っているので，$(1-\beta_\nu)$ の確率で右巻きであり，陽子に吸収されることができて，2 つ目の陽電子が生成される．

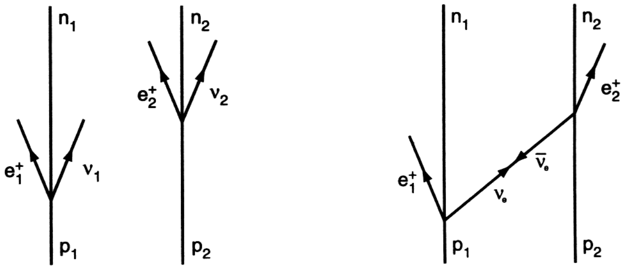


図 17.23　(2ν) と (0ν) 崩壊の概略図．質量を持つマヨラナ粒子の性質により ν_e は $\bar{\nu}_e$ となる．

ニュートリノを出さない 2 重 β 崩壊の場合，位相空間は (0ν) にたいへん有利なことがわかる．しかし，ヘリシティによる抑制によって，ニュートリノ質量が $10\,\mathrm{eV}/c^2$ 以下の場合，寿命は (2ν) 崩壊よりもずっと長くなる．

ニュートリノが 1 つの陽子から放出されて，それに続いて同じ原子核の別の陽子に吸収されて荷電交換 $(\nu_e + \mathrm{p} \to \mathrm{n} + \mathrm{e}^+)$ が起こるためにはマヨラナ成分を持っていなければならない．これは，$\nu = \bar{\nu}$ であり，かつニュートリノのマヨラナ成分が通常のニュートリノとは反対のヘリシティを持っていなければならない，ということを意味する．通常の左巻きのニュートリノは，右巻きのマヨラナ成分を $(1-\beta_\nu)$ の確率で持っている．

(0ν) 過程は弱い相互作用の 2 次の過程であり，終状態のレプトンは 2 つだけである．式 (15.49) を (0ν) のために修正すると，

$$\frac{1}{\tau_{0\nu}} \approx \frac{2\pi}{\hbar} \cdot \frac{G_F^4}{R^4} \cdot \frac{(4\pi)^2}{(2\pi)^6(\hbar c)^6} \cdot \frac{E_0^5}{32} \cdot (1-\beta_\nu) \tag{17.60}$$

が得られる．この式の $1/R^4$ 依存性は 2 つの理由によるものである．1 つ目の因子 $1/R^2$ はニュートリノの伝播関数の自乗から来る．原子核のサイズにおいては，ニュートリノの質量はゼロであると仮定することができ，運動量について積分するとクーロンポテンシャルと同じように $1/R$ ポテンシャルが得られる．2 つ目の因子 $1/R^2$ は，原子核の仮想中間状態の積分から発生する．不確定性原理によりニュートリノの運動量は $\approx 1/R$，すなわち $R = 5\,\mathrm{fm}$ に対して $p_\nu \approx 40\,\mathrm{MeV}/c$ である．仮想状態のエネルギーレベルを $40\,\mathrm{MeV}/c^2$ とすると，（ここでも $E_0 = 2\,\mathrm{MeV}$ を用いて）

$$\tau_{0_\nu} \approx 4.5 \times 10^{11} \cdot (1-\beta_\nu)^{-1} \approx 4.5 \times 10^{11} \cdot 2\gamma_\nu \text{ 年} \tag{17.61}$$

を得る．

(2ν) と (0ν) の寿命を $m_\nu = 1\,\mathrm{eV}$, $E_\nu = 1\,\mathrm{MeV}$ について比べてみよう．このニュートリノの質量に対しては，

$$\tau_{0\nu} \approx 3 \times 10^{24}\ \text{年} \tag{17.62}$$

となり，$\tau_{2\nu}$ よりずっと長い．もちろんすでに述べたようにこれは概算にすぎず実際の値は何十倍も違うかもしれない．$1\,\mathrm{eV}/c^2$ は確かに電子ニュートリノのマヨラナ質量の上限である．このように寿命が長いということは，ニュートリノを出さない 2 重 β 崩壊の探索がいかに難しいかを示している．

実験に用いられる装置の 1 つは，よく遮蔽されたゲルマニウム検出器である．ゲルマニウムの同位体の 1 つ ^{76}Ge は 2 重 β 崩壊によって ^{76}Se に遷移する．図 17.24 には 2 重 β 崩壊の荷電粒子のエネルギースペクトルが示してある．ニュートリノを出さない崩壊は遷移の全エネルギーに対応する単一エネルギーのピークとして現れるであろう．最近，ハイデルベルク–モスクワグループが ^{76}Ge の 2 重 β 崩壊について 10 年間にわたって集めたデータの新しい解析結果を発表した [Kl02]．測定はグランサッソー（イタリア）の地下実験室（地下 1500 m）で ^{76}Ge の割合を 86% に濃縮したゲルマニウム検出器を用いて行われた．期待される全エネルギーピークに相当するエネルギーで 16 事象が観測された．同時に，(2ν) の 2 重 β 崩壊の連続分布の部分には 113764 事象が観測された．これらの数値から ^{76}Ge の寿命として次のような結論が導ける．(2ν) 崩壊については

$$\tau_{2\nu} = \left(1.74 \pm 0.01(stat)^{+0.18}_{-0.16}(syst)\right) \times 10^{21}\ \text{年}, \tag{17.63}$$

stat は統計誤差，*syst* は系統的誤差である．(0ν) 崩壊については

$$\tau_{0\nu} = \left(1.5^{+1.68}_{-0.7}\right) \times 10^{25}\ \text{年}. \tag{17.64}$$

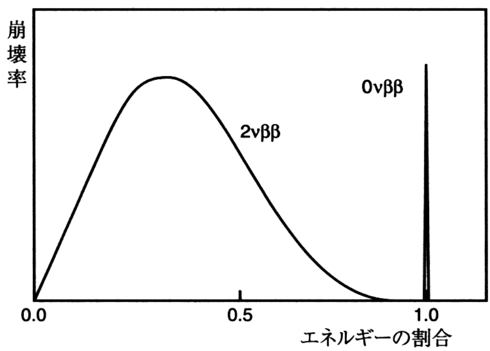


図 17.24　左側の連続分布の部分は，(2ν) 崩壊における 2 つの荷電レプトンのエネルギーの和である．遷移の全エネルギーを持つ右側の単一エネルギーの線の部分は，(0ν) 崩壊から来ている．

この実験の結果では，ニュートリノの質量，つまりマヨラナニュートリノ質量の推定値は

$$m_\nu = 0.39^{+0.45}_{-0.34}\,\mathrm{eV} \tag{17.65}$$

である．発表された結果 [Kl02] のバックグラウンドを差し引く際の誤差が大きいことと，統計的有意さがたいへん低いことを考えると，ニュートリノが実際にマヨラナ粒子であると確信を持って結論するには統計が少なくとも 10 倍は多い測定が望まれる．

ニュートリノを出さない 2 重 β 崩壊を許す理論的可能性はすべて標準模型を拡張する必要があるが，それは簡単ではない．質量を持つマヨラナニュートリノ，弱い相互作用の右巻きの結合，2 価の電荷を持つヒッグス粒子，などである．これらの可能性はどれも素粒子物理の大統一理論へとつながる経路を示すものである．

【問　題】

1　フェルミ気体模型　フェルミ圧力が原子核密度にどう依存するか計算せよ．原子核密度 ϱ_N が 0.17 核子/fm^3 のときこの圧力はどのくらい大きいか？ 巨視的な単位（パスカル）ではどんな値になるか？

2　殻模型

(a) 下の表にはいくつかの原子核について実験により決定された基底状態と第 1 励起状態のスピンとパリティが示されている：

	$^{7}_{3}\mathrm{Li}$	$^{23}_{11}\mathrm{Na}$	$^{33}_{16}\mathrm{S}$	$^{41}_{21}\mathrm{Sc}$	$^{83}_{36}\mathrm{Kr}$	$^{93}_{41}\mathrm{Nb}$
J_0^P	$3/2^-$	$3/2^+$	$3/2^+$	$7/2^-$	$9/2^+$	$9/2^+$
J_1^P	$1/2^-$	$5/2^+$	$1/2^+$	$3/2^+$	$7/2^+$	$1/2^-$

これに対し，1 粒子の殻模型によって，これらの原子核の閉じてない殻における陽子と中性子の配置を求め，基底状態と第 1 励起状態の量子数を予測せよ．それらを表に与えられた実験値と比較せよ．

(b) 一般に奇奇核のスピンは，対を成してない 2 つの核子の全角運動量のベクトル和によって与えられている．$^{6}_{3}\mathrm{Li}$ と $^{40}_{19}\mathrm{K}$ の原子核のスピンとパリティにはどのような可能性があるか？ これらの原子核について実験によって測られた量子数はそれぞれ 1^+ と 4^- である．

3　殻模型

(a) 質量数 $A \approx 16$ の原子核における中性子の $1\mathrm{p}_{1/2}$ 殻と $1\mathrm{d}_{5/2}$ 殻のエネルギーギャップを $^{15}\mathrm{O}$, $^{16}\mathrm{O}$, $^{17}\mathrm{O}$ 原子の全結合エネルギー 111.9556 MeV, 127.6193 MeV, 131.7627 MeV [AM93] から求めよ．

(b) それは $^{16}\mathrm{O}$ の第 1 励起状態のエネルギー（図 17.7 参照）とどの程度一致するか？

(c) $^{17}\mathrm{O}$ の第 1 励起状態のエネルギーからはどんな情報が得られるか？

(d) $^{17}\mathrm{O}$ の全結合エネルギーと $^{17}\mathrm{F}$ の全結合エネルギー (128.2196 MeV) の差をどう解釈するか？ これらの原子核の半径を推定せよ．

(e) ^{17}F の第 1 励起状態は ^{17}O の第 1 励起状態より低い．可能な説明の 1 つは，対を成していない核子が第 1 励起状態にあるときと基底状態にあるときで異なる空間的拡がり（より大きい？ より小さい？）を持っていることである．量子数を考えるとどのようなことが予想されるか？

4 殻模型　長寿命のアイソマー状態を持っている原子核の多くが，N ないし Z が 39–49 あるいは 69–81 の領域であるのは顕著な傾向である [Fe49, No49, Go52]．これはなぜか？

5 磁気モーメント　$^{42}_{21}$Sc 原子核には励起エネルギーが 618 keV の低い状態があり，$J^P(I) = 7^+(0)$ である．

(a) 殻模型によるとどんな配置をこの状態に割り当てるべきか？

(b) どんな磁気モーメントの値が予想されるか？

6 ゴールドハーバーの実験　^{152}Sm には励起エネルギーが 0.963 MeV で量子数が 1^- の状態がある．この状態は E1 遷移によって基底状態へ γ 崩壊する．

(a) 原子核の反跳エネルギーはどのくらいか？

(b) E1 の 1 粒子遷移確率に対応する状態の幅と，この反跳エネルギーを比べてみよ．このようにして放出された光子は別の原子核に吸収されうるか？ 熱運動の影響を考慮に入れるとどうなるか？

(c) ^{152}Eu の K 電子捕獲による崩壊で励起状態の ^{152}Sm 原子核が生成され，光子が ^{152}Sm 原子核の反跳の方向に放出されるとこのエネルギー損失は取り戻すことができることを示せ．放出されるニュートリノのエネルギーは 0.950 MeV である．

7 β 崩壊の結合強度　$^{14}\mathrm{O} \to {}^{14}\mathrm{N} + \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e}$ という β 崩壊（図 2.6）で測定される電子の最大エネルギーは $E_{\mathrm{kin}}^{\mathrm{max}} = 1810.6 \pm 1.5\,\mathrm{keV}$ である [EL92, Wi78]．それにより位相空間関数 $f(Z', E_0)$ の値は 43.398 [Wi74] と計算される．^{14}O の半減期を求めよ．実験値は $t_{1/2} = 70606 \pm 18\,\mathrm{ms}$ [Wi78] である．

第 18 章

原子核の集団励起

17.3 節で示したように原子核の基底状態は，核子が最も低い殻模型軌道にあると仮定するとたいへんよく記述できる．バレンス核子ないしバレンス空孔が **1 つ**の場合についてすでに示したように，閉殻の近くでは 1 粒子の描像はたいへんうまく働く．励起状態は，バレンス核子がより高い殻模型状態にジャンプしたとして理解される．これは原子の描像の場合と全く同じである．しかし原子核では単純な 1 粒子励起のほかにより複雑な現象も起きうる．集団励起は原子核の力学の特徴を表すすぐれた例である．

多体系の集団励起は，現象論的には平衡状態のまわりのゆらぎとして理解することができる．ゆらぎには密度のゆらぎもあるし形のゆらぎもある．集団励起の仕方は系の構成や系の構成物の間の相互作用に大いに依存する．原子核の集団励起と原子核の構造および核力との関係を以下で議論する．

原子核の集団的励起は電磁気的な遷移によって最もエレガントに研究することができる．そこで，原子核における電磁気的な遷移がどのようにして決定されるかをまず考察し，次に集団的効果がその遷移にどの程度寄与しているかを調べる．

光子の原子核による吸収の初期の測定によって，吸収が **1 つ**の状態への励起に集中しているという発見がもたらされた．この状態は**巨大双極子共鳴**と名づけられたが，その最初の記述は陽子と中性子が互いに反対方向に振動している状態についてのものである．その後，低エネルギー準位間の電気 4 重極遷移の遷移確率が原子核の 1 粒子模型で予測される値よりもずっと大きいことが発見された．8 重極遷移の遷移確率もいくつかの状態に集中している．これを 8 重極振動と呼んでいる．

原子核は一方では 1 粒子的性質を持ち他方では集団的性質を持っており，両者は別の現象であると長い間考えられてきた．1970 年代になって初めて統一的な描像が現れた．巨大双極子共鳴を例にとって現在ではどのように理解されているかを示そう．この例でわかったことは 4 重極や 8 重極振動にも容易に応用できる．

その他の重要な集団現象は変形核の回転である．原子核の回転の現象は γ 線スペクトロスコピーで観測される教訓的で美しい現象である．

18.1　電磁気的遷移

■**電気 2 重極遷移**　電気 2 重極（双極子）遷移の確率は古典的なヘルツ (Hertz) の双極子を考察することにより容易に導くことができる．双極子によって放出されるエネルギー出力は ω^4 に比例する．放出される光子の単位時間あたりの数すなわち遷移確率は，単位時間あたりのエネルギー出力を光子のエネルギー $\hbar\omega$ で割れば得られる：

$$W_{fi} = \frac{1}{\tau} = \frac{e^2}{3\pi\varepsilon_0\hbar^4c^3}E_\gamma^3\left|\int d^3x\,\psi_f^*\boldsymbol{x}\psi_i\right|^2. \tag{18.1}$$

ここで古典的な双極子 $e\boldsymbol{x}$ を行列要素で置き換えた．同じ結果は量子力学からも直接得られる．

■以下では電磁気的遷移を幅射場の量子化とスピンは考慮しないことにして半古典的に導出してみよう．

最初に原子核の励起状態 ψ_i が γ 線を放出して低いエネルギーの状態 ψ_f に遷移する場合を考える．遷移確率は黄金律 (4.19) から

$$dW = \frac{2\pi}{\hbar}|\langle\psi_f|\mathcal{H}_{\text{int}}|\psi_i\rangle|^2\,d\varrho(E) \tag{18.2}$$

である．ここで $\mathcal{H}_{\text{int}}$ は運動している電荷と電磁場との相互作用を表し，$\varrho(E)$ は全エネルギー E における系の終状態密度を表す位相空間因子である．1 つの光子を放出する場合には $E = E_\gamma$ である．γ 放射は一般に球対称ではないので，運動量ベクトルのまわりの立体角要素 $d\Omega$ の中での位相空間を考える．式 (4.16) と同様に，

$$d\varrho(E) = \frac{V|\boldsymbol{p}|^2\,d|\boldsymbol{p}|\,d\Omega}{(2\pi\hbar)^3\,dE} \tag{18.3}$$

とおく．光子については $E = c\cdot|\boldsymbol{p}|$, $dE = c\cdot d|\boldsymbol{p}|$ なので

$$d\varrho(E) = \frac{E_\gamma^2 V\,d\Omega}{(2\pi\hbar c)^3} \tag{18.4}$$

となる．

演算子 $\mathcal{H}_{\text{int}}$ は，光子を放出する電荷 e と電磁場 $A = (\phi/c, \boldsymbol{A})$ の間の相互作用を記述する古典的ハミルトニアンを考察することによって得られる [Sc95]：

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m}\,(\boldsymbol{p} - e\boldsymbol{A})^2 + e\phi. \tag{18.5}$$

ここで電荷は点状であると仮定した．A の自乗の項は無視できるので

$$\mathcal{H} = \frac{\boldsymbol{p}^2}{2m} - \frac{e}{m}\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{A} + e\phi \tag{18.6}$$

と書くことができる．第 1 項は荷電粒子の自由運動に対応し，第 2，第 3 項は相互作用を表す：

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = -\frac{e}{m}\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{A} + e\phi. \tag{18.7}$$

点状の電荷の場合，相互作用は 4 元の電流

$$j = (e\cdot c, e\boldsymbol{v}) \tag{18.8}$$

と電磁場

$$A = (\phi/c, \boldsymbol{A}) \tag{18.9}$$

のスカラー積で与えられる．実光子は横偏極しているので単極子遷移は禁じられているから，電磁気的崩壊において $e\phi$ は遷移確率に寄与しない．

運動量 $\boldsymbol{p}$ を演算子 $\boldsymbol{p} = -i\hbar\boldsymbol{\nabla}$ で置き換え，ベクトル $\boldsymbol{A}$ を光子の波動関数だと解釈すると行列要素は

$$\langle\psi_f|\mathcal{H}_{\text{int}}|\psi_i\rangle = \frac{ie\hbar}{m}\int d^3x\,\psi_f^*\left(\boldsymbol{\nabla}\psi_i\right)\boldsymbol{A} \tag{18.10}$$

となる．定常状態では

$$\mathcal{H}_0 = \frac{\boldsymbol{p}^2}{2m} + V(\boldsymbol{x}) \tag{18.11}$$

なので

$$\boldsymbol{x}\mathcal{H}_0 - \mathcal{H}_0\boldsymbol{x} = \frac{i\hbar}{m}\boldsymbol{p} = \frac{\hbar^2}{m}\boldsymbol{\nabla} \tag{18.12}$$

という関係が満たされるから，傾き $\boldsymbol{\nabla}$ は座標 $\boldsymbol{x}$ とハミルトン演算子の交換子により得られる．それにより

$$\frac{ie}{\hbar}\int d^3x\,\psi_f^*(\boldsymbol{x}\mathcal{H}_0 - \mathcal{H}_0\boldsymbol{x})\psi_i\,\boldsymbol{A} = \frac{ie}{\hbar}(E_i - E_f)\int d^3x\,\psi_f^*\boldsymbol{x}\psi_i\boldsymbol{A} \tag{18.13}$$

となり，行列要素は多重極放射のよく知られた形になる．

γ 放出の半古典的な導出においては光子の波動関数を

$$\boldsymbol{A} = \sqrt{\frac{\hbar}{2\varepsilon_0\omega V}}\,\boldsymbol{\varepsilon}\cos(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x} - \omega t) \tag{18.14}$$

と書く．ここで $\boldsymbol{\varepsilon}$ は光子の偏極ベクトル，$E_\gamma = \hbar\omega$ は光子のエネルギー，$\boldsymbol{k}$ は波数ベクトルである．これが正しいことは体積 V の中の電磁放射のエネルギーを式 (18.14) の $\boldsymbol{A}$ を使って計算してみると簡単にわかるだろう：

$$\hbar\omega = V\cdot\left(\frac{1}{2}\varepsilon_0\overline{\boldsymbol{E}^2} + \frac{1}{2}\frac{1}{\mu_0}\overline{\boldsymbol{B}^2}\right) = V\varepsilon_0\overline{\boldsymbol{E}^2} \quad \text{ただし} \quad \boldsymbol{E} = -\frac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t}. \tag{18.15}$$

ここで横線は時間に関する平均を表す．この結果を用いて遷移確率は

$$\begin{aligned} dW_{fi} &= \frac{2\pi}{\hbar}\cdot\frac{\hbar}{2\varepsilon_0\,\omega V}\frac{e^2E_\gamma^2}{\hbar^2}\left|\boldsymbol{\varepsilon}\int d^3x\,\psi_f^*\boldsymbol{x}\psi_i\,\mathrm{e}^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x}}\right|^2\cdot\frac{E_\gamma^2V\,d\Omega}{(2\pi\hbar c)^3} \\ &= \frac{e^2}{8\pi^2\varepsilon_0\hbar^4c^3}E_\gamma^3\left|\boldsymbol{\varepsilon}\int d^3x\,\psi_f^*\boldsymbol{x}\,\mathrm{e}^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x}}\psi_i\right|^2 d\Omega \end{aligned} \tag{18.16}$$

と書ける．

ガンマ線の波長は原子核の半径と比べて大きい．多重極展開

$$\mathrm{e}^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x}} = 1 + i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x} + \cdots \tag{18.17}$$

は，一般に量子数によって許される最低次の遷移のみを考慮すればよいのでたいへん有効であ

る．ある遷移について 2 つの異なる多重極が同じくらい効くことはまれである．$e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x}} \approx 1$ とおき式 (18.16) を立体角 $d\Omega$ と偏極について積分すると式 (18.1) が得られる．

電気 2 重極 (E1) 遷移は異なるパリティを持つ 2 つの状態間でのみ起こる．光子は角運動量 $|\boldsymbol{\ell}| = 1\hbar$ を持ち出す．そのため，始状態と終状態の角運動量は最大 1 単位 ($1\hbar$) だけ異なってもよい．

集団励起においては 1 つの殻からすぐ上の殻への遷移が最も重要な役割を果たすので，波動関数の標準的な表し方を導入しておく．閉殻は $|0\rangle$ という記号（「真空の波動関数」）で表される．1 つの粒子が閉殻の状態 ϕ_{j_1} からその上の殻の状態 ϕ_{j_2} にジャンプすると，1 粒子 1 空孔状態 $|\phi_{j_1}^{-1}\phi_{j_2}\rangle$ が生じる．双極子行列要素

$$\langle\phi_{j_1}^{-1}\phi_{j_2}|e\boldsymbol{x}|0\rangle = e\int d^3x\,\phi_{j_2}^{*}\boldsymbol{x}\phi_{j_1} \tag{18.18}$$

は 1 つの核子の状態 ϕ_{j_1} から状態 ϕ_{j_2} への遷移を表す．状態 $|0\rangle$ は閉殻の状態だからスピンとパリティは $J^P = 0^+$ なので，電気 2 重極遷移をすると励起された 1 粒子 1 空孔状態は量子数 $J^P = 1^-$ を持たなければならない．

■磁気 2 重極遷移　磁気 2 重極 (M1) 遷移の遷移確率は，式 (18.1) の電気双極子を磁気双極子で置き換えることによって得られる：

$$W_{fi} = \frac{1}{\tau} = \frac{\mu_0}{3\pi\hbar^4c^3}E_\gamma^3\left|\int d^3x\,\psi_f^*\boldsymbol{\mu}\psi_i\right|^2 \quad \text{ただし} \quad \boldsymbol{\mu} = \frac{e}{2m}(\boldsymbol{L}+g\boldsymbol{s}). \tag{18.19}$$

ここで $\boldsymbol{L}$ は軌道角運動量演算子，$\boldsymbol{s}$ はスピン演算子である．

■高次の多重極　電気 2 重極遷移が禁止されている場合，すなわち両方の状態のパリティが同じである場合や角運動量のベクトル和が満たされない場合にはより高次の多重極の放射のみが起こる．遷移確率の大きさの順番を考えると次に高い多重極は上に述べた磁気 2 重極 (M1) 遷移と電気 4 重極 (E2) 遷移である [Fe53]．両方とも式 (18.17) の展開において 2 次の項である [Sc92]．電気 4 重極遷移では始状態と終状態のパリティが同じで，角運動量は 3 角不等式 $|j_f - j_i| \leq 2 \leq j_f + j_i$ を満たさなければならない．双極子放射の遷移確率は式 (18.1) により E_γ^3 に比例するが，電気 4 重極放射の場合は E_γ^5 に比例する．その理由は行列要素に $i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x}$ という因子が新たに入り，$|\boldsymbol{k}|$ は E_γ に比例することによる．行列要素のエネルギーに依存しない部分は $r^2Y_2^m(\theta,\varphi)$ という形をしている．

18.2　双極子振動

■原子核による光吸収　原子核によるガンマ線の吸収が，幅の広い 1 つの共鳴によって主に起こることはすでに 1950 年代に知られていた．しかしエネルギー可変の γ 線

源がなかったのでこの共鳴を研究する実験手段はたいへんめんどうなものであった.

γ 線吸収断面積は，1960 年代になって発達した飛行中の陽電子消滅という方法によって初めて詳細に測定された．強い制動放射源からの対生成により生成された陽電子を，運動量を選択した後に標的上に集束させる．そこで陽電子の一部は標的中の電子と対消滅する．標的中では制動放射も起こるが，これは好ましからぬ副生成物である（図 18.1）.

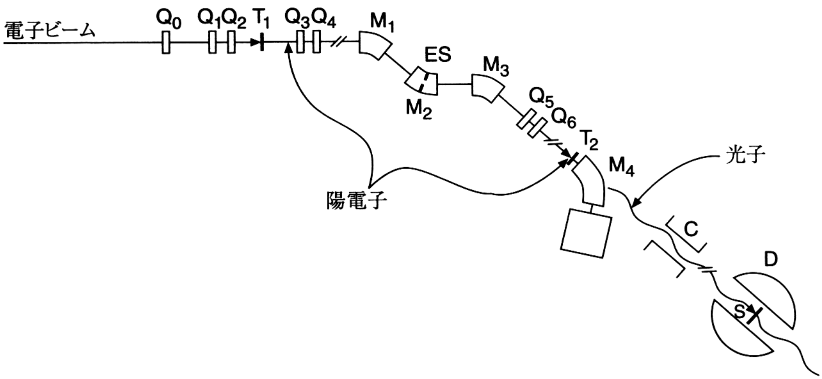


図 18.1 飛行中の陽電子消滅の実験の配置（[Be75] による）．電子ビームが標的 (T_1) にぶつかり，発生した制動放射が電子–陽電子対に変換される．陽電子は 3 つの 2 重極磁石 (M_1, M_2, M_3) によってエネルギーが選択された後に 2 番目の標的 (T_2) にぶつかる．陽電子の一部は標的中の電子と飛行中に対消滅する．磁石 (M_4) によりすべての荷電粒子は曲げられるので光子のみが実験標的 (S) に達する.

そのようにして得られた γ 線のスペクトルが図 18.2 に示してある．最高エネルギーのところに制動放射とははっきり区別できるピークがある．これが e^+e^- 対消滅によるものである．陽電子のエネルギーを変えていくと，γ 線によって引き起こされる反応の断面積のエネルギー依存性が測定できる．全断面積ばかりでなく中性子放出（**原子核の光電効果** (nuclear photoeffect)）

$$^{A}\mathrm{X}(\gamma,\mathrm{n})^{A-1}\mathrm{X} \tag{18.20}$$

の断面積も特別な重要性を持っている．実際に全断面積のうち大部分がこの過程で占められている．これに対し，陽子放出はクーロン障壁のために抑制されている．以下では (γ,n) 反応に限定して議論をする.

例としてネオジム同位体の $\sigma(\gamma,\mathrm{n})$ を示す（図 18.3）．この図で次のようなことが観察される.

- 吸収確率は**巨大共鳴**と呼ばれる 1 つの共鳴に集中している.
- 巨大共鳴の励起エネルギーは隣接する 2 つの殻の間のエネルギーよりもほぼ 2 倍

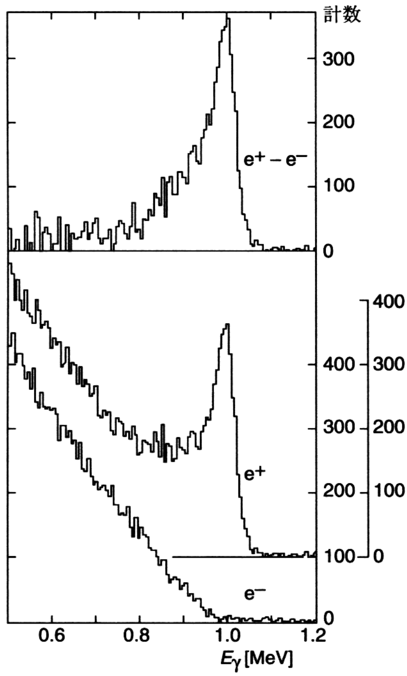


図 18.2　飛行中の電子–陽電子対消滅からの光子のスペクトル [Be75]．この光子が (γ, n) 反応に使われる．陽電子が標的にぶつかる際に生ずる制動放射のバックグラウンドは，陽電子の代わりに電子のビームを標的に衝突させることによって調べる．特定の光子エネルギーに対する断面積を求めるには 2 つの光子エネルギーで実験をし，計数率の差をとる．

大きい．パリティと角運動量保存の観点からは 1 つの殻とその次の殻の間の 1 核子遷移の方が，1 つとばして次の次の殻へ移る遷移よりも確率が大きいので，この結果は驚くべきことであった．

- ^{142}Nd については 1 つの狭い吸収の共鳴が見られるが，質量数が増えると 2 つの共鳴に分裂する．
- 断面積を積分すると，閉じている最外殻のそれぞれの核子の遷移により期待される断面積の和にほぼ等しい．これは，この共鳴に最外殻のすべての陽子と中性子がコヒーレントに寄与しているということを意味している．

この巨大共鳴を定性的に説明すると，陽子と中性子が互いに逆方向に振動している（図 18.4）．^{150}Nd は扁長（レモン型）に変形している．この原子核に現れる 2 つのピークは対称軸方向の振動（低い側のピーク）とそれに垂直な方向の振動（高い側のピーク）に対応している．

以下では巨大共鳴のこのような直観的な描像と励起エネルギーとを殻模型の枠組みの中で説明しよう．

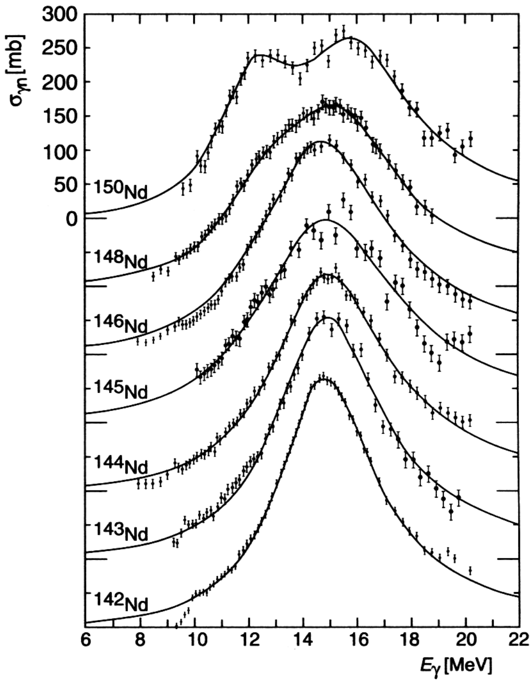


図 18.3 γ 線吸収によって引き起こされた中性子放出の断面積をネオジム同位体について測ったもの [Be75]．それぞれのグラフの縦軸は見やすくするためにずらしてある．ネオジムの同位体は球対称核から変形核への遷移を示す．^{142}Nd は球対称な原子核なので巨大共鳴は狭い．^{150}Nd は変形核なので 2 つのピークがある．

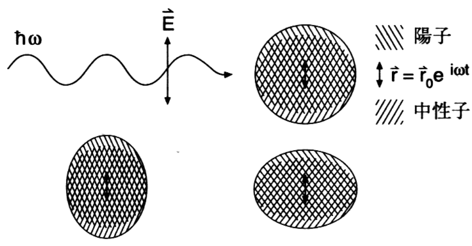


図 18.4 巨大双極子共鳴は陽子と中性子の互いに反対方向への振動と解釈できる．変形核（下側の図）では 2 つの異なる振動のモードがある．

■巨大双極子共鳴 例として 2 重魔法数の原子核 ^{16}O を再び取り上げよう．光子を吸収することによって核子が $1p_{3/2}$ ないし $1p_{1/2}$ の殻から $1d_{5/2}$, $1d_{3/2}$ ないし $2s_{1/2}$ の殻へ励起されて移ると仮定しよう．この核子が 1p 殻へ戻り，励起エネルギーを衝突によって他の核子に反跳として与えると，今度はその核子が 1p 殻から 1d ないし 2s 殻に励起しうる．1 核子の高い準位への励起によって生じる原子核の状態が縮退しているとすれば，そのような状態は励起する確率がすべて同じであるに違いない．

そういう場合には単純な 1 粒子描像はもともと使うことができない．現実には近似的にこのようなことが起こっており，励起状態はほとんど縮退している．

このような状態は原子核の中にできた 1 つの空孔とそれより上の殻の 1 粒子の組み合わせとして理解できる．粒子と閉殻でない殻にいるすべての核子との相互作用は，粒子と空孔の間の相互作用として記述される．この相互作用は，粒子–空孔系のスピンとアイソスピンに依存し，状態の強い混合をもたらす．以下では，すべての 1 粒子–1 空孔状態の遷移強度がこの混合によりどのようにして 1 つの状態に集中するかを，たいへん単純化された模型を用いて示す．

1 粒子殻模型に基づき，中心力ポテンシャルの中での核子のハミルトン演算子を $\mathcal{H}_0$ と書くことにする．閉殻からその 1 つ上の殻への粒子の遷移に際しては，粒子–空孔相互作用も考慮に入れなければならない．つまりハミルトン演算子を

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{V} \tag{18.21}$$

と書く必要がある．この粒子–空孔相互作用 $\mathcal{V}$ によって 1 粒子状態の混合が起こるので集団励起が現れる．

ここでスピンとパリティが 1^- の粒子–空孔状態を考察してみよう．これは角運動量 $\boldsymbol{j}_1$ と $\boldsymbol{j}_2$ のベクトル和が $1\hbar$ になり，軌道角運動量量子数の和 $\ell_1 + \ell_2$ が奇数（それにより負のパリティが生じる）であるような粒子–空孔の組み合わせによってのみ生じる．1p 殻から 1d ないし 2s 殻への核子の励起のみに限定すると，次のような粒子–空孔状態が可能である：

$$\left|\phi^{-1}_{1\mathrm{p}_{3/2}}\phi_{1\mathrm{d}_{5/2}}\right\rangle, \quad \left|\phi^{-1}_{1\mathrm{p}_{3/2}}\phi_{2\mathrm{s}_{1/2}}\right\rangle, \quad \left|\phi^{-1}_{1\mathrm{p}_{3/2}}\phi_{1\mathrm{d}_{3/2}}\right\rangle,$$
$$\left|\phi^{-1}_{1\mathrm{p}_{1/2}}\phi_{2\mathrm{s}_{1/2}}\right\rangle, \quad \left|\phi^{-1}_{1\mathrm{p}_{1/2}}\phi_{1\mathrm{d}_{3/2}}\right\rangle.$$

^{16}O 原子核は陽子，中性子とも閉殻なのでそのような状態は陽子の励起についても中性子の励起についても存在しうる．これらの状態はすべてエネルギーがほぼ同じなので近似的に縮退していると見なすことができる．

重い原子核では 1 つの殻あたりの核子数が大きいので，ほぼ縮退している $J^P = 1^-$ の粒子–空孔状態の数も多い．粒子–空孔状態の数 N は質量数が中位の原子核では 10 から 20 の間である．

1 粒子励起と集団励起の関係は簡単な模型で説明することができる [Br67]．粒子–空孔状態を簡略化して $|\psi_i\rangle$ と書くことにする：

$$|\psi_i\rangle = \left|\phi^{-1}_{j_1}\phi_{j_2}\right\rangle \quad ただし \quad i = 1, \ldots, N. \tag{18.22}$$

そうすると $|\psi_i\rangle$ は定義により摂動のないハミルトニアンの固有状態である：

$$\mathcal{H}_0 \left|\psi_i\right\rangle = E_i \left|\psi_i\right\rangle. \tag{18.23}$$

$|\Psi\rangle$ は全ハミルトニアンのシュレーディンガー方程式の解である：

$$\mathcal{H}\,|\Psi\rangle = (\mathcal{H}_0 + \mathcal{V})\,|\Psi\rangle = E\,|\Psi\rangle\,. \tag{18.24}$$

式 (18.22) の状態 $|\psi_i\rangle$ が張る空間に波動関数 $|\Psi\rangle$ を射影すると，

$$|\Psi\rangle = \sum_{i=1}^{N} c_i\,|\psi_i\rangle \tag{18.25}$$

と書ける．ここで係数 c_i は次の永年方程式を満たす：

$$\begin{pmatrix} E_1+V_{11} & V_{12} & V_{13} & \cdots \\ V_{21} & E_2+V_{22} & V_{23} & \cdots \\ V_{31} & V_{32} & E_3+V_{33} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ \vdots \end{pmatrix} = E \cdot \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ \vdots \end{pmatrix}. \tag{18.26}$$

簡単のためすべての V_{ij} が等しいと仮定する：

$$\langle\psi_i|V|\psi_j\rangle = V_{ij} = V_0. \tag{18.27}$$

そうすると永年方程式の解は簡単で，係数 c_i は

$$c_i = \frac{V_0}{E-E_i}\sum_{j=1}^{N} c_j \tag{18.28}$$

と書ける．ここで $\sum_j c_j$ はある定数である．両辺を N 個の粒子–空孔状態について和をとり，$\sum_i c_i = \sum_j c_j$ であることを考慮すれば永年方程式の解として

$$1 = \sum_{i=1}^{N} \frac{V_0}{E-E_i} \tag{18.29}$$

という関係が得られる．

この方程式の解はグラフを用いて理解するのが最もよい（図 18.5）．方程式の右辺は $E = E_i$ $(i = 1, \ldots, N)$ に極（ポール）を持っている．式 (18.29) の解 E_i' は右辺が 1 になるような位置にある．解となるエネルギーは横軸上に黒丸で示してある．$N-1$ 個の固有値 E_i（この図では 3 つ）は摂動がない場合のエネルギー $E_1, \ldots, E_n$ の間に「はさまれて」いる．これに対し図の中で E_C と書かれているのは例外であって，以下に示すように集団状態を示す．この図で仮定しているような斥力の相互作用 $(V_0 > 0)$ では集団状態のエネルギーは粒子–空孔状態のエネルギーの上にある．

エネルギーのずれを定量的に計算するために，すべての i について $E_i = E_0$ を仮定する．そうすると式 (18.29) は，

$$1 = \sum_{i=1}^{N} \frac{V_0}{E_\mathrm{C}-E_i} = \frac{NV_0}{E_\mathrm{C}-E_0} \tag{18.30}$$

となる．これにより

$$E_\mathrm{C} = E_0 + N\cdot V_0. \tag{18.31}$$

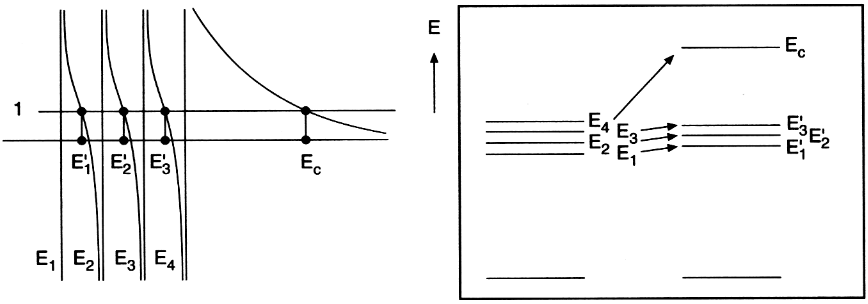


図 18.5　左図は永年方程式 (18.26) の解を図で示したもの．横軸は E，縦軸は式 (18.29) の右辺の値．右図はエネルギー準位のずれを図式的に示したもの．

集団状態のエネルギーのずれは縮退した状態の数に比例する．実験結果によると巨大共鳴のエネルギーは 2 つの殻の間隔のほぼ 2 倍になっている．つまり $N \cdot V_0 \approx E_0$ になっている．重い原子核では有効相互作用が減少するが，より多くの状態が集団運動に参加するのでこれは打ち消される．

集団状態については展開係数

$$c_i^{(\mathrm{C})} = \frac{V_0}{E_\mathrm{C} - E_i} \sum_j c_j^{(\mathrm{C})} \tag{18.32}$$

は集団状態のエネルギー E_C が E_i から十分離れている限りはほとんど i によらない．集団状態は次のような配位を持っている：

$$|\psi_\mathrm{C}\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j_i j_k} \left|\phi_{j_i}^{-1} \phi_{j_k}\right\rangle . \tag{18.33}$$

すべての i について $E_\mathrm{C} > E_i$ なので，すべての粒子–空孔状態が同じ符号で足し合わされて強め合っていることにこの状態の特徴がある．他の $N-1$ 個の対角成分の状態では 1 つの c_j のみが大きく，その他は小さくて異なる符号を持っている．したがって状態の重ね合わせにより弱め合う．遷移確率も，集団的な場合には振幅のコヒーレントな重ね合わせにより大きくなるが，それ以外の場合には小さい．このことを次に示そう．

式 (18.27) のようにすべての V_{ij} が等しいと仮定しないと計算はより複雑になるが，全般的な結論は変わらない．V_{ij} がおよそ同じくらいの大きさである限り，1 番上の状態は他の状態よりもずっと上にずれて，粒子–空孔状態のコヒーレントな和として現れる．

■遷移確率の概算　電気 2 重極（双極子）遷移の演算子は

$$\boldsymbol{D} = e \sum_{p=1}^{Z} \boldsymbol{x}_p \tag{18.34}$$

である．ここで $\boldsymbol{x}_p$ は原子核の中の Z 個の陽子の位置を示す．$\boldsymbol{x}_p$ がどの座標系での値かが明らかでないので少し書き換える必要がある．最も自然な座標系は原子核の重心系である：

$$\boldsymbol{D} = e\sum_{p=1}^{Z}(\boldsymbol{x}_p - \boldsymbol{X}) \quad \text{ただし} \quad \boldsymbol{X} = \frac{1}{A}\Bigl(\sum_{p=1}^{Z}\boldsymbol{x}_p + \sum_{n=1}^{N}\boldsymbol{x}_n\Bigr). \tag{18.35}$$

これは次のように変形できる：

$$\boldsymbol{D} = e\frac{N}{A}\sum_{p=1}^{Z}\boldsymbol{x}_p - e\frac{Z}{A}\sum_{n=1}^{N}\boldsymbol{x}_n. \tag{18.36}$$

この表現は次のように解釈することができる：

$$\begin{aligned} e_{\mathrm{p}} &= +eN/A \quad (\text{陽子の有効電荷}), \\ e_{\mathrm{n}} &= -eZ/A \quad (\text{中性子の有効電荷}). \end{aligned} \tag{18.37}$$

光子は陽子を 1 つの方向に「引っ張り」，中性子をそれと反対方向に「引っ張る」．だから重心は動かず，光子の影響のもとで陽子と中性子は常に反対方向に動く．

式 (18.1) の ψ_i と ψ_f に γ 放射の前後の核子の 1 粒子殻模型の波動関数を代入すると，いわゆる 1 粒子遷移確率が得られる．これに有効電荷の自乗の重みをかけると，遷移の集団的性質を推定することができる．

遷移確率を計算するには波動関数 (18.33) を行列要素

$$\mathcal{M}_{fi} = \int d^3x\,\psi_f^*\,D_z\,\psi_i \tag{18.38}$$

の計算をする際に使わなければならない．ここで D_z は双極子演算子 (18.34) の z 成分である．今の場合には ψ_i は閉殻の基底状態の波動関数 $|0\rangle$ に等しく，ψ_f は集団励起の波動関数 (18.33) に等しい．そうすると，

$$\mathcal{M}_{C0} = \frac{1}{\sqrt{N}}\int d^3x\,\left\{\left\langle\phi_{j_i}^{-1}\phi_{j_k}\right| + \left\langle\phi_{j_l}^{-1}\phi_{j_m}\right| + \cdots\right\}D_z\,|0\rangle\,. \tag{18.39}$$

基底状態と粒子–空孔励起の間の行列要素は閉殻の 1 粒子がより高い殻へ移る双極子遷移に等しい．その積分値

$$A_n = \int d^3x\,\phi_{j_k}^*\,D_z\phi_{j_i} \tag{18.40}$$

は j_i 殻の 1 粒子が j_k 殻へ遷移する振幅を表している．ここで n は合計 N 個ある粒子–空孔状態のうちのどれかを示す添字である．集団状態に寄与する遷移振幅 A_n の位相は磁気的なサブ準位の差の位相である．振幅を自乗すると，n の異なる項の積は正の符号と負の符号を持つものが同じ数だけ現れるので，足し合わせると位相は 0 となる．簡単のため絶対値 $|A_n|$ が n によらず等しいと仮定して $|A|$ と書くと，行列要素の自乗は

$$|\mathcal{M}_{\text{C0}}|^2 = \frac{1}{N}\left|\sum_{n=1}^{N} A_n\right|^2 = \frac{N^2}{N}\cdot|A|^2 = N\cdot|M_{1\,\text{粒子}}|^2 \tag{18.41}$$

となる．

そうすると遷移確率は再分配される．状態は混じり合うので，N 個の異なる励起状態がそれぞれ確率 $|A|^2$ で存在するのではなく，1 つの集団状態への全遷移確率が $N|A|^2$ になる．

この考えは陽子にも中性子にもあてはまる．しかし陽子と中性子の有効電荷 (18.37) は反対の符号を持っているので，原子核の中で陽子と中性子は位相が逆の振動をする．これが巨大双極子共鳴の半古典的な解釈である[注1]．変形した原子核では対称軸の方向とそれに垂直な方向の振動が起こりうる．そのために，図 18.3 で ^{150}Nd について示したように励起スペクトルにピークが 2 つできる．

集団的な双極子共鳴を殻模型を用いて扱う際にはわずかな数の粒子–空孔状態だけに限定し簡単な模型を使って解を求めたのであるが，双極子遷移強度が基本的になぜ 1 つの状態に集中するのかの説明は与えられている．共鳴は中性子放出のしきい値の上にあるので状態は連続状態の中にあり，主に中性子の散乱状態と混じり合う．そのため，光子吸収の断面積に狭い状態の代わりに広い幅を持った構造が観測される．

18.3　形の振動

■ 4 重極振動　実験によれば，これ以外にも原子核の集団状態があることがわかっている．励起をなるべく簡単にするために以下では偶偶核のみを考察する．偶偶核の基底状態は常に量子数 $J^P = 0^+$ を持っており，2 重魔法数の原子核と他の 2, 3 の原子核（図 17.5 と図 18.6）を別とすれば第 1 励起状態は $J^P = 2^+$ である．この励起準位の最も簡単な説明は，粒子対が壊れてエネルギー的に基底状態の次に低い $J^P = 2^+$ 状態に結合したというものである．しかし 2^+ 状態の寿命を測ると，電気 4 重極遷移の遷移確率は 1 粒子遷移の場合に期待される値よりも最大 2 桁まで大きいことがわかる．閉殻の外に十分な数の粒子があるような原子核では 1 番低い 2^+ 状態は基底状態の回転バンドの最初の励起状態である．これについては 18.4 節で述べる．一方，閉殻の外側にわずかな粒子しかない原子核では 2^+ 状態は原子核の平衡状態のまわりの幾何学的な形の振動によると考えることができる．その振動の平衡状態は近似的に球対称である．2^+ 状態を今扱っているのであるから，振動が 4 重極振動の性質を持っているのはもっともなことである（図 18.8 (a)）．

[注1] 巨大双極子共鳴のよい類似はプラズマ物理の中に見つけることができる．プラズマに電磁波を送るといわゆるプラズマ周波数のまわりの広い幅の電磁波が吸収される．この周波数で自由電子全体がイオンに対し振動している．

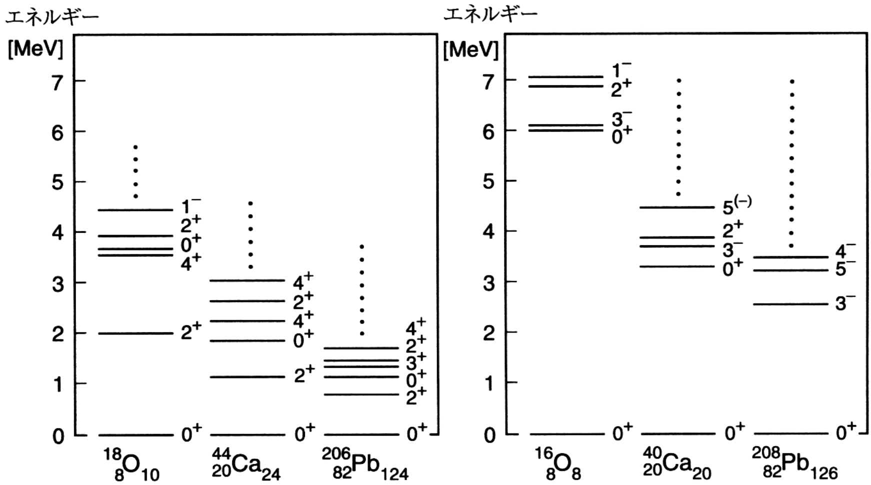


図 18.6 片方だけ魔法数の 3 つの偶偶核 ^{18}O, ^{44}Ca, ^{206}Pb のエネルギー準位（左）と 2 重魔法数の 3 つの原子核 ^{16}O, ^{40}Ca, ^{208}Pb のエネルギー準位（右）．左図の場合は第 1 励起状態が量子数 $J^P = 2^+$ を持っている．右図にはこのような状態はない．その代わりに低い 3^- 状態がある．これらの状態から基底状態への遷移確率は 1 粒子励起の場合に期待される値より大きい．これらの状態はそれぞれ集団的な 4 重極振動 (2^+) および 8 重極振動 (3^-) によると解釈される．

電子散乱の実験では巨大双極子共鳴の近くのもっと高い励起エネルギーのところに更に $J^P = 2^+$ の集団状態が観測される．これを巨大 4 重極共鳴と呼ぶ．

巨大双極子共鳴の場合と同様に，4 重極振動をしているという描像は殻模型と核力の性質とによって説明されなければならない．1 粒子の描像では集団励起は 1 つの殻に属する粒子が位相を合わせて励起するときにのみ発生しうる．巨大双極子共鳴の場合にはすべての粒子–空孔の励起状態がコヒーレントに足されることによって生じることを見た．$J^P = 2^+$ の状態をつくるには 1 粒子が次の次の上の殻へ移るか，同じ殻の中の次の準位に移ることが必要である．これは殻状態のスピンとパリティによってそうなるのである．^{48}Ca までは殻は順にパリティ $+1$ と -1 を持つ．^{48}Ca より重い原子核では少なくとも同じような大きさ j を持つ殻状態は次の殻では反対のパリティを持っている．粒子–空孔状態はこのような場合近似的に縮退していて集団励起が起こりうる．同じ殻の中での粒子の励起は最も低い 4 重極振動になるが，次の次の殻へ粒子が励起すると巨大 4 重極共鳴になる．

巨大双極子共鳴は半古典的な描像では陽子と中性子が反対方向に振動することによって発生するのに対し，4 重極振動では陽子と中性子は同位相で動く場合も反対の位相で動く場合もある．同位相の運動ではアイソスピンは変化しない．反対の位相の運動ではアイソスピンが 1 だけ変化する．以下では同位相の場合のみを考察する．同位相の運動を起こさせるような粒子–空孔状態間の相互作用は明らかに引力の性質を

持っている．集団的な 2^+ の状態の永年方程式を解くとすると，引力的な相互作用のためにエネルギー準位が低い方にずれるということがわかるであろう．エネルギー的に 1 番低い状態は $J^P = 2^+$ の粒子–空孔状態のコヒーレントな重ね合わせとして組み上げられた配置を持っている．この状態は集団状態として下にずれている．

殻模型の枠組みの中で様々な集団励起が図 18.7 に図式的に示されている．巨大 4 重極共鳴は 2 つの部分に分かれる．その 1 つは $\Delta I = 1$ で，陽子と中性子の斥力によって生じるものであるが，巨大双極子共鳴と同様に励起エネルギーが高くなる方向にずれる．もう 1 つの $\Delta I = 0$ の巨大 4 重極共鳴は形の振動に対応し，励起エネルギーが低くなる方向にずれる．しかし，いずれの場合も，ずれの程度は巨大 4 重極共鳴の方が巨大双極子共鳴よりも小さい．このことは励起の集団性が 4 重極共鳴の方が小さい，ということを示唆している．これについては次のような説明をすることができるであろう．1 粒子–1 空孔状態から巨大双極子共鳴が組み立てられるのであるが，その共鳴状態からはエネルギーの理由により，同じ殻の中の 1 粒子–1 空孔励起のわずかな数の他の状態へしか遷移できない．それ故に 1 粒子–1 空孔励起からできているこの状態が長い寿命を持ち，強いコヒーレンス性を示すのである．一方，4 重極共鳴は次の次の殻への励起から組み立てられているのであるが，同様のことは成り立たない．次の次の殻への 1 粒子–1 空孔励起は 2 粒子–2 空孔状態に崩壊しうる．したがって寿命は短く，コヒーレンスは少なく，集団性もより小さい．

陽子と中性子が同位相で動くと原子核の変形となって現れる．このような変化は殻模型では定量的な記述がほとんどできない．殻模型の波動関数は球対称のポテンシャ

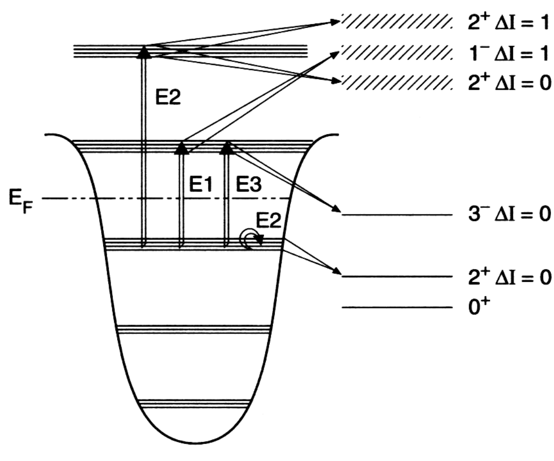


図 18.7　殻模型の枠組みの中で集団励起を考えた場合の図．形の振動は $\Delta I = 0$ と示されている．陽子と中性子が同位相で振動する集団状態は低いエネルギーへとずれる．陽子と中性子が逆位相で振動する状態 ($\Delta I = 1$) は，高いエネルギーへとずれる．フェルミエネルギー E_{F} 以下では殻は核子に占められている．基底状態と 1 粒子励起状態は対エネルギーの分だけエネルギー差がある．

ルについて得られるものだからである．形が振動する際にはポテンシャルの形も変わるので，核子の運動もそれに適応しなければならない．大きな 4 重極振動をする原子核を定量的に扱うには全波動関数が振動の波動関数と 1 粒子の波動関数とからできているハイブリッド形式で記述しなければならない．

■ **8 重極振動** ^{16}O, ^{40}Ca, ^{208}Pb のような 2 重閉殻の原子核では低い位置に 3^- 状態が現れる（図 18.6）．その状態と基底状態の間の遷移確率は 1 粒子遷移の予測値よりも最大 2 桁大きい．このような状態は 8 重極遷移（図 18.8 (b)）として解釈できる．集団的な 3^- 状態は巨大双極子共鳴の場合と同じように隣接する殻への粒子–空孔励起から組み立てることができる．形が振動する際に陽子と中性子は同じ位相で振動するので粒子–空孔相互作用はこの場合引力的である．集団的な 8 重極励起はエネルギーの低い方へずれる．

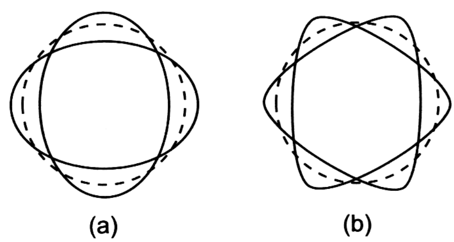


図 18.8 (a) 4 重極振動，(b) 8 重極振動．

■ **まとめ** ここで説明しようとした集団励起の描像はまとめると次のように言うことができる．原子核の中で殻はエネルギー的にはっきりと分かれているので，核子が上の殻へ励起するとエネルギー的にほぼ縮退した粒子–空孔状態ができる．粒子–空孔状態がコヒーレントに重ね合わさると集団励起が生じる．形の振動は 1 粒子運動のコヒーレントな重ね合わせと解釈することができる．ただし定量的に記述するのは集団的変数を用いて初めて可能になる．

18.4 回転状態

閉殻の外に十分たくさんの核子のある原子核は特徴的な励起のパターンを示す．全角運動量が順次増加する一連の状態があり，その状態の間隔はだんだん増加する．このような励起を原子核の回転と解釈し，一連の状態を分子物理にならって**回転バンド** (rotation band) と呼ぶ．回転バンドの状態間の電気 4 重極遷移は特に集団的性質が顕著である．原子核が強く変形していると考えると，励起パターンも 4 重極遷移の集団的性質もうまく説明できる [Bo53]．一般に原子核の基底状態がゼロでないスピン

を持っていると，それと集団励起の角運動量とが結合する．ここでは偶偶核のみを扱うことにするので，偶偶核の基底状態はスピンがゼロであるからその問題を回避する．

古典力学では回転エネルギーは角運動量 $\boldsymbol{J}$ と慣性モーメント Θ によって次のように与えられる：

$$E_{\mathrm{rot}} = \frac{|\boldsymbol{J}_{\mathrm{rot}}|^2}{2\Theta}. \tag{18.42}$$

一方，量子力学では回転はハミルトニアン

$$\mathcal{H}_{\mathrm{rot}} = \frac{\boldsymbol{J}^2}{2\Theta} \tag{18.43}$$

によって記述される．量子力学的な系では回転は対称軸に垂直な方向に起こらなければならない．角運動量演算子 $\boldsymbol{J}$ の固有状態は球面調和関数 Y_J^m であり，それが波動関数の角度分布を記述する．これらの関数に対しハミルトニアンの固有値は

$$E_J = J(J+1)\frac{\hbar^2}{2\Theta} \tag{18.44}$$

である．$E_{J+1} - E_J = 2(J+1)\hbar^2/2\Theta$ なので，隣り合う状態間のギャップは線形に増加する．これは回転状態に特徴的な性質である．基底状態が $J^P = 0^+$ の原子核では対称性の理由により偶数の J のみが可能である．スピンと励起エネルギーから慣性モーメント Θ を決定することができる．

実験データを 2 つの例について示そう．原子核が強い変形をする質量領域であるランタノイドとアクチノイドから例を選ぶことにする．

■クーロン励起　高く励起した回転状態をつくるため重イオン反応におけるクーロン励起がよく用いられる．相互作用がもっぱらクーロン励起によって起こることを保証するためには両方の原子核が核力の到達距離よりも離れていなければならない．このとき入射粒子のエネルギーは原子核の**クーロンしきい値** (Coulomb threshold)

$$E_{\mathrm{C}} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R_1 + R_2} = \frac{Z_1 Z_2 \alpha \cdot \hbar c}{R_1 + R_2} \tag{18.45}$$

を超えないように選ばなくてはならない．反応に際して原子核の波動関数のすそが影響をしないように，反応する両方の原子核の半径 R_1 と R_2 には式 (5.56) の値よりも大きな値を代入する．例えば $R = 1.68\ \mathrm{fm} \cdot A^{1/3}$ とする [Ch73].

例として入射原子核 $^{90}_{40}\mathrm{Zr}$ の標的原子核 $^{232}_{90}\mathrm{Th}$ によるクーロン散乱を考察しよう．$^{90}\mathrm{Zr}$ イオンをタンデム型ヴァン·デ·グラーフ加速器で運動エネルギー $E_{\mathrm{Zr}} = 415\,\mathrm{MeV}$ まで加速すると，衝突する 2 つの原子核の重心系エネルギーは，

$$E_{\mathrm{cm}} = \frac{A_{\mathrm{Th}}}{A_{\mathrm{Zr}} + A_{\mathrm{Th}}} E_{\mathrm{Zr}} \approx 299\,\mathrm{MeV} \tag{18.46}$$

となる．

両方の原子核の電荷数と半径を式 (18.45) に代入すると $E_{\mathrm{C}} \approx 300\,\mathrm{MeV}$ を得る．

つまり重心系エネルギーは，その値を超えれば電磁気相互作用以外の効果が現れるであろう境界のわずか下にある．

入射核 ^{90}Zr は標的原子核のクーロン場の中で双曲線の軌道を描く（図 18.9 (a)）ので，^{232}Th 原子核は急激に変化する電場を感じる．^{90}Zr イオンの軌道が急に曲がるので時間に依存する電場のかなり高い周波数が生成され，エネルギーが約 1 MeV までの様々な励起が可能になる．

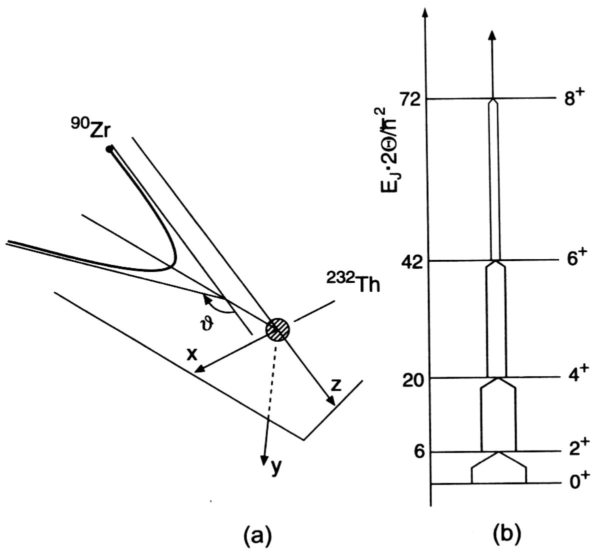


図 18.9 (a) ^{90}Zr+^{232}Th 反応の例における重イオン衝突の運動学．入射原子核は標的原子核のクーロン場の中で双曲線の軌跡を描く．(b) 回転バンドの多重クーロン励起を図式的に示したもの．連続的な 4 重極励起により $2^+, 4^+, 6^+, 8^+, \ldots$ の状態が励起される．強度は順次小さくなる．

クーロン励起と原子核による電子散乱の間には，量的のみならず質的な違いがある：

- 最も重要な違いは，クーロン励起では入射粒子が電荷 Ze を持っているので電子よりも相互作用が Z 倍強いことである．式 (5.31) の行列要素において α を $Z\alpha$ で置き換えなければならない．これは断面積が Z^2 倍だけ大きいことを意味する．
- クーロンしきい値以下であるためには入射粒子のエネルギーは低くなければならず，入射粒子の速さは $v \lesssim 0.05\,c$ である．したがって磁気的相互作用は重要ではない．
- イオンビームの軌跡は非弾性衝突の場合でも古典的に計算することができる．クーロン励起の場合，入射粒子の運動エネルギーの変化は 1% 以下なので，その軌道

は弾性散乱の場合とほとんど変わらない．仮想光子の周波数分布はたいへん正確にわかるので遷移振幅を精密に計算することができる．

Ze により結合が強いので，1 つの準位から更に上の準位へと連続的に励起することが可能である．これは図 18.9 (b) に図式的に示してある．回転バンドの中で 4 重極励起が 2^+ から 4^+ を経て 6^+ へと連続して起こる．

γ 線スペクトロスコピーにおいてクーロン励起が好んで用いられるのはもっともなことである．クーロン励起による反応では主に回転バンドの中の一連の状態に励起される．励起状態への反応断面積から遷移確率が得られるので回転バンドの集団性について最も重要な情報が得られる．それぞれの状態への反応断面積を測ることによって回転バンド内の電気 4 重極遷移の遷移確率も同時に決定することができる．

原子核の γ 線スペクトロスコピーにおいてゲルマニウム半導体検出器が用いられるようになったのはたいへん重要な進歩であった．図 18.10 には ^{90}Zr イオンの散乱によって ^{232}Th がクーロン励起された後に放出された γ 線のスペクトルの低エネルギー部分が示してある．この γ 線スペクトルは，後方に散乱した ^{90}Zr イオンをシリコン半導体検出器で同時計測し，γ 線はゲルマニウム半導体検出器で測定することによって得られた（図 18.11）．

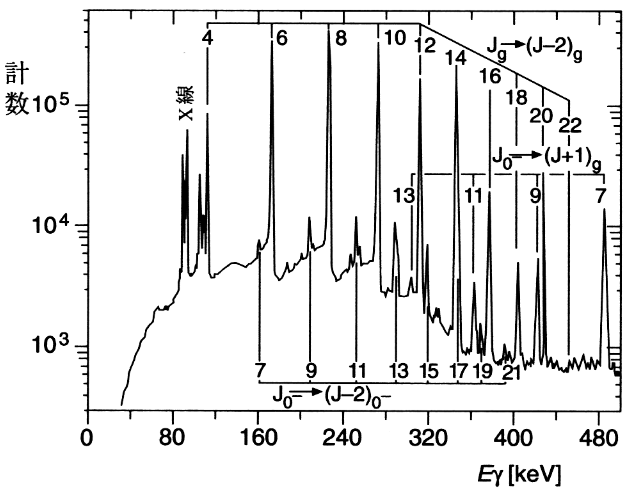


図 18.10　クーロン励起された ^{232}Th 原子核の γ 線スペクトル．3 つの系列の γ 線ピークが見られる．最も強いピークは基底状態の回転バンド内の遷移 $J_g \to (J-2)_g$ である．他の 2 つの系列は強く抑制されている．これらは励起状態の上に乗っている回転バンドが関与する γ 線である（図 18.12 参照）[Ko88].

エネルギー分解能がたいへんよいので，回転バンドの中の個々の遷移を分離して検出することができる．図 18.10 には 3 つの系列があるのがわかる．最も強いのは基

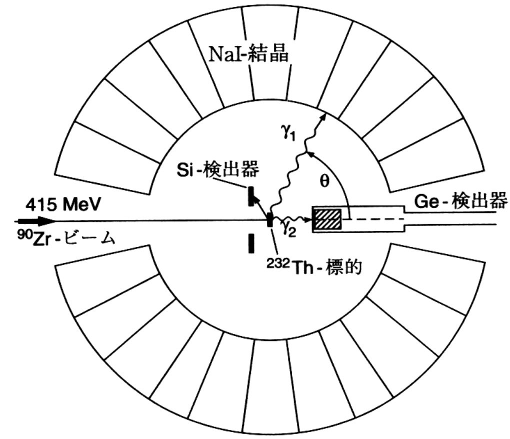


図 18.11 重イオン衝突によるクーロン励起を調べる実験の配置．ここに示す例では ^{90}Zr ビームが ^{232}Th 標的にぶつかる．後方に散乱された Zr はシリコン検出器によって検出される．γ スペクトルの精密測定にはゲルマニウム検出器が用いられる．ゲルマニウム検出器はエネルギー分解能がよいので回転バンド内の γ 線カスケードを測定できる．γ 線は更に NaI 結晶で大立体角を持った測定器によっても測定される．NaI のエネルギー分解能はゲルマニウムよりも劣る．シリコン検出器と NaI 結晶の同時計測の条件を課すことによってゲルマニウム検出器で測ろうとする原子核の回転状態のエネルギー領域を選ぶことができる（[Ko88] による）．

底状態の上に乗る回転バンドの中の遷移 $(J_{\rm g} \to (J-2)_{\rm g})$ である．式 (18.44) によると準位の間隔は J とともに線形に増加するので γ 線のエネルギーも線形に増加し，その結果 γ 線のエネルギー間隔は等間隔になるはずである．実際にはこれは近似的にしか成り立っていない．その理由はスピンが大きくなると慣性モーメントが大きくなるからだとして説明できる．180° に近い散乱角の散乱事象を選ぶのは，入射粒子が標的のたいへん近くにまで達し，最も接近した点で大きな減速と加速を受けるからである．入射粒子が放出する仮想光子のスペクトルには高い周波数が含まれ，これは高いスピン状態を励起するのに役立つ．このような測定から得られたスペクトルが図 18.12 に示してある．基底状態の上に乗る回転バンドのほかに励起状態の上に乗る回転バンドも図に示されている．この場合では励起状態は振動状態であると解釈できる．

■核融合反応 最も高いスピンの励起状態を得るには核融合反応が用いられる．例えば

$$^{48}\text{Ca} + {}^{108}\text{Pd} \longrightarrow {}^{156}\text{ Dy} \longrightarrow {}^{152}\text{ Dy} + 4\text{n}$$

^{48}Ca 原子核では運動エネルギーが 200 MeV あればクーロン障壁を超えることができる．2 つの原子核がちょうど接し合ったときに核融合が起これば，核融合の生成物 ^{156}Dy は角運動量

$$\ell\hbar \approx (R_1 + R_2)\sqrt{2mE} \tag{18.47}$$

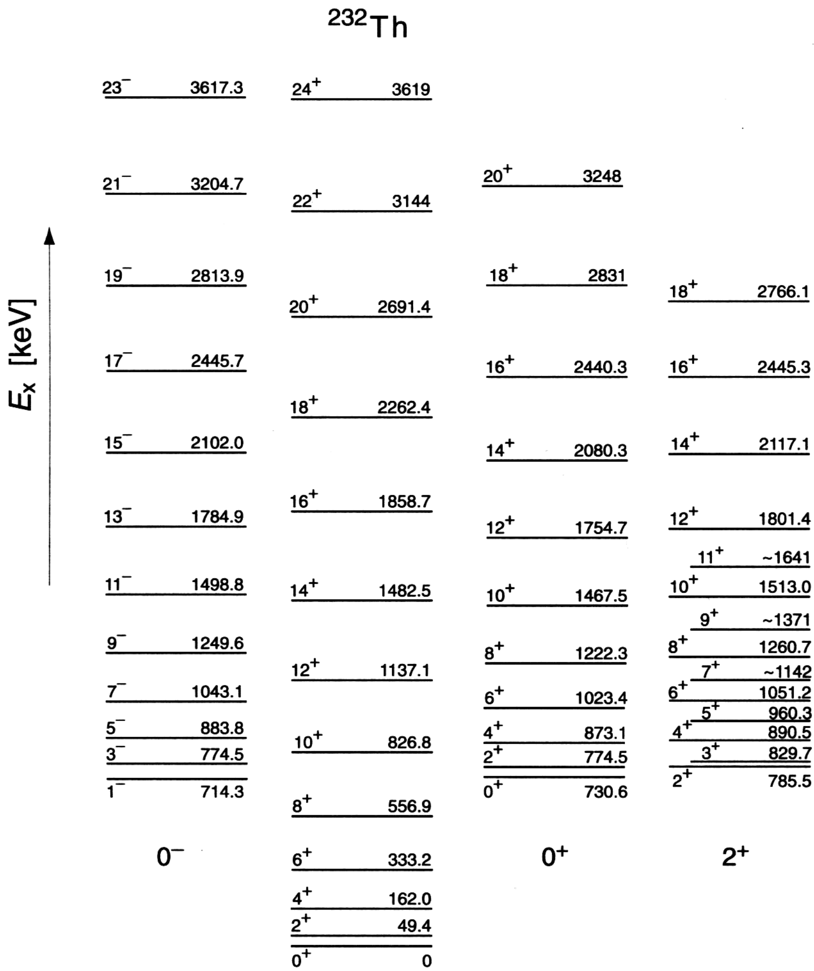


図 18.12　^{232}Th の原子核のスペクトル．励起エネルギーの単位は keV である．$J^P = 24^+$ まで達する基底状態の回転バンドのほかに，振動励起の上に乗った回転バンドも観測される（[Ko88] による）．振動状態の量子数がそれぞれのバンドの下に与えられている．対称性により，$J^P = 0^-$ の振動状態の上には，奇数の角運動量を持つ回転状態だけがつくれる．

を持つ．ここで m は ^{48}Ca–^{108}Pd 系の換算質量である．R_1 と R_2 にはもちろん式 (5.56) による正しい原子核半径を代入する必要がある．そうすると計算値は $\ell \approx 180$ になる．実際には核融合反応は入射粒子と標的が接するだけでなく重なり合って初めて起こる．したがってこの数値は角運動量の達しうる上限であると考えるべきである．実験によればこの反応により $J^P = 60^+$ までが得られている（図 18.14）．

■慣性モーメント　慣性モーメントの大きさは測定された回転バンドのエネルギー準位から式 (18.44) を用いて計算することができる．回転バンド内の電気 4 重極放射

の遷移確率から変形度 δ が得られる．4 重極放射の行列要素は，集団状態については式 (17.40) で与えられている原子核の 4 重極モーメントに比例している．実験から得られた慣性モーメントと変形パラメータの関係が図 18.13 に示してある．原子核の慣性モーメントは半径 R_0 の剛体球の慣性モーメントで割って規格化してある：

$$\Theta_{剛体球} = \frac{2}{5}MR_0^2. \tag{18.48}$$

慣性モーメントは変形が大きくなると増加する．実際の大きさは剛体球の半分くらいである[注2]．

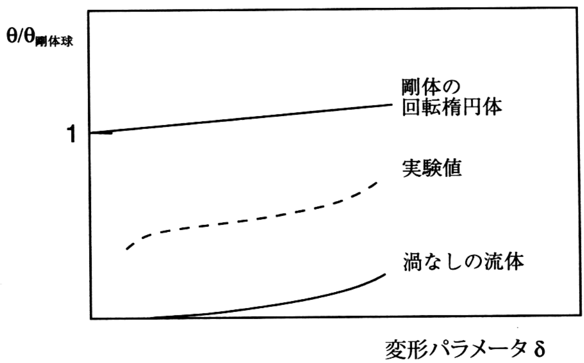


図 18.13 変形核の慣性モーメントを剛体球の慣性モーメントで割った量を変形パラメータ δ の関数として示した．剛体の回転楕円体と渦なしの流体という 2 つの極端な場合も比較のために示してある．

図 18.13 にはその他にも 2 つの極端な模型が示されている．変形した原子核が剛体のように振舞えば慣性モーメントは最大になる．原子核が渦なしの流体のように振舞うと反対の極限になる．

非圧縮性で内部摩擦のない理想流体は例えば**超流動**の ^{4}He であろう．摩擦のない流体の流れは渦なしである．質量がゼロの卵の殻の中に超流動のヘリウムを満たし回転すると渦なしの流れの慣性モーメントが得られるだろう．卵の球形からのずれのみが慣性モーメントに寄与し，内部は寄与しない．そのような場合には慣性モーメントは

$$\Theta = \frac{45\,\delta^2}{16\pi} \cdot \Theta_{剛体球} \tag{18.49}$$

となる．ここで δ は式 (17.39) の**変形パラメータ** (deformation parameter) である．

^{232}Th 原子核の例に話を戻そう．遷移確率から変形パラメータは $\delta = 0.25$ となる．原子核の回転が渦なしの流れとして記述できるのであれば，式 (18.49) により慣性

注2 剛体球との比較は当然ながら古典的にのみ意味がある．球対称の量子力学的な系の回転は存在しない．

モーメントは剛体球の慣性モーメントの 6% になるはずである．しかし基底状態の上の回転バンドの準位の間隔から

$$\frac{\Theta_{^{232}\mathrm{Th}}}{\Theta_{\text{剛体球}}} \approx 0.3 \tag{18.50}$$

となる．つまり実験から決定された慣性モーメントは上に挙げた両極端の場合の中間ぐらいになっている（図 18.13）．

この結果を定性的に理解することは容易である．17.4 節で述べたように，原子核の変形は互いに引力が働く軌道の重なり合いの結果であって，対称軸の方向（**扁長（プロレート）型**）ないし対称軸に垂直な方向（**扁平（オブレート）型**）に重なり合う（図 17.10 参照）．変形は軌道によるものであるから変形核は剛体の回転楕円体のように回転すると予想されるであろう．しかし実験結果は明らかにそうではない．剛体の回転からずれているので，原子核物質には超流動の成分がなければならないということを示唆している．実際，原子核は通常の流体と超流動の流体の混合物によって内部が満たされた卵の殻のように振舞う．

原子核物質の超流動の成分はおそらく核子対を形成する力によってつくられるものと思われる．角運動量が反対向きの核子が結合してスピンがゼロの対を成す（17.4 節参照）．そのようなスピンがゼロの系は球対称であるから回転運動には寄与しない．この対形成は，超伝導において電子が**クーパー対** (Cooper pair) を形成する [Co56b, Ba57] のと同様であると考えることができる．対を成した核子は，少なくとも回転に関しては原子核物質の超流動成分となる．このことは他方では，変形核において対を成さない核子もある，ということを意味している．変形が増すと，対を成さない核子の数が増えるはずである．このことは変形が増すと慣性モーメントが増加する（図 18.13）理由を説明している．

慣性モーメントが対を成さない核子の数に依存する現象は回転バンドの中にも観測される．角運動量が増すと原子核の回転速度が増し，核子に対する遠心力も増加する．それにより核子の対が壊れる．そのために，角運動量が増すと剛体の慣性モーメントに近づく．このことは ^{152}Dy の場合にはっきりと示すことができる．

^{152}Dy の励起スペクトル（図 18.14）はたいへん変わっている．^{152}Dy の基底状態はあまり変形していない．そのことは基底状態の上の回転バンドのエネルギー準位が $E \propto J(J+1)$ の法則にあまり合っていないことと遷移確率が小さいことからわかる．0^+ から 46^+ の状態まで見つかっているバンドは高いスピンの状態になって初めて回転バンドとしての特徴を示している．特に興味深いのは $J^P = 60^+$ まで達しているバンドである [Tw86]．このバンドの慣性モーメントは軸の長さの比が $2:1:1$ の剛体の回転楕円体の慣性モーメントになっている [Ra86]．このバンド内の遷移確率は 1 粒子遷移確率のほぼ 2000 倍である．この 2 つの回転バンドは扁長変形の結果であるのに対し，扁平変形の回転バンドと解釈できる状態も見つかっている．明らか

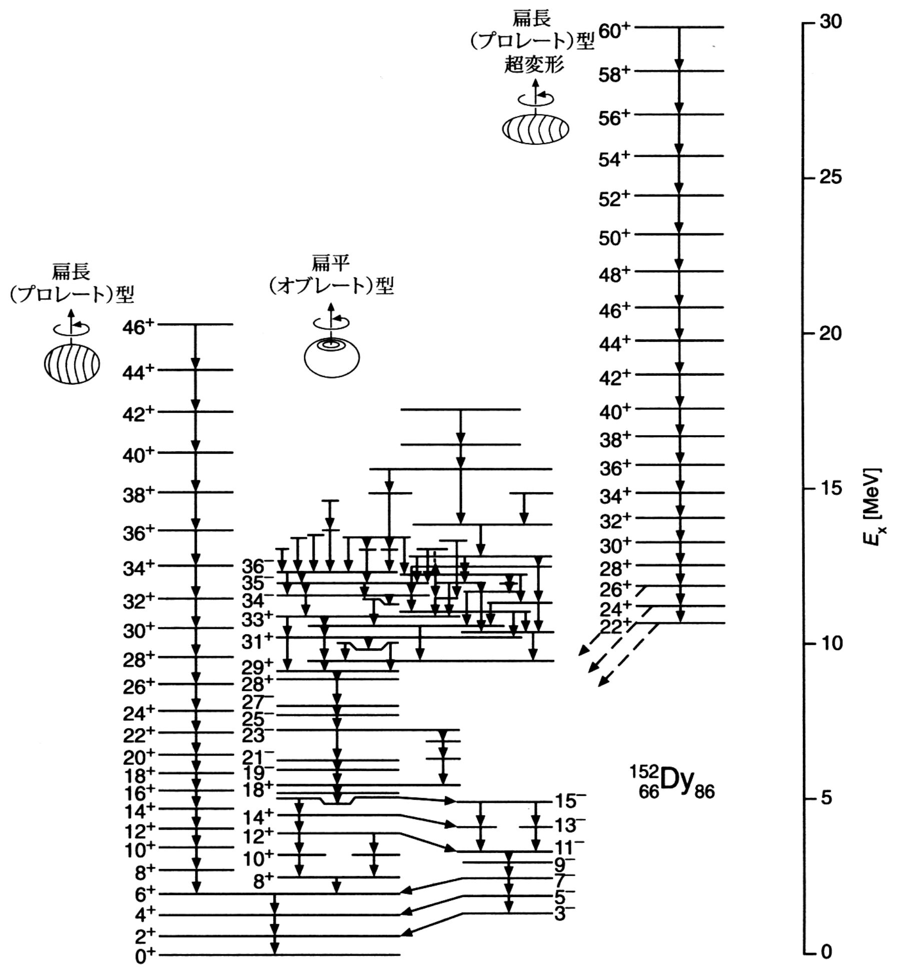


図 18.14　^{152}Dy の原子核のエネルギー準位 [Sh90]．低いエネルギー準位には典型的な回転バンドを示す状態はないが，高い励起状態には回転バンドがある．それらは原子核の変形度が大きいことを示唆している．

に ^{152}Dy は基底状態の近くに扁長型と扁平型の 2 つのエネルギー極小値を持っている．完全に閉殻になっていない原子核では変形した方が球対称であるよりも安定であるということをこの例はよく示している．原子核の構造のわずかな変化によって扁長型と扁平型のどちらがエネルギー的に有利かが決まる（図 17.10 参照）．

■変形核のその他の励起　これまでは変形核について回転という集団的な運動のみを扱ってきた．しかし，一般には，回転のほかにも変形核の平衡の形のまわりの振動や，特に奇核においてはっきりわかるような 1 粒子励起に対応する励起も起こる．1 粒子励起は，17.4 節で述べたように，変形したポテンシャルの中の核子の運動とし

て計算されなければならない．振動する原子核の場合と同様に，変形核もハイブリッド模型で記述される．つまり回転や振動の自由度に集団的な変数を用いる．1 粒子運動はこれらの集団的な変数と結合する．そのようなハイブリッド模型で原子核の励起を矛盾なく記述できることを示したのは，特に**ボーア** (A. Bohr) と**モッテルソン** (Mottelson) の研究の成果であった．

【問　題】

1　巨大電気双極子共鳴

(a) $Z = N = A/2$ の原子核の巨大双極子共鳴では陽子の重心と中性子の重心は平均どのくらい離れているか？ 共鳴エネルギーの A 依存性は $\hbar\omega \approx 80\,\mathrm{MeV}/A^{1/3}$ によりたいへんよく記述される．^{40}Ca の場合の数値を求めよ．

(b) この模型により双極子遷移の行列要素の自乗を計算せよ．

(c) 調和振動子ポテンシャルの殻模型を用いて陽子 1 つないし中性子 1 つの双極子遷移（式 (18.36)）の行列要素を計算せよ．その際，1 粒子励起のエネルギーは巨大共鳴による励起エネルギーのほぼ半分であることを用いよ．

2　変形　$^{176}_{71}$Lu 原子核の変形パラメータの値は $\delta = +0.31$ である．回転楕円体の半軸 a と b の比を求めよ．その形を描き，この原子核の 4 重極モーメントを計算せよ．

3　回転バンド　図 18.14 の ^{152}Dy のエネルギー準位において $J^P = 60^+$ まで達する回転バンドは軸の比が 2 : 1 : 1 の楕円体の回転に相当する．剛体の回転と見なしたときには楕円体の「端」にある核子の速度はどれだけか？ それをフェルミ気体中の核子の速度 $p = p_\mathrm{F} = 250\,\mathrm{MeV}/c$ と比較せよ．

第 19 章

原子核の熱力学

これまでの章では原子核の基底状態や低い励起状態の性質について扱ってきた．観測される現象は，一方では縮退したフェルミ粒子の系の特性を持っており，また他方では構成する粒子の数が限られていることから生じる特性も持っている．核力はよい近似で，核子がその中を自由に粒子として動くような平均場をつくる．殻模型では原子核の拡がりが考慮に入れられており，個々の核子の状態は動径成分の励起と角運動量とによって分類されている．熱力学の考え方では，このような系は温度がゼロである．

この章の始めの部分では高い励起状態にある原子核を扱う．高励起状態では原子核内での核子の平均自由行程が小さくなり，わずか約 1 fm になる．そうすると原子核は縮退したフェルミ粒子の系ではもはやなく，励起が増すにつれ通常の液体の状態に近づく．このような原子核を記述するには統計的な方法を用いるのが自然である．熱力学的な変数を用いれば原子核をはっきりと記述することができるであろう．原子核の励起は温度によって特徴づけられる．しかし厳密に言えば，温度は熱平衡にある大きな系においてのみ定義できること，そして大きな原子核でもそのような系の条件を完全には満たしていないことに留意しなければならない．更に，励起した原子核は熱平衡状態にはなく，むしろ核子や光子を放出して急速に冷えていく．実験結果を熱力学的に解釈する際には，このような問題点を考慮に入れなくてはならない．原子核の熱力学に関しては，原子核というよりもむしろ**原子核物質** (nuclear matter) という言葉が使われる．このことは，原子核物理から得られる多くの実験結果は大きな核子数の系へ外挿できる，ということを示唆している．その一例として，原子核の結合エネルギーを考察した際に，表面エネルギーとクーロンエネルギーを考慮に入れれば原子核物質中の核子の結合エネルギーを求めることができることを示した．この結合エネルギーはまさに質量公式 (2.8) の体積項にほかならない．

原子核物質の熱力学性質を研究するには重イオン反応が特に有効であることがわ

かっている．原子核–原子核衝突では原子核が融合し，短い時間ながら高密度・高温の原子核物質から成る系ができる．これらの反応についての実験と理論の結果を用いて原子核物質の相図を描いてみよう．

原子核の熱力学についての知見は，宇宙論や宇宙物理にたいへん重要なものである．今日の理解では，宇宙は誕生してすぐに，今日の宇宙よりも何桁も大きな密度と温度を持ついくつかの相を経過した．そのような条件は実験室では再現することができない．しかし宇宙の歴史の中で起こった多くの出来事の痕跡が残っている．この痕跡を状況証拠として手掛かりにして宇宙の発達の模型をつくろうとしているのである．

19.1　原子核の熱力学的な記述

すでに 3.4 節（図 3.10）で原子核の 3 つの励起の領域について述べた．

- 基底状態や低い励起状態は個々の核子の励起ないしは集団運動として記述できる．これは第 17 章と第 18 章で扱った．
- 粒子放出のしきい値よりずっと上には連続状態のみがあり離散状態はない．
- 粒子放出のしきい値の下やすぐ上は遷移領域であって，多くの狭い共鳴状態がある．しかしこの状態は原子核の構造に関する情報を何も持っていない．原子核のこのエネルギー領域の現象は**量子カオス** (quantum chaos) という概念を用いて記述されることが多い．

以下では上の第 2，第 3 番目の領域について述べる．統計的な模型を使うとこれらをうまく記述できるので，まず**原子核の温度** (nuclear temperature) という概念を考えてみよう．

■温度　原子核物理における温度という概念を ^{252}Cf の自発核分裂という例を通して導入しよう．^{252}Cf は半減期が 2.6 年で，3.1% の確率で自発核分裂する．核分裂破片が分裂する際に摩擦が起きるので，原子核分裂によって得られたエネルギーが核分裂破片の運動エネルギーに完全に変換されるわけではなく一部分は核分裂破片の内部エネルギーになる．つまり核分裂破片は熱くなる．

核分裂破片が冷える過程が図 19.1 に図式的に示されている．第 1 段階では冷却は低速の中性子の放出によって起こる．平均的に 4 つの中性子が放出される．それぞれの中性子は平均 2.1 MeV のエネルギーを持ち出す．核分裂破片が中性子放出のしきい値以下まで冷えた後は光子の放出によってのみ冷却されうる．

放出された中性子のエネルギースペクトルは蒸発スペクトルの形をしており，マクスウェル (Maxwell) 分布によって記述できる：

$$N_\mathrm{n}(E_\mathrm{n}) \sim \sqrt{E_\mathrm{n}} \cdot \mathrm{e}^{-E_\mathrm{n}/kT}. \tag{19.1}$$

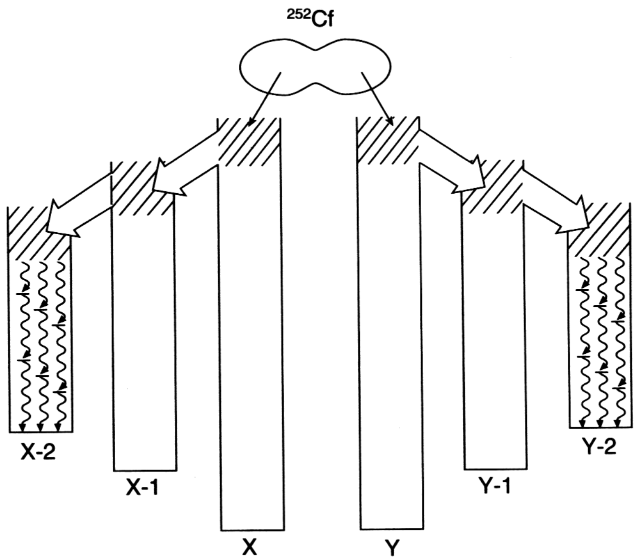


図 19.1 核分裂破片の冷却を図式的に示したもの．^{252}Cf 原子核は質量数が X と Y の 2 つの部分に分裂する．両者ともまず中性子を放出し，後には光子を放出して冷える．

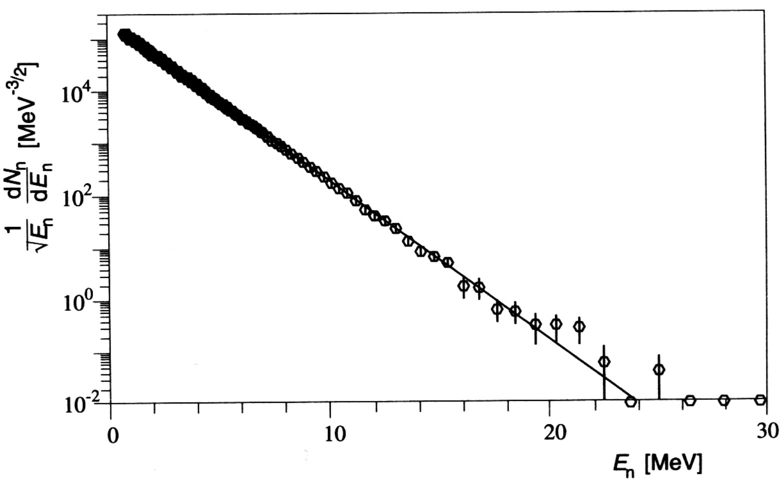


図 19.2 ^{252}Cf の自発核分裂において放出された中性子のエネルギースペクトル（[Bu88] による）．分布は $\sqrt{E_n}$ で割ったのちマクスウェル分布の指数関数で fit してある（実線）．

図 19.2 は実験で得られたスペクトルを $\sqrt{E_n}$ で割ったものである．その指数関数的な減少は，系の温度 T によって特徴づけられている．この例では $kT = 1.41\,\mathrm{MeV}$ である．核分裂破片の温度は原子核によって異なる．例えば ^{236}U の核分裂の場合には若干小さく，$kT = 1.29\,\mathrm{MeV}$ である．

図 19.3 に光子のエネルギースペクトルを示す．この光子は核分裂で生成された娘

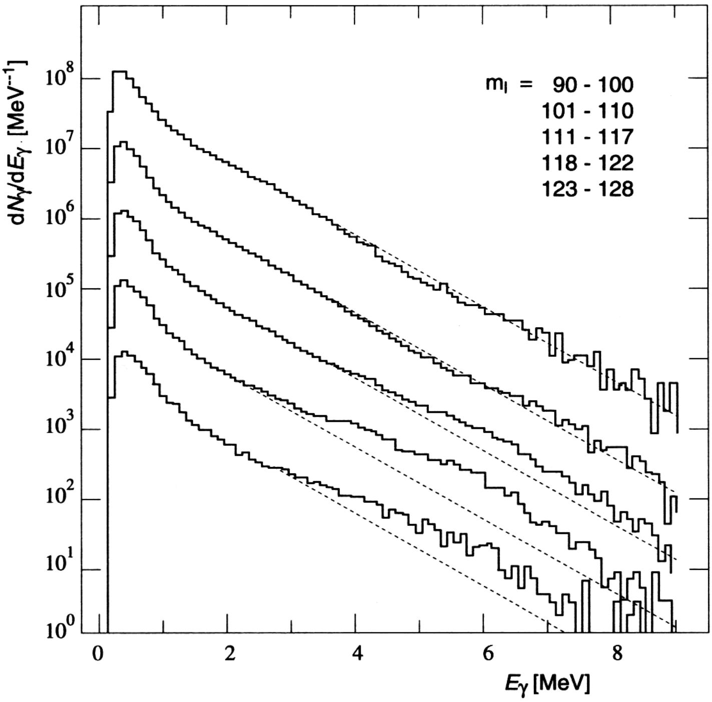


図 19.3 ^{252}Cf の自発核分裂に引き続いて放出された光子のエネルギースペクトル．核分裂破片の軽い方の質量数 m_1 の領域（下から上に増加）によって，異なるスペクトルが示してある．点線は指数関数ですべてのスペクトルを一度に fit したものである（[Gl89] による）．

核が γ 崩壊するときに放出されたものである．自発核分裂 1 つあたり平均 20 個の光子が放出される．そのうち 80% はエネルギーが 1 MeV 以下である．このスペクトルも蒸発スペクトルにたいへん似ている．光子のスペクトルは中性子のスペクトルよりも傾きが急である．このことは，原子核の低い励起状態で起こる光子放出の段階では原子核の温度がすでに低くなっていることを表している．

このように中性子と光子のスペクトルは統計的にうまく解釈できるので，次のような重要な結論が導ける．粒子放出のしきい値の近傍の状態はそれに対応する遷移を反映するものとして理解されるが，これも統計的な方法で記述できる．実際，観測されたスペクトルの形は，縮退したフェルミ気体の状態密度を統計的に考察することによって正確に導くことができる．

19.2 複合核と量子カオス

重い原子核の粒子放出のしきい値の下とわずか上の領域には多くの狭い共鳴がある．粒子放出のしきい値の下では状態は離散的で，それぞれの状態ははっきりした量

子数を持っている．しきい値のすぐ上の状態も同様である．これらの状態への崩壊は，状態密度によって統計的にのみ記述される．したがってこれらの状態は原子核の構造に関する特別な情報は何も持っていない．

■複合核 重い原子核の中性子捕獲では，多数の共鳴が観測される．そのような測定の一例が図 19.4 に示されている．トリウムによる**中性子の散乱**の断面積にたいへん多くの共鳴状態が現れる．エネルギー軸が eV の単位で与えられていることに留意されたい．つまりこれらの共鳴の間隔は原子核の低い励起状態のエネルギーギャップよりも 6 桁小さい．こうした観測結果はすでに 1930 年代にボーアによりいわゆる複合核模型として説明されている．強い相互作用のために中性子は原子核中で平均自由行程がたいへん短く，またたく間にエネルギーを原子核中の他の核子に分配する．その全エネルギーが再び 1 つの核子に集まる確率は小さい．だから核子は原子核から放出されることはない．そこで複合核状態の寿命は長く，したがって共鳴の幅は狭くなる．

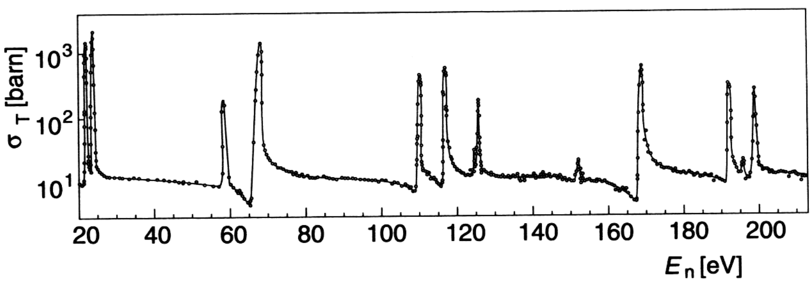


図 19.4 反応 ^{232}Th + n の全断面積を中性子のエネルギーの関数として表した．軌道角運動量 $\ell = 0$ の共鳴に対応する鋭いピークがいくつも見られる（[Bo69] による）．

この描像はその後数十年の間にとても精密化された．それによると，複合核状態にただちに達するのではなく，系は連続的な核子衝突がに起こることによって一連の中間状態を経過する．その極限の段階として，核子が熱平衡状態にある**複合核**に達する．

■原子核の量子カオス 古典的な決定論的な系の理論では，規則的な軌道とカオスの軌道を区別する．規則的な軌道は安定な軌道であり，外部からの小さな擾乱では軌道があまり変わらない．粒子は周期的な運動をするので，系全体の粒子の配置も周期性がある．カオスの軌道はそれとは全く反対である．周期性がなく，無限に小さな擾乱によっても大きな変化が起こる．規則的な系については任意の精度で系の発展を予測することができるが，カオスの系については予測の不確かさは時間とともに指数関数的に増加する．

古典的な規則的な軌道に対応するのは，量子力学では波動関数をある模型，例えば原子核についての殻模型を用いてシュレーディンガー方程式によって計算することが

できる状態である．古典的な系のカオスの運動に対応するのは，量子力学では1粒子波動関数から確率的につくられた状態である．古典力学でも量子力学でも，カオスの状態にある系は粒子間の相互作用に関する情報を全く持っていない．

カオスの状態の確率的な構造は，状態のエネルギー間隔を測ることによって実験的に示すことができる．そのためには図19.4のような共鳴のスペクトルを考察する．複合核の励起のエネルギー領域ではレベル密度が高いので，状態を統計的に考察することが正当化される．

このような考察によって明らかにわかるのは，同じスピン，同じパリティを持つ状態（図19.4のすべての鋭い共鳴）は互いに可能な限り大きな距離をとろうとすることである．このエネルギー間隔の最頻値は，ポアソン分布に従って統計的に分布する独立な状態のエネルギー間隔の最頻値よりずっと大きい．カオスの状態のこのような振舞いは，状態が同じ量子数を持つ1粒子状態の混合によってできているときにまさに期待されることである．このような量子力学的な混合状態は互いに反発し，エネルギー準位が互いに可能な限り離れるように配置される．

粒子放出のしきい値の上，つまり状態の振舞いがカオス的である領域において一方では集団状態（例えば巨大双極子共鳴）が存在することは，規則的な原子核の力学とカオスの原子核の力学が共存することを示すたいへんよい例である．巨大共鳴のような集団状態の励起は光子吸収によって起こる．集団状態は核子–核子相互作用を介して多くのカオスの状態に結合する．そのために集団運動のコヒーレンスが部分的に損なわれ，集団状態の寿命が短くなる．

■連続状態　断面積は連続状態でも決して一定ではなく，むしろ断面積の強いゆらぎが見られる．その理由は，1つにはエネルギーが増すと可能な崩壊チャネルが増えるので共鳴の幅が広くなることにある．他の理由としては状態密度が高くなる，ということもある．等しい量子数を持った共鳴は互いに干渉するので，全断面積のゆらぎが起こる．このゆらぎは個々の共鳴に対応するのではなく多くの共鳴の干渉によるものである．ゆらぎの大きさ，および共鳴の平均距離は，わかっている状態密度を用いて定量的に計算することができる [Er66].

19.3　原子核物質の相

■相転移：液体–気体　原子核をよく制御された状態で暖めるには重イオンの**周辺衝突** (peripheral collision) が有効であることが知られている．2つの原子核が触れ合うような衝突（図19.5）では2つの大きな**破片** (fragment) が生じるが，それらは反応中の摩擦により暖められる．このような反応では破片の温度と全体の系に供給されたエネルギーの両方をかなり正確に測ることができる．破片の温度は破片が崩壊す

る際に放出される粒子（崩壊生成物）のマクスウェル分布から決定する．系に供給した全エネルギーは終状態で生成された粒子をすべて検出することによって決定する．入射ビームから生じた破片は入射ビームの方向に沿って動くので，破片の崩壊生成物も同じ方向に動く．したがって，これらを標的から生じた破片の崩壊生成物と運動学的に分離することができる．破片の摩擦の結果生じる蒸発核子も運動学的に分離できる．破片に供給されたエネルギーと衝突の間に摩擦によって失われたエネルギーはこれにより分離することができる．

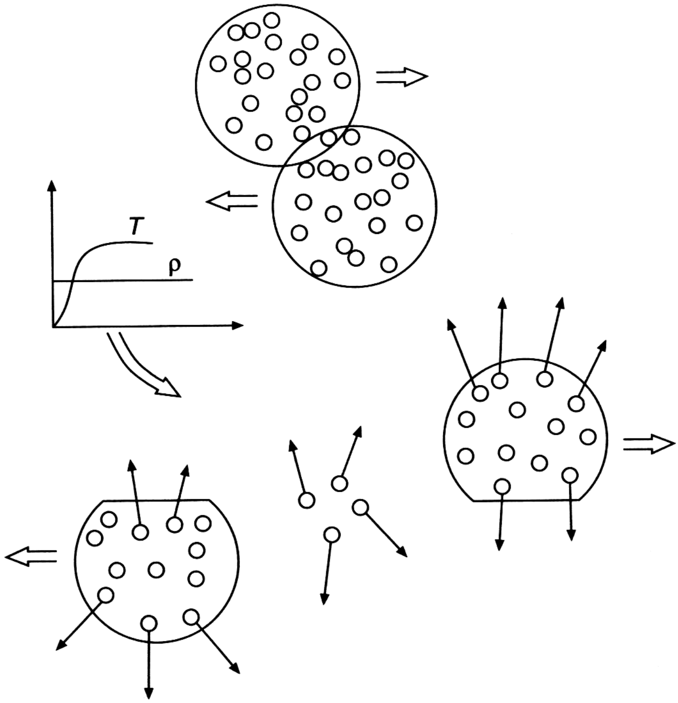


図 19.5 原子核の周辺衝突．2 つの大きな破片は摩擦により暖められる．衝突ではその他に，ばらばらな核子や小さな原子核破片もできる．衝突中に 2 つの大きな破片の密度 ϱ と温度 T が時間とともにどう変わるかもグラフに示してある．

例として核子あたり 600 MeV のエネルギーの金の原子核が金の原子核標的にぶつけられる実験を考察しよう．反応生成物はほぼ全立体角を覆う測定器（4π 検出器）で測定される．

破片の温度が系に供給されたエネルギーにどのように依存するかが図 19.6 に示してある．励起エネルギー E/A が核子あたり約 4 MeV までは温度は急勾配で増加することがわかる．$4\,\mathrm{MeV} < E/A < 10\,\mathrm{MeV}$ の領域では温度はほとんど変わらず，より高いエネルギーになると温度が再び上昇する．この振舞いは水の沸点での気化を思

い起こさせる．沸点付近では液体から気体への相転移のため，系にエネルギーを注入しているにもかかわらず温度は不変で，液体が全部気体状態に変わって初めて温度が再び上昇する．上で記述した温度のエネルギー依存性は，原子核物質の液体から気体への相転移と解釈するのが自然である．

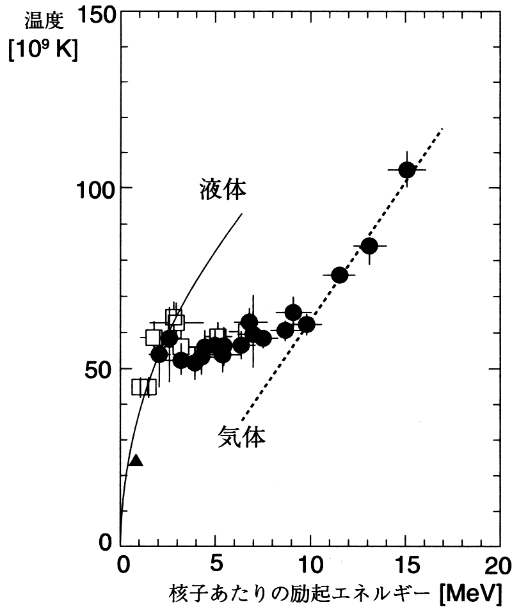


図 19.6　2 つの ^{197}Au の原子核の周辺衝突でできる原子核破片の温度を核子あたりの励起エネルギーの関数として示した（[Po95] による）．温度の変化のし方を見ると，原子核物質の相転移が起こっていると解釈できる．

上で用いた概念は平衡状態の熱力学によるものである．この条件のもとでは相転移の解釈は次のようである．温度が $kT \sim 4\,\mathrm{MeV}$ において原子核のまわりに気相の核子の膜ができる．それは蒸発せず液体の原子核と平衡状態にあって核子を交換する．すべての核子の液体が蒸発した後に初めて，核子の気体は更に高温になることができる．

■ハドロン物質　金–金衝突において周辺衝突ではなく**正面衝突** (central collision) を研究したいときには，実験において多くの荷電パイ中間子と中性パイ中間子が発生する事象を選ぶ必要がある（図 19.7）．議論を簡単にするために入射ビームエネルギーを核子あたり 10 GeV 以上とする．そのようなエネルギーでの反応ではパイ中間子が多数発生しうる．

このエネルギーでは核子の励起 $\mathrm{N} + \mathrm{N} \to \Delta + \mathrm{N}$ の断面積は $\sigma = 40\,\mathrm{mb}$ である．したがって原子核中での核子の平均自由行程 $\lambda \approx 1/(\sigma \varrho_{\mathrm{N}})$ はおよそ 1 fm である．こ

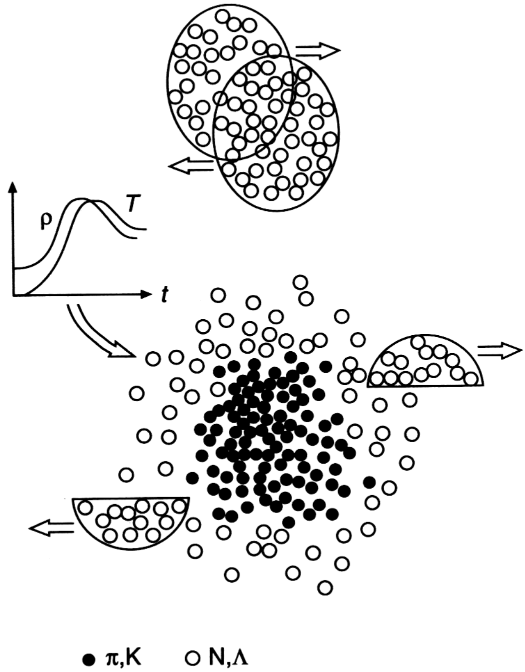


図 19.7 高エネルギーの 2 つの重い原子核の正面衝突．多くのパイ中間子が発生する．反応に関与する中央部分における密度 ϱ と温度 T が時間とともにどう変わるかもグラフに示してある．

のことは，重イオン衝突では多数回の核子の衝突が起き，十分に高いエネルギーではどの粒子も平均として 1 度以上 Δ バリオンに励起されるということを意味する．熱力学の言葉では，この励起は新しい自由度ができたことに対応する．

Δ バリオンはただちに崩壊するが，逆反応 $\pi N \to \Delta$ により再びつくられる．つまり $\pi N \leftrightarrow \Delta$ の生成と崩壊は力学的な平衡状態にある．核子，Δ バリオン，パイ中間子，およびわずかな量の他の中間子の混ざった状態を**ハドロン物質** (hadronic matter) と呼ぶ．

パイ中間子は他のハドロンよりずっと軽いので，ハドロン物質内でのエネルギーの交換は主にパイ中間子によってなされる．2 つの原子核の衝突によって発生するハドロン物質のエネルギー密度と温度は，実験においてはパイ中間子によって決定することができる．温度はビーム方向に垂直な方向に放出されたパイ中間子のエネルギー分布から求めることができる．エネルギースペクトルは指数関数的な振舞いをしている．これはボルツマン分布

$$\frac{dN}{dE_{\text{kin}}} \propto \mathrm{e}^{-E_{\text{kin}}/kT} \tag{19.2}$$

から期待される形である．ここで E_{kin} はパイ中間子の運動エネルギーである．衝

突する原子核のエネルギーがいかに高くても，パイ中間子放出から得られる温度は $kT \approx 150\,\mathrm{MeV}$ を超えないことが実験的に知られている．これは次のように理解できる．熱い原子核物質は膨張し，それに伴って冷える．温度が $kT \approx 150\,\mathrm{MeV}$ 以下ではパイ中間子のハドロン相互作用の確率が急激に小さくなるので他の粒子とのエネルギーの交換も少なくなる．この過程をパイ中間子の **freezing out**[注1]と呼んでいる．

■原子核物質の相図　原子核物質の様々な相が図 19.8 にまとめられている．原子核物質を普通の物質（原子ないし分子から成る物質）と比べることによって，この**相図** (phase diagram) の持つ意味を考えてみよう．密度が ϱ_{N} で温度が $kT = 0$ の原子核は冷たい原子核である．中性子星の状態は，同様に $kT = 0$ に対応するが密度は原子核の 3–10 倍である．

通常の原子核にエネルギーを供給すると，原子核は暖まり核子や小さな原子核，主に α クラスター（^{4}He 原子核）を放出する．これは液滴から原子や分子が蒸発するのと同じである．しかし物質を閉じ込めておく場合には，エネルギーをより多く供給すれば内部自由度の励起が起こる．分子の気体の場合には，内部自由度の励起とは回

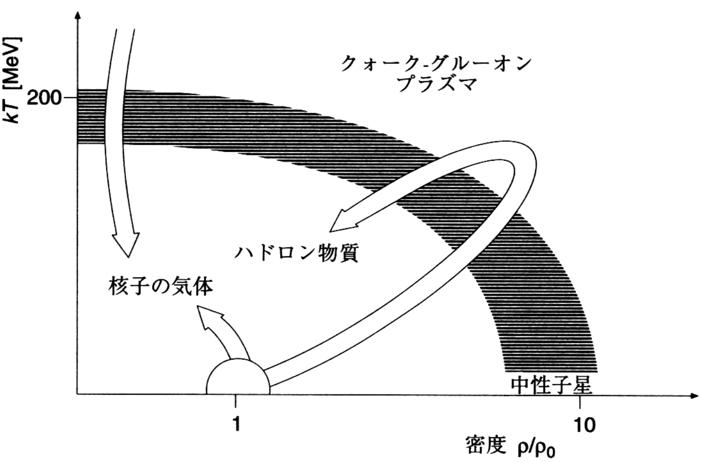


図 19.8　原子核物質の相図．通常の原子核は密度 $\varrho = \varrho_0$ $(= \varrho_{\mathrm{N}})$，温度 $T = 0$ である．矢印は，原子核がいくつかの種類の重イオン反応においてそれぞれとるであろう道筋を示している．短い矢印は原子核の周辺衝突の際に原子核が暖まることを示す．右側の長い矢印は相対論的重イオン衝突において原子核物質がクォーク–グルーオン・プラズマ相を経由する場合を示す．左側の下向きの矢印は宇宙創生から $T \approx 1\,\mu\mathrm{s}$ 頃の宇宙の冷却を示す．

注1　同様の過程は星でも起こっている．太陽の内部での電磁放射は数百万 K である．しかし表面に出てくるまでに物質との相互作用により冷却される．人間が見るのは白色光であるが，そのスペクトルは太陽の表面の温度に対応する．熱い原子核物質とは対照的に，太陽はもちろん平衡状態にあり膨張していない．

転や振動の励起である．原子核の場合には核子が $\Delta(1232)$ 共鳴やもっと高い核子状態に励起される．その崩壊によりパイ中間子が発生するが，核子とパイ中間子の混じり合った状態が前述の**ハドロン物質**である．

■**クォーク–グルーオン・プラズマ**　原子が電子と原子核に完全に電離した状態がプラズマだが，それに対応するのは，核子とパイ中間子がクォークとグルーオンに分解した状態である．温度–密度ダイアグラム（図 19.8）における相の境界の位置は定性的には次のように理解できる．通常の原子核密度では 1 つの核子は約 $6\,\mathrm{fm}^3$ の体積を占める．しかし核子自身の実際の体積はその約 10 分の 1 にすぎない．冷たい（$T=0$ の）原子核を通常の 10 倍の密度まで圧縮すると，核子が別の核子と重なり始め，独立の粒子ではなくなるであろう．そうするとクォークとグルーオンは原子核の体積全体の中を「自由に」動くことができるであろう．一方，温度軸の方向に沿う場合，つまり核子密度を変えずに原子核の温度を上げる場合には，温度が 200 MeV になるとエネルギーが十分になって核子–核子相互作用においてパイ中間子が発生するのでハドロン密度が増し，ハドロン間の衝突の頻度が増加する．そうなるとクォークやグルーオンをどれか 1 つのハドロンに属するものとして考えることはできなくなる．

このような状態を**クォーク–グルーオン・プラズマ** (quark-gluon plasma) と呼ぶ．すでに述べたように，このような状態ではハドロンは分解しているので，ハドロンの放出によって観測することはできない．クォーク–グルーオン・プラズマの状態を電磁放射によって検出しようという試みがなされている．光子とクォークの結合は強い相互作用をする物質同士の結合に比べ 2 桁小さい．だから例えば高エネルギーの相対論的な重イオン衝突において，もしクォーク–グルーオン・プラズマが発生すれば，それから生じた電磁放射はまわりの物質に影響されずに直接観測されうる．系が膨張しても電磁放射が冷却されることはないであろう[注2]．

クォーク–グルーオン・プラズマを検出できれば，強い相互作用をする物質の構造についての我々の考えを実験的に確認したことになるので，多くの興味を集めている．クォークやグルーオンを個々のハドロンに属するものとしてとらえられなくなると，構成子クォークは質量を失いパートンとしてのクォークになる．そうなると初期宇宙の状態をシミュレーションすることができるであろう．

注2 ここでも宇宙物理との類似性がある．太陽の内部での核融合でつくられたニュートリノは物質にほとんど妨げられることなく太陽から出てくる．したがってニュートリノのエネルギースペクトルは，ニュートリノが発生したところの温度を反映しているのであって，太陽表面の温度を反映しているのではない．

19.4 初期宇宙における素粒子物理と熱力学

人間はどのような社会においても宇宙と人間の起源についての神話をつくってきた．これらの神話の目的は，自然界における人間の位置を定義し，人間に存在の目的と価値の感覚を与えることにある．

ジョン・メイナード・スミス [Sm89]

宇宙論と素粒子物理は最近数十年の間に影響し合い，両分野の理解が驚くほど進展した．以下では，宇宙の進化に関する現在の考えを示し，宇宙の進化の問題が現代の素粒子物理の描像にどのような影響を与えたかについて述べる．そのために，無限に熱く，無限に密度の高い状態から宇宙が始まったとする標準的な宇宙の模型であるビッグバン模型を使うことにする．この「火の玉」は爆発的に膨張し，その温度と密度は今日まで減少し続けている．初期には熱かった素粒子のプラズマが膨張することによって今日知られている物質の巨視的，微視的な形ができた．これらは星，銀河，レプトン，クォーク，核子，原子核である．この宇宙の時間発展の模型は2つの重要な実験上の発見に負うところが大きい．まず宇宙の連続的な膨張が観測されたことによってこの模型が考え出され，宇宙背景放射が観測されたことによってこの模型の正しさが確認された．

■膨張する宇宙　宇宙の質量の大部分は銀河の中にある．銀河は空間的に集中した星の系であって重力によって維持されている．その質量は大きさにより太陽質量の 10^7 から 10^{13} 倍である．宇宙には約 10^{23} 個の銀河があると信じられている．これは1モルの分子の数とほぼ同じである．

大型の望遠鏡を用いれば地球からずっと離れた銀河までの距離および銀河の速度を測ることができる．地球に対する銀河の速度は原子のスペクトル線の**ドップラー・シフト**によって決定することができる．原子のスペクトル線自体は実験室での観測でよくわかっている．そのようにして観測された銀河からのスペクトル線が赤の方向に，つまり波長の長い方に偏移していることがわかった．これはこの銀河が我々から離れていく運動をしていることを意味する．観測している銀河が宇宙のどの方向にあるかにかかわらずこの観測結果が成り立つ．銀河までの距離は輝度の測定と光度の推定から決定することができる．この両者の間にはよく知られた $1/r^2$ の法則が成り立つ．このような距離の推定法はたいへん離れた銀河についてはあまり精度がよくない．

観測された銀河の速度 v の測定値は，地球からその銀河までの距離 d にほぼ比例している：

$$v = H_0 \cdot d. \tag{19.3}$$

比例係数 H_0 の測定は近年たいへん精度が上がった．現在の値は

$$H_0 = 70 \pm 8\,\mathrm{km\,s^{-1}/MPc} \quad (1\,\mathrm{Pc} = 3.1 \times 10^{13}\,\mathrm{km} = 3.3\,光年)$$

である．H_0 はこの関係式の発見者にちなんで**ハッブル定数** (Hubble constant) と呼ばれる．このような観測結果を総合すると宇宙は等方的に膨張している，と解釈できる．

ビッグバン理論によれば，初期の熱いプラズマは波長が極端に短い電磁放射で宇宙を満たしていた．しかしその電磁波は宇宙が膨張し冷えるにつれ波長が長くなった．したがってペンジアス (Penzias) とウィルソン (Wilson) によるマイクロ波領域の波長の電磁波の観測はビッグバン模型のたいへん重要な確認となった [Pe65]．この電磁波を**宇宙背景放射** (cosmic background radiation) と呼ぶ．このマイクロ波の放射は温度が 2.73 K の黒体放射に対応し，宇宙のどの方向でもたいへん等方的に測定される（[PD98] 参照）．

宇宙の年齢と大きさの関係は一般相対論と宇宙の膨張の観測結果とから導くことができる．膨張する宇宙の最も単純な模型である**フリードマン模型** (Friedman model) によれば，宇宙の平均質量密度により 3 つの異なる場合がある．もし平均密度がある**臨界密度**より大きければ銀河間の引力によって宇宙の膨張は遅くなり，やがて収縮に転じるであろう．宇宙は最後には 1 点に収縮し崩壊する（**閉じた宇宙**）．もし平均密度が臨界密度より小さければ重力は宇宙の膨張を止めることができない．そのような場合には宇宙は永遠に膨張し続ける（**開いた宇宙**）．もし平均密度が臨界密度にほぼ等しければ宇宙は漸近的にある限界半径に近づく．

光学的な方法で測定された密度は実際には臨界密度より小さい．しかし光学的な方法では検出できない 1 種類ないしは何種類かの**暗黒物質** (dark matter) があるのではないかと考えられている．宇宙が結局は臨界密度に等しい密度を持っている，という可能性は排除できない．暗黒物質として考えられるものの 1 つは質量を持ったニュートリノである．ニュートリノの質量を測る実験（17.6 節）はこれに関係してたいへん重要である．ニュートリノの質量が数 eV/c^2 でもあれば，宇宙には膨大な数のニュートリノがあるので宇宙の質量に有意な寄与をし，宇宙の密度も変わるであろう．

宇宙はまだ膨張の初期の段階にあるので現在までの宇宙の歴史は上記の 3 つの場合においていずれもほぼ同じであろう．臨界密度以下の場合の宇宙の年齢はハッブル定数の逆数で与えられる：

$$t_0 = \frac{1}{H_0}. \tag{19.4}$$

この値は約 140 億年である．

■宇宙の最初の 3 分間　宇宙の初期には，粒子，反粒子，ゲージボソンはすべて熱平衡状態にあった．つまり，熱エネルギー，すなわち運動エネルギーがたいへん高かっ

たのですべての粒子や反粒子が互いに自由に転換することが可能であった．したがってクォークとレプトンの違いはなく，すべての相互作用の強さは同じであった．

約 10^{-35} 秒たった頃，膨張により温度がたいへん下がったので相転移が起こり強い相互作用が電弱相互作用から分離された．つまり強い相互作用をするクォークはレプトンとはほとんど相互作用しなくなった．この段階でクォーク数を光子の数で割った比は約 10^{-9} という値に固定された．

約 10^{-11} 秒後には温度は $kT \approx 100\,\mathrm{GeV}$ となり[注3]，次の相転移が起こって弱い相互作用が電磁相互作用から分離された．この過程については後で更に説明をする．

約 10^{-6} 秒後には，たえまなく膨張してきた宇宙の温度は $kT \approx 100\,\mathrm{MeV}$ まで下がった．これはハドロンの励起の典型的なエネルギーの大きさである．クォークはバリオンや中間子の形で束縛状態を形成した．そのようにして生成した陽子と中性子は弱い相互作用によって熱平衡状態にあった．

約1秒後には温度は $kT \approx 1\,\mathrm{MeV}$ となった．これは中性子と陽子の質量差にほぼ相等する．ニュートリノのエネルギーが小さくなったので陽子と中性子の間の平衡状態を維持することがもはやできなくなった．ニュートリノは物質から分離され，それ以来基本的にはもはや相互作用を全然せずに宇宙を自由に動いている．この時期に陽子数を中性子数で割った比はほぼ7まで増加した．

約3分後には温度は $kT \approx 100\,\mathrm{keV}$ まで下がった．このとき以降，核子と光子の間の熱平衡は破られることとなった．というのは，光子のエネルギーが下り，核融合によって軽い原子核がつくられるのと同じ割合で光核分裂によって軽い原子核をその構成物へ戻すことができなくなったからである．この段階で重陽子，ヘリウム，リチウム原子核の合成（**ビッグバン元素合成** (big bang nucleosynthesis)）が起こった．

図 19.9 には，電弱相転移以降の初期宇宙の歴史が図式的に示してある．この曲線は光子と物質のエネルギー密度が時間（温度）とともに変化していく様子を示す．宇宙の膨張に伴ってエネルギー密度が急激に下がっていくのがわかる．温度が $10^{13}\,\mathrm{K}$ のときハドロンが光子から分離される．しばらく後にレプトンも光子から分離される．$T \approx 10^4\,\mathrm{K}$ になると光子が優勢であった宇宙が，物質が優勢な宇宙に変わる．宇宙の現在の温度は，宇宙背景放射の温度である $2.73\,\mathrm{K}$ である．

以下では宇宙の初期の歴史におけるいくつかの重要な出来事について説明する．

■物質–反物質の非対称性　今までのすべての観測が示すところによれば，現在の宇宙は物質のみによってできており，宇宙の一部が反物質によってできているという証拠は全くない．我々の考えでは宇宙のごく初期の状態では粒子および反粒子は熱平衡にあった，つまりゲージボソンからフェルミ粒子–反フェルミ粒子への対生成はその

注3 ［訳註］ボルツマン定数 k は $k = 8.6 \times 10^{-5}\,\mathrm{eVK}^{-1} \approx 10^{-4}\,\mathrm{eVK}^{-1}$ であって温度とエネルギーの関係を与える．

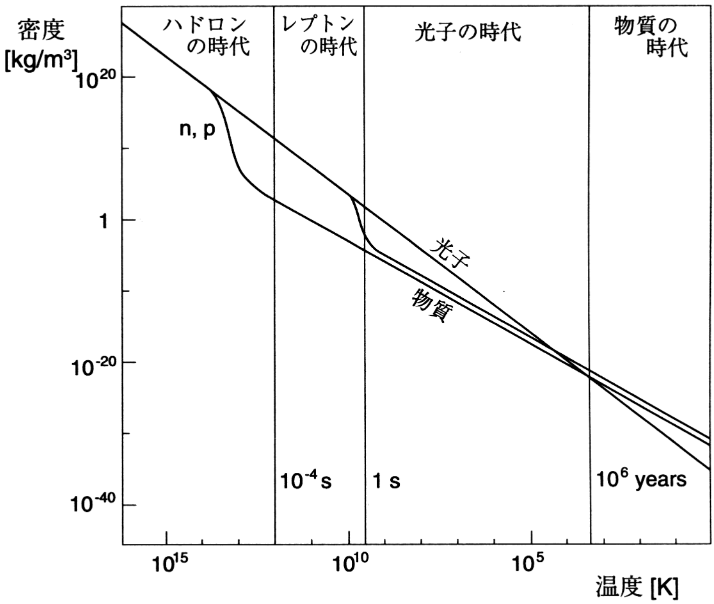


図 19.9　電弱相転移 ($T \approx 10^{15}$ K) 以降の宇宙のエネルギー密度の変化を温度の関数として示した．宇宙創生の初期には光子は物質・反物質と平衡状態にあった．その後次第に物質が光子から分離し，物質のエネルギー密度と光子のエネルギー密度が異なる温度依存性を示しながら変化した．その結果最終的に物質が優勢な宇宙になった．

逆過程の対消滅と同じ頻度で起こっていたと考えられる．その対称性が宇宙の進展の経過の中で保たれたならば宇宙の中のフェルミ粒子と反フェルミ粒子の数，とりわけクォークと反クォークの数（つまりバリオンと反バリオンの数）は同じはずである．更にフェルミ粒子–反フェルミ粒子対消滅によって生成された自由光子があるはずである．これは宇宙の膨張と冷却のために逆反応を起こすことができなくなったものである．現在ではバリオン数を光子の数で割った比の値は 3×10^{-10} である．これらの光子がすべてクォーク–反クォーク消滅によってできたものであるならば，初期宇宙の熱いプラズマにおいてクォーク–反クォークの非対称性が

$$\Delta q = \frac{q - \overline{q}}{q + \overline{q}} = 3 \times 10^{-10} \tag{19.5}$$

だけあれば，現在観測される物質–反物質の非対称性を説明することができる．問題は「初期宇宙において，いかにしてこのわずかながら決定的なクォークの過剰が起こりえたのか？」ということである．

物質–反物質の非対称性をつくるには 3 つの条件が満たされなければならない．CP の破れ，バリオン数非保存，熱的非平衡である．**大統一理論** (GUT) では，これらの条件がすべて満たされていたと想定する．$t < 10^{-35}$ 秒の宇宙の状態を考えよう．この時期にはすべてのフェルミ粒子および反フェルミ粒子は同等で互いに転換しうるも

のであった．バリオン数の保存を破る反応もあった．このような転移を媒介する交換粒子として提案されているのは質量が約 $10^{14}\,\mathrm{GeV}/c^2$ の X ボソンである．X ボソンは十分に高いエネルギーでは実粒子として生成されたであろう．そして 1 つのクォークと 1 つの電子に崩壊したであろう．同様に $\overline{\mathrm{X}}$ ボソンは 1 つの反クォークと 1 つの陽電子に崩壊する．X ボソンの崩壊における CP の破れは X と $\overline{\mathrm{X}}$ ボソンの崩壊率が完全に同じでない，ということを意味する．熱平衡状態においては，つまり X ボソンの質量を超える温度もしくはエネルギーにおいては，X と $\overline{\mathrm{X}}$ ボソンの生成と消滅が平衡状態にあるので CP の破れがあってもバリオン数への影響はない．この平衡状態が宇宙の冷却によりまず破られ，X ボソンの CP 非対称な崩壊によってクォークの過剰が起こる．これが，やがて現在我々が観測する宇宙における物質–反物質非対称性の原因となったのである．

現在の宇宙に CP の破れやバリオン数非保存を持つ系が存在するか探索が行われている．14.4 節で述べたように CP の破れは K^0 の崩壊において検出されている．その後，B^0 中間子系でも CP の破れが発見された．しかし観測された結果は物質–反物質の非対称度を説明するに十分ではない．陽子崩壊を探す実験では，現在までのところバリオン数非保存を示す証拠は見つかっていない．

したがって，実験家はレプトンに CP の破れがあるかどうかに次第に注目をしている（10.6 節参照）．

■**電弱相転移**　宇宙が誕生から 10^{-11} 秒ほどたって温度が $kT \approx 100\,\mathrm{GeV}$ になった頃のことを考えよう．今日の素粒子物理の知識を使ってこの時点までは宇宙の発展をさかのぼることができると考えられている．更に過去への外挿は，もっともと思われる仮定に立脚しているとはいえ，正しいかどうか確証が全くない．

この時点で**電弱相転移** (electroweak phase transition) が起こったと考えられている．この相転移を経てはじめて今日知られている素粒子の性質が確立した．この種の相転移は，対称性を失うことと秩序が増すことに特徴がある．これはキュリー温度より下がったときに鉄が常磁性から強磁性へ相転移するのと同様である．相転移の前の 100 GeV より高い温度のときにはゲージボソンである光子，W, Z ボソンは同じ性質を持っていて電磁気力と弱い力の違いはなかった（対称性！）．このような状態においては電子とニュートリノの間にも有意な違いはなかった．しかし臨界温度以下になるとこの対称性は破れる．この現象は素粒子物理の標準模型では**自発的対称性の破れ**と呼ばれる．この際 W と Z ボソンはいわゆるヒッグス場によって大きな質量を得た．そして素粒子は現在知られている特性を持つようになった（11.2 節参照）．

現在では素粒子を 100 GeV より高いエネルギーに加速し，W と Z ボソンを実験によって生成し検出することができるけれども，電弱相転移の際に宇宙がそうであったような原子核密度の 10^8 倍もの高エネルギー密度を実験室で再現することはでき

ない．相転移で残った痕跡であるW, Z，ヒッグスボソンは初期宇宙で何が起こったかについての目撃者であるから，実験室でこれらを生成して検出し証言を得ようと試みることができるだけである．

■ハドロンの形成　宇宙の年齢が約 $1\,\mu s$ になったとき，その次の相転移が起こった．この頃には宇宙は平衡温度が $kT \approx 100\,\mathrm{MeV}$ になっていた．これまで自由であったクォークとグルーオン（**クォーク–グルーオン・プラズマ**）からこの段階でハドロンが形成された．そのようにして主に核子が形成された．

uクォークとdクォークの質量はほぼ同じなので，最初はほぼ同じ数の陽子と中性子が生成された．原子核が形成されるには温度が高過ぎるので，陽子と中性子は自由粒子としてまず存在した．このときには陽子と中性子は熱平衡にあった．中性子の質量は陽子の質量より大きいので宇宙の温度がたいへん下がると熱平衡は破れ，中性子生成過程（例えば $\bar{\nu}\mathrm{p} \to \mathrm{e}^+\mathrm{n}$）の反応率は逆反応の陽子生成過程（例えば $\bar{\nu}\mathrm{p} \leftarrow \mathrm{e}^+\mathrm{n}$）の反応率よりずっと小さくなる．そのようにして中性子数と陽子数の比は小さくなった．

クォーク–グルーオン・プラズマからハドロン相への転移を重イオン反応によって再現しようという研究がなされている．高エネルギーの重イオン同士の衝突の際には短時間，物質密度が通常の原子核密度の数倍まで上がるのでそれによってクォーク–グルーオン・プラズマをつくろうとまず試みられている．そのような状態では強い相互作用のポテンシャルの長距離部分は密に詰め込まれている隣のクォークないしグルーオンによって遮蔽されるので，短距離部分のみをクォークは感じるはずである．このような場合にはクォークは準自由粒子であると見なすことができ，クォーク–グルーオン・プラズマが形成される．しかし今日までのところそのようなクォーク–グルオーン・プラズマの生成は完全には確認されていない．そのためにハドロン相への転移の研究は，限られた範囲でのみ行われている．

宇宙では物質密度が低くなり平衡温度が下がるとクォーク–グルーオン・プラズマからハドロン相への転移が起こる．実験室では高温において物質密度を変えることによって短時間であってもこの転移を実現しようと試みられている（19.8 節，19.3 節参照）．

■初期宇宙での元素合成　宇宙の暦で $t = 200$ 秒の頃にはバリオン物質は 88% が陽子で 12% が中性子であった．この時点までは中性子と陽子の核融合による重陽子の生成は，重陽子が光分解により陽子と中性子になるという逆反応と平衡状態にあった．そして重陽子の寿命はたいへん短かった．しかし温度が更に下がり，電磁放射のエネルギーが重陽子の光分解を起こすには不十分になる．そうなると，反応

$$\mathrm{n} + \mathrm{p} \longrightarrow \mathrm{d} + \gamma + 2.22\,\mathrm{MeV}$$

によって寿命の長い重陽子が生成されるようになった．この重陽子の寿命は陽子ないし中性子との核融合によってのみ制限されている：

$$\mathrm{p} + \mathrm{d} \longrightarrow {}^3\mathrm{He} + \gamma + 5.49\,\mathrm{MeV}$$

$$\mathrm{n} + \mathrm{d} \longrightarrow {}^3\mathrm{H} + \gamma + 6.26\,\mathrm{MeV}$$

${}^3\mathrm{H} + \mathrm{p}$, ${}^3\mathrm{He} + \mathrm{n}$, ${}^3\mathrm{He} + \mathrm{d}$, $\mathrm{d} + \mathrm{d}$ というような反応によって特に安定な ^{4}He 原子核が最終的にできる．反応 ${}^4\mathrm{He} + {}^3\mathrm{H} \rightarrow {}^7\mathrm{Li} + \gamma + 2.47\,\mathrm{MeV}$ によってできる Li 原子核は，強い発熱反応

$${}^7\mathrm{Li} + \mathrm{p} \longrightarrow 2\,{}^4\mathrm{He} + 17.35\,\mathrm{MeV}$$

によってただちに壊れる．初期宇宙における原子核合成の時期には，ほぼすべての中性子が ^{4}He に組み込まれた．こうして ^{4}He は宇宙の質量の 24% に達する．

重陽子，^{3}He, ^{7}Li はその痕跡がわずかにあるだけであって，当時，バリオン質量の大部分は陽子の形をとっていたに違いない．$A = 5$ と $A = 8$ の安定な原子核はないので，宇宙の発展のこの時期には核融合過程によって ^{7}Li より重い原子核をつくることは不可能であった．^{7}Li より重い原子核はもっとずっと後になって初めて星の内部で生成された．

初期宇宙での元素合成は，温度が下がってクーロン障壁が更なる核融合過程を妨げるまで約 10 分間続いた．ずっと後になって起こった星の内部での重い原子核の合成はバリオン物質の組成をほとんど変えなかった．今日の宇宙で観測される水素とヘリウムの比（2.2 節参照）は理論計算値とたいへんよく一致する．これはビッグバン模型を支持する強い論点である．

■宇宙マイクロ波背景放射　膨張する宇宙，初期宇宙での元素合成の証拠としてのヘリウムと水素の比，および宇宙マイクロ波背景放射 (CMB, Cosmic Microwave Background Radiation) は，宇宙のビッグバン模型を支持する 3 つの最も重要な実験的観測量である．

「最初の 10 分」後には，宇宙は全く電子を持たない水素とヘリウムのプラズマ，およびそれの約 10^{10} 倍もの光子から構成されていた．宇宙のエネルギー密度は光子によって決まっていた．この時期においては，エネルギー伝播の主な機構はコンプトン散乱であった．宇宙のスケールに比べて光子の平均自由行程は短く，その意味で宇宙は不透明であった．

放射（光子）と物質の分離は，温度が更に下がって，反応

$$\mathrm{p} + \mathrm{e} \longleftrightarrow \mathrm{H} + \gamma \tag{19.6}$$

に関する熱平衡を維持することができなくなったときに始まったと考えることができる．もしこの放射と物質の分離が平衡条件のもとで起こったならば，分離の温度は

$kT_{dec} = 0.32\,\mathrm{eV}$ ($T_{dec} \approx 3700\,\mathrm{K}$) であっただろう．

しかし，実際には水素原子の再形成はそれより後に $kT = 0.32\,\mathrm{eV}$ より少し低い温度になってから始まった．その理由は次のようである．水素は 2S ないし 2P 励起状態（図 13.1 参照）から，低エネルギーの光子を何個も吸収してイオン化されることができる．2P 状態を経てのカスケードによって水素原子が再形成される際には**ライマン α 線** (Lyman α line)（$n = 2 \to n = 1$ 遷移）に対応するエネルギーの光子を放出するので，別の原子がそれによって励起され更に低エネルギーの光子を複数個吸収してイオン化される．2P $\to$ 1S 遷移による光子は宇宙に閉じ込められていてたくさんあるので，2P 状態を経ての直接のカスケードによって水素形成が進行することは不可能である．ライマン α 線の光子を出さない唯一の方法は，2S 状態が 2 つの光子を出して崩壊することである．この状態の寿命は約 0.1 秒である．だから水素原子形成は非平衡過程である．不透明な宇宙から透明な宇宙への遷移は $T \approx 3000\,\mathrm{K}$ で起こった．この温度になって光子の平均自由行程はたいへん長くなったものの，光子はまだ**トムソン散乱** (Thomson scattering) によって自由電子とかなり相互作用をした．したがって，我々が背景放射として観測する光子はトムソン散乱が役割を果たさなくなった時点でのいわゆる最後の散乱表面からのものであり，赤方偏移 $z \approx 1000$ に対応する．今日では，分離された放射は温度が $2.73\,\mathrm{K}$ の完全な黒体放射のスペクトルになっている．

宇宙背景放射は光子が分離する前の宇宙について多くの情報を持っている．温度のゆらぎが 10^{-5} 程度であることや空間的な角度 1 度程度のたいへんはっきりした構造があることが初期宇宙の量子ゆらぎとして解釈されている．これがもとになって後に銀河が形成された．このゆらぎが残っていることは宇宙が平らである，つまり宇宙の密度の値は臨界値である，という証拠と考えられる ([Hi06])．

19.5 星の進化と元素合成

原子核物理と宇宙物理の密接な関係は，もとをただせば 1930 年代にベーテ (Bethe) やヴァイツゼッカーをはじめとする人々が太陽から放出されるエネルギーと，すでにわかっている原子核反応によって発生されるエネルギーの収支を示そうとしたときまでさかのぼる．もっともエディントン (Eddington) は 1920 年に，核融合は星におけるエネルギー生成の源であることに気がついていた．

しかし現代の宇宙物理の基礎は 1940 年代の終わりにホイル (Fred Hoyle) [Ho46] によって築かれた．彼が提案した研究計画は，天文学的な観測結果を統一的に扱うこと，星の内部のプラズマの力学を研究すること，実験室で測定されている原子核反応の断面積からエネルギー源を計算することなどを必要としていた．星の進化と元素の

生成は切り離して扱うことはできない．今日観測される元素組成は，宇宙の初期段階の元素合成と星における原子核反応による元素の生成によって説明できなければならない．これは星の進化の模型が正しいかどうかの決定的な検証になる．この研究計画の結果は E. Burbidge, G. Burbidge, Fowler, Hoyle [Bu57] によって報告されている．

星は星間ガスやちりが1ヵ所に集中することによってできる．これらの物質はほぼ完全に，宇宙初期にできた水素とヘリウムから成っている．収縮によって星の中心部は熱くなる．核融合が可能なほど温度と圧力が十分大きくなると放射が起き，放射の圧力によって星が更に収縮することが妨げられる．熱平衡の状態では重力法則のビリアルの定理により星の中心から外側へ向かって温度が減少する．このことは，星の中心から任意の距離において，原子の平均運動エネルギーはポテンシャルエネルギーのちょうど半分であるということを意味している．原子核反応によって発生したエネルギーは主に放射によって星の表面まで運ばれる．この過程で星の中の物質はあまり混ぜ合わせられない．原子核反応の起こる領域，つまり星の特に中心部では化学組成が星の一生の間に変化する．

■核融合反応　平衡状態では星は，放射したエネルギーと同じだけのエネルギーを原子核反応によって生成する．したがって平衡状態は本質的には核融合反応の反応率に依存する．軽い原子核の融合によってエネルギーが解放される．特に有効なのは水素同位体から ^{4}He への核融合である．^{4}He の核子あたりの結合エネルギーは 7.07 MeV であり，近傍の原子核と比べると特に大きいからである（2.4 節参照）．この反応については以下で更に詳しく述べる．核融合が起きるための前提条件は，反応に関与する親核の間のクーロン障壁を超えるだけの十分に高い温度ないしエネルギーを親核が持つことである．その際，関与する原子核のエネルギーが実際に障壁よりも大きいことが必要なのではなく，むしろ α 崩壊と同様に，クーロン障壁を透過する確率 e^{-2G} がどのくらい大きいかが問題である．**ガモフ因子** G は親核間の相対速度と原子番号に依存し，次の式で与えられる（3.2 節参照）：

$$G \approx \frac{\pi\alpha Z_1 Z_2}{v/c}. \tag{19.7}$$

星においても核融合反応は通常はクーロン障壁より低いエネルギーでトンネル効果によって起こる．

単位体積あたりの反応率は式 (4.3) と (4.4) により

$$\dot{N} = n_1 n_2 \langle\sigma v\rangle \tag{19.8}$$

によって与えられる．ここで n_1 と n_2 は融合する 2 つの原子核の粒子密度である．平均値 $\langle\sigma v\rangle$ が式の中に使われている．その理由は温度 T の熱い星のプラズマにおいて相互作用している粒子の速度分布はマクスウェル–ボルツマン分布

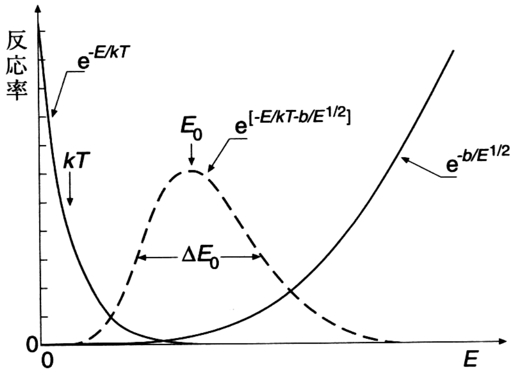


図 19.10　核融合反応の反応率を計算するためのマクスウェル分布 $e^{-E/kT}$ とガモフ因子 $e^{-b/E^{1/2}}$ のたたみ込みを図式的に示したもの．核融合の確率（点線の曲線）は 2 つの実線の曲線の積に比例する．核融合は基本的に幅 ΔE_0 のたいへん狭いエネルギー領域で起こる．点線の曲線を積分すると核融合の全反応率に比例する量が得られる．

$$n(v) \propto e^{-mv^2/2kT} = e^{-E/kT} \tag{19.9}$$

で与えられ，核融合反応の断面積 σ はガモフ因子を介して反応の親核の相対速度に強く依存するからである．この平均値は v について積分することによって計算されなければならない．図 19.10 はガモフ因子とマクスウェル分布のたたみ込みを図式的に示したものである．両者の分布の重なり合いによって反応率が決まり，核融合反応が起こるエネルギー領域も決まる．重なり合いの様子はプラズマの温度と核融合する親核の電荷とによる．原子番号が大きければ大きいほど核融合反応が起きて十分なエネルギーが発生するためには，温度が高くなければならない．

このようにしてまず最も軽い核種である水素が星の中心部で燃焼，つまり核融合する．水素が使い果たされた後，ヘリウムや，後にはより重い原子核も融合できるためには温度は非常に上昇しなくてはならない．それぞれの燃焼期間の長さは星の質量による．質量の大きな星では中心部におけるプラズマの圧力が高く，したがって密度も高いので質量の小さい星に比べて反応率が大きい．だから質量の大きな星は質量の小さな星に比べて短寿命である．

■水素の燃焼　星の形成期に太陽の約 10 分の 1 より大きな質量が集まると，星の内部の温度が $T > 10^7$ K となり，最初の核融合過程が起こるようになる．星はその一生の初期には **pp サイクル** (proton-proton cycle) により水素からヘリウムへの燃焼によってエネルギーを得る：

$$\mathrm{p} + \mathrm{p} \longrightarrow \mathrm{d} + \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e} + 0.42\,\mathrm{MeV}$$

$$\mathrm{p} + \mathrm{d} \longrightarrow {}^3\mathrm{He} + \gamma + 5.49\,\mathrm{MeV}$$

$${}^3\mathrm{He} + {}^3\mathrm{He} \longrightarrow \mathrm{p} + \mathrm{p} + \alpha + 12.86\,\mathrm{MeV}$$

$$e^+ + e^- \longrightarrow 2\gamma + 1.02\,\mathrm{MeV}$$

全体をまとめると結局，反応 $4p \to \alpha + 2e^+ + 2\nu_e$ が起こっており，26.72 MeV のエネルギーが解放される．このうち平均 0.52 MeV がニュートリノによって星から持ち去られる．このサイクルの中では最初の行に示した反応が最も遅い．2つの陽子が融合するだけでなく，同時に1つの陽子が弱い相互作用によって中性子に変わらなければならないからである．星が進化の第1段階にいる期間の長さはこの反応によって決定される．pp サイクルには上記とは異なる経路もあるが，星におけるエネルギー生成の観点からはあまり重要でない．

水素の供給が十分である限り星は安定である．我々の太陽ではこの期間は約 10^{10} 年である．そのうち半分はすでに経過している．より大きな星では中心部における密度と温度が高いので燃焼はより速い．そのような星にもし ^{12}C がすでに存在するならば **CNO サイクル** (carbon-nitrogen-oxygen cycle) が起こる：

$$^{12}_{6}C \xrightarrow{p} {}^{13}_{7}N \xrightarrow{\beta^+} {}^{13}_{6}C \xrightarrow{p} {}^{14}_{7}N \xrightarrow{p} {}^{15}_{8}O \xrightarrow{\beta^+} {}^{15}_{7}N \xrightarrow{p} {}^{12}_{6}C + \alpha \tag{19.10}$$

炭素はこのサイクルの始めに窒素に変換されるがサイクルの終わりには再び現れるので触媒の役割を果たしている．実質的な反応は pp サイクルと同じで $4p \to \alpha + 2e^+ + 2\nu_e$ である．解放されるエネルギーはここでも 26.72 MeV である．CNO サイクルは pp サイクルよりずっと速く進行しうる．しかし CNO サイクルはクーロン障壁が高いので高温になって初めて起こる．

■ヘリウムの燃焼　水素の供給が尽きると，今やヘリウムから成る星のコアは重力による圧力に抗することができずつぶれる．太陽よりずっと小さな星では重力による圧力が十分高くないので更なる核融合反応を点火することができない．放射の圧力がなければ，星は自分自身の重力により崩壊して惑星ぐらいの大きさの球になる．フェルミ圧力によって崩壊は初めて止まり，星は白色矮星になる．

質量の大きな星では温度は約 10^8 K，密度は $10^8\,\mathrm{kg/m^3}$ まで上昇する．そうなるとヘリウムの燃焼が始まる．星の1番外側の領域にはまだ水素が少し残っているが，中心部でのヘリウム燃焼によって熱せられこの領域でも水素燃焼が始まる．放射の圧力によって外側のマントルが膨張する．この段階ではエネルギー生成は増加しているが，表面積が増すので表面温度は下がる．星の色が赤くなり，星は赤色巨星となる．

$A = 5$ と $A = 8$ の安定な原子核が存在しないので ^{4}He より重い原子核を合成することは不可能のように一見思われる．^{8}Be は寿命が 10^{-16} 秒しかなく，^{5}He や ^{5}Li は更に不安定である．しかし E. Salpeter [Sa52] は 1952 年にヘリウムの燃焼によって重い原子核が合成されうることを示した．

星の内部の温度が 10^8 K もの高温になるとヘリウム–ヘリウム融合によって不安定な ^{8}Be 原子核が合成され，反応 $^4\mathrm{He} + {}^4\mathrm{He} \leftrightarrow {}^8\mathrm{Be}$ が平衡状態になる．この反応には

クーロン障壁のほかに質量エネルギーの差 90 keV があるので（図 19.11），このような高い温度でのみ大量に起こりうる．星の内部の密度が 10^8 kg/m^3 であるとき，10^9 個の ^{4}He 原子核に対して 1 つの ^{8}Be 原子核という平衡状態になる．もし共鳴反応が起こりうるような ^{12}C の 0^+ 状態が生成反応のエネルギーしきい値の少し上にあれば，^{8}Be の量がこのようにたいへん少なくても $^4\mathrm{He} + {}^8\mathrm{Be} \to {}^{12}\mathrm{C}^*$ によってかなりの量の炭素ができるであろう．このような示唆がなされてすぐに，7.654 MeV の励起エネルギーの状態が実際に見つかった [Co57]．この状態は 4×10^{-4} の確率で ^{12}C の基底状態へ崩壊する（図 19.11）．この状態は $^8\mathrm{Be} + \alpha$ のしきい値より 287 keV も上にあるが，融合する親核である ^{4}He と ^{8}Be の相対速度のマクスウェル速度分布の高エネルギー側のすそによってこのエネルギーに達することができる．ヘリウムから炭素への燃焼の実質的な反応は

$$3\,{}^4\mathrm{He} \longrightarrow {}^{12}\mathrm{C} + 2\gamma + 7.37\,\mathrm{MeV}$$

である．このいわゆる 3α 過程は宇宙においてより重い元素がつくられるために重要な役目を果たしている．宇宙におけるすべての原子核のうち約 1% がヘリウムより重い原子核である．これらは実際上すべて 3α の過程を経てつくられたものである．

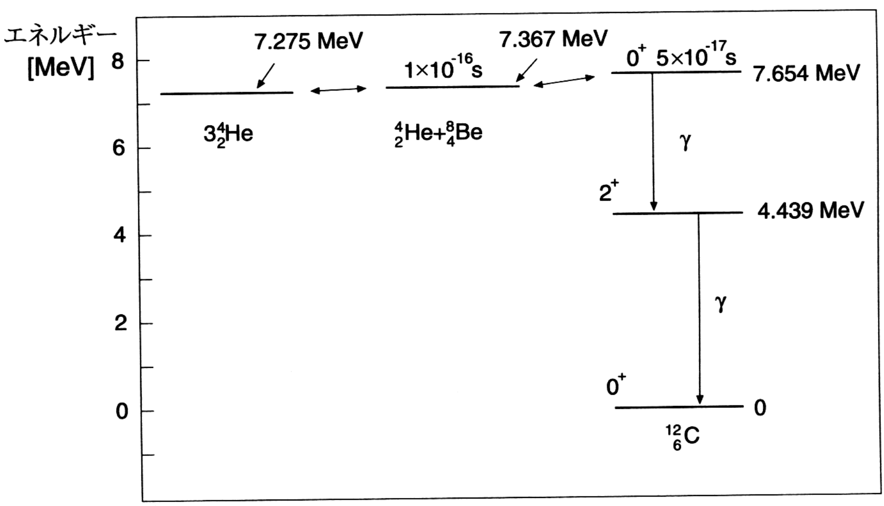


図 19.11 3α, $\alpha + {}^8$Be, ^{12}C の系のエネルギー準位．3α の系と $\alpha + {}^8$Be の系の基底状態のわずか上に ^{12}C の原子核の 0^+ 状態がある．この状態は ^{4}He 原子核が共鳴によって融合するときに生成される．この励起状態は 0.04% の確率で ^{12}C の基底状態へ崩壊する．

■**鉄までの燃焼**　ヘリウムの供給が尽きたときには星は主として ^{12}C でできている．そして太陽ぐらいの質量の星は白色矮星になる．

より質量の大きな星は進化の次の段階へと進む．温度によって α 粒子と ^{12}C, ^{16}O,

^{20}Ne などとの核融合が起きる．あるいは炭素，酸素，ネオン，ケイ素などが直接互いに核融合する．

例として次のような反応を挙げよう：

$$
\begin{aligned}
{}^{12}\mathrm{C} + {}^{12}\mathrm{C} &\longrightarrow {}^{20}_{10}\mathrm{Ne} + \alpha + 4.62\,\mathrm{MeV} \\
&\longrightarrow {}^{23}_{11}\mathrm{Na} + \mathrm{p} + 2.24\,\mathrm{MeV} \\
&\longrightarrow {}^{23}_{12}\mathrm{Mg} + \mathrm{n} - 2.61\,\mathrm{MeV} \\
&\longrightarrow {}^{16}_{8}\mathrm{O} + 2\alpha - 0.11\,\mathrm{MeV}
\end{aligned}
$$

他の反応も同じようなパターンであって，炭素から鉄までのすべての元素を生成する．

核融合しようとする原子核が重ければ重いほど Z が大きく，クーロン斥力が大きいので，核融合が実現するには高温でなければならない．温度は星の中心部で最も高く，表面へ向かって減少する傾向があるので，星の内部の「玉ねぎ構造」が形成される．星の中心部では鉄が合成されるのに対し，星の表面に近いほど軽い元素が生成される．最も外側の層では残っていた水素とヘリウムが燃焼する．

星の中心部はより熱くなっているので重い原子核の燃焼は短い時間のスケールで起こる．しかし原子核の質量とともに，1 回あたりの核融合で得られる核子あたりの結合エネルギーの増加の度合いは減少し，鉄に至ると増加しなくなる（図 2.4）．最後の段階であるケイ素から鉄への核融合はほんの数日の間に起こる [Be85]．鉄の原子核は核子あたりの結合エネルギーが最大なので，星における核融合の過程は鉄が合成されて終結する．

星の中心部が鉄になるともはや新たなエネルギー源はない．重力に逆らうための放射の圧力も熱運動もないので星は崩壊する．星の外側の物質は星の中心へ向かってあたかも自由落下をするかのように崩壊する．この圧縮により星の中心部の原子核物質はばく大な密度と温度に達するので強い爆発が起こる．星はこれまで一生の間に生成してきた以上のエネルギーを一瞬にして放出する．これは**超新星**と呼ばれる．星の物質の大部分は宇宙空間にちらばり，後に新しい星ができるときに構成物質として使われる．爆発の後に残った星のコアの質量が太陽の質量よりも小さければ，星は白色矮星として一生を終える．もし太陽質量の 1 倍から 2 倍の間であれば中性子星が生まれ，それよりも重ければブラックホールとなる．

■より重い原子核の合成　鉄より重い原子核は中性子を順次吸収することによってつくられる．これには 2 つの異なった過程がある．

【s 過程 (slow process)】　星が燃焼しているとき中性子は

$$
{}^{22}_{10}\mathrm{Ne} + \alpha \longrightarrow {}^{25}_{12}\mathrm{Mg} + \mathrm{n} - 0.48\,\mathrm{MeV}
$$

あるいは

$$^{13}_{6}\mathrm{C}+\alpha \longrightarrow {}^{16}_{8}\mathrm{O}+\mathrm{n}-0.91\,\mathrm{MeV}$$

のような核反応によって放出される．この中性子を続けて捕獲することによって中性子過剰な原子核の同位体ができる．同位体が β 崩壊に対して不安定であれば β 崩壊して最も安定な同重体に達する（図 3.2, 3.3）．このようにして安定な原子核の谷（図 3.1）に沿ってより重い元素が生成されうる．しかしその限界は鉛である．鉛より重い原子核は α 崩壊に対し不安定である．s 過程で同位体がつくられても α 粒子と鉛に崩壊してしまう．

【r 過程 (rapid process)】 この過程は超新星爆発の最中に起こる．中性子のフラックスは $10^{32}\,\mathrm{m^{-2}s^{-1}}$ にも達するので β 崩壊や α 崩壊をするよりも速く中性子を次々に吸収する．鉛より重い元素はこの過程によって生成されうる．ウランより重い元素の生成の上限は自発核分裂によって決まる．

地球や人を構成するすべての元素は（水素とヘリウムを別とすれば）もともとは星の内部にあり超新星爆発により（たぶん何度か）宇宙空間に放出されたものである．ヘリウムより重い元素の組成比ばかりでなく絶対量も宇宙の年齢と実験室で測った断面積から計算することができる．その結果は元素の存在量の測定値（図 2.2）とたいへんよく一致する．これは宇宙物理と原子核物理の研究者の共同研究の輝かしい成果の 1 つである．

【問　題】

1　太陽　太陽の質量は $M_\odot \approx 2\cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}$ （地球の質量の $3.3\cdot 10^5$ 倍）である．太陽の表面の化学組成は（質量比で表すと）71% が水素，27% がヘリウム，2% がより重い元素である．太陽の光度は $4\cdot 10^{26}\,\mathrm{W}$ である．

(a) 1 秒あたり何個の水素がヘリウムに変換されるか？

(b) 1 秒あたり太陽はどれだけの質量を失うか？

(c) 太陽が誕生して以来（$5\cdot 10^9$ 年で）もともとの水素のうちヘリウムに変換された割合はいくらか？

(d) 太陽が誕生して以来失った質量は地球の質量の何倍か？

(e) 模型を用いた計算によると，太陽はあと $5\cdot 10^9$ 年は今日と同じ割合で水素を燃焼し続けると言う．その後，水素が足りなくなると赤色巨星になる．この時間のスケールにどのような根拠があるかを説明せよ．

2　太陽ニュートリノ　太陽におけるエネルギー発生のために最も重要な手段は陽子が融合して ^{4}He 原子核をつくることである．これは主に反応 $\mathrm{p}+\mathrm{p}\to\mathrm{d}+\mathrm{e}^++\nu_\mathrm{e}$, $\mathrm{p}+\mathrm{d}\to{}^3\mathrm{He}+\gamma$, ${}^3\mathrm{He}+{}^3\mathrm{He}\to{}^4\mathrm{He}+\mathrm{p}+\mathrm{p}$ によって起こる．結局 ^{4}He 原子核が 1 つ生成されるごとに 26.72 MeV のエネルギーが解放される．このエネルギーのうち 90% は電磁放射となり，残りはニュートリノなどの粒子の運動エネルギーになる [Ba89].

(a) 地球上にやってくる太陽ニュートリノの数はどのくらいか？（太陽からの距離 $a = 1.5 \times 10^{8}\,\mathrm{km}$.）

(b) Abruzzi のトンネルの中で GALLEX 実験は反応 ${}^{71}_{31}\mathrm{Ga} + \nu_{\mathrm{e}} \to {}^{71}_{32}\mathrm{Ge} + \mathrm{e}^{-}$ によってニュートリノを検出する．この反応の断面積は 約 $2.5 \times 10^{-45}\,\mathrm{cm}^{2}$ である．30 t のガリウム（40% が ${}^{71}\mathrm{Ga}$, 60% が ${}^{69}\mathrm{Ga}$）の塩化物溶液を含むタンクの中に放射性の ${}^{71}\mathrm{Ge}$ 原子（寿命 $\tau = 16$ 日）が生成されるのを探す [An92]．ニュートリノのほぼ 50% はこの反応のエネルギーしきい値を超えている．タンクからすべてのゲルマニウム原子を取り出す．${}^{71}\mathrm{Ge}$ 原子が毎日いくつ発生するかを計算せよ．3 週間後にはタンクの中にいくつあるはずか？「無限に」長く待った場合，タンクの中にはいくつあるはずか？

3　超新星　質量 $M = 1.5 M_{\odot}$ ($\approx 3.0 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}$) で半径 $R \approx 10\,\mathrm{km}$ の中性子星は超新星の残骸である．この星を構成する物質は超新星の鉄のコア ($R \gg 10\,\mathrm{km}$) に由来している．

(a) もともとの星では，星の一生の間に水素を鉄に変換することによりどれだけのエネルギーが放出されたか？(${}^{56}\mathrm{Fe}$ の結合エネルギーは核子あたり $B = 8.79\,\mathrm{MeV}$ である.) **注意**：超新星爆発の際の爆縮の結果，もともとの鉄のコアの一部しか中性子星には残っていないので，計算はこの質量に対してのみ行う．

(b) 鉄のコアが内部崩壊して中性子星になる間にどれだけのエネルギーが放出されたか？

(c) エネルギーはどのような形で放出されたか？

第20章
強い相互作用をする多体系

> 我々は何体問題までは解くことができるのだろうか？ G.E. ブラウンは，その答えは歴史を思い起こせばわかると指摘した．18 世紀のニュートン力学では 3 体問題は解くことができなかった．1910 年頃の相対論の誕生および 1930 年頃の量子電磁気学の誕生により，2 体問題と 1 体問題が解けなくなった．そして現代の場の量子論ではゼロ体問題（真空）を解くことができない．だから厳密な解を求めようとすると，ゼロ体もすでに多過ぎるのである！
>
> R.D. マトック [Ma76]

本書の後半でクォークから多体系を組み立てることを学んだ．原子，分子，固体が電磁相互作用によって結合されているのに対し，クォークから成る多体系は強い相互作用によって結合されている．

クォークから成る系（ハドロンと原子核）は複雑な量子力学的な系である．このような複雑さは例えば系の一見互いに相入れないような多面的な性質に現れる．この系のある性質は 1 粒子模型で理解できるが，他の性質はいくつかの粒子が集団を成していることを示唆しており，更に系全体の集団的効果を示す性質もある．**カオス**の性質があり，統計的な記述でしか扱えない性質もある．しかしこれら 1 つ 1 つの概念は系の一面を説明しているにすぎない．

■準粒子　多体系は，十分低い励起エネルギーにおいては内部構造が複雑であってもいわゆる**準粒子** (quasi-particle) の系として記述できる場合が多い．基本的な構成要素およびそれらの間の様々な相互作用を取り扱う代わりに「実効的な粒子」（例えば半導体における電子と空孔）を考える．そうすると基本的な構成要素の間の相互作用の大部分は準粒子の内部構造に組み込まれ，準粒子同士の相互作用は弱いものとなる．

■集団状態　基本的な低エネルギーの励起の他の例としてはいわゆる集団状態がある．この状態は系の数多くの構成要素がコヒーレントに干渉し合うことによってつく

られる．具体例は結晶の格子の振動（フォノン）や原子核の表面の振動である．

■カオスの現象　励起エネルギーが増すとどのような多体系でも複雑さが増し，もはや基本的な励起に基づいて定量的に記述できなくなる．普遍的な性質を持ち，したがって相互作用の詳細にはよらないような統計的現象が観察される．

■ハドロン　ハドロンの構造はまだわずかしかわかっていない．ハドロンの基本的構成要素はグルーオンとクォークである．しかしこれらを実際に実験によって観測するには「無限に」大きい運動量移行を要するであろう．したがって深非弾性散乱においてさえ実際に観測にかかるのは実効的なクォークすなわち多体系である．構造関数の空間分解能 $(\hbar/Q)$ 依存性を定量的に説明できたことがQCD の成功の根拠になっている．しかし構造関数の形（x 分布），つまりハドロンの構造については運動量移行が大きな領域においてもまだ予言力がない．

一方，核子の励起エネルギーはわずかに数100 MeV なので，核子の構造は相対運動量の小さな領域でのクォークの振舞いに依存している．運動量移行がそのように小さな場合には結合定数 α_s がたいへん大きいので QCD では通常の摂動展開の方法をもはや用いることはできず多体系を正面から取り扱わなければならない．

ハドロンのスペクトロスコピーに現れる性質は構成子クォークだけを用いて記述できるのでグルーオンを考慮する必要がないことを前の章で見てきた．しかし構成子クォークは素粒子ではなくて複合物であり，**準粒子**と見なすべきものである．構成子クォークの性質（例えば質量，空間的拡がり，磁気モーメント）は基本的なクォークの性質とは明らかに違っている．このような準粒子を導入することによってハドロンのスペクトロスコピーを秩序立てて整理できるようになったと思われる．ハドロンの励起状態を群論によって分類することには大いに成功をおさめたが，力学的な性質はよくわかっていない．ハドロンの複雑な励起が構成子クォーク模型によってすべて記述できるかどうかも明らかでない．

軽いクォークから成るハドロンの励起状態は約 3 GeV までしか知られていない．励起エネルギーが高いほど共鳴の幅が大きくなり，状態の密度も高くて互いに重なり合う．3 GeV を超えるともはや共鳴構造は観測されない．これはカオスの現象が期待される領域なのかもしれない．しかし共鳴の幅が広いのでカオスの現象を観測することができない．

ハドロンにおける集団状態も同様にまだ観測されていない．これは，実効的な構成要素の数が少な過ぎるためにコヒーレントな現象を形成できないためかもしれない．

■強い相互作用の力　素粒子（クォークとレプトン）はグルーオン，光子，W および Z ボソンの交換によって媒介される**基本的な**力によって相互作用をする．内部構造を持つ系（原子，核子，構成子クォーク）の間に働く力は複雑な性質を持っており，

ファンデルワールス力や共有結合の力のようにそれ自身が多体現象である.

核子間や構成子クォーク間に働く強い相互作用の力は第1近似としては，短距離力で，スピンとアイソスピンの組み合わせにより引力であったり斥力であったりする実効的な力としてパラメータ化される．構成子クォークに関しては短距離での相互作用は実効的な結合定数を持った1グルーオン交換で正しく表されると考えられる．大きな距離では，クォークの閉じ込めのポテンシャルによって複数のグルーオンの交換がパラメータ化される．核子間の相互作用では2グルーオン交換（ファンデルワールス力）や2クォーク交換（共有結合）はおそらく大きな役割を果たさないであろう.

短距離における斥力は，1つにはクォークの波動関数の対称性の結果であり，他方では色磁気的な斥力の効果でもある．核力の引力の大部分は $q\bar{q}$ 対の交換により媒介される．このクォーク対は軽い中間子と考えることもできるのは驚くべきことではない.

原子核の中では，これらの力が更に多体効果（例えばパウリの原理）によって強く変更を受ける．そのため原子核物理の計算では実験結果に fit したパラメータを持つ現象論的な力を用いることがしばしばある.

■原子核　原子核は核子から成っていると考えるのはやや単純な見方である．原子核は「準粒子」から構成されている，と考える方がより現実的である．この準粒子はフェルミ運動量分布の上の縁に近いところにいる場合には核子と似た性質を示す．原子核の低エネルギーの2, 3の現象（スピン，磁気モーメント，励起エネルギー）は，最外殻の弱く束縛された核子ないし閉殻に空いた空孔の性質によって説明できる.

深く束縛された核子は殻模型の個々の状態にあてはめることができない．準弾性散乱で観測される状態の幅がたいへん広いことなどがその例として挙げられる．これに対し原子核に深く束縛された Λ 粒子はたいへん深く束縛されていても準粒子として記述できるように思われる.

原子核にはもっと大きな構造単位の準粒子もある．中性子の対ないしは陽子の対は原子核の中では $J^P = 0^+$ の系に結合する．つまりボソンの準粒子となる．超伝導におけるクーパー対や ^{3}He の超流動における原子の対と同様に，核子が対を成すことによって原子核内に超流動現象ができるのではないかと推測される．前の章で原子核の回転状態の慣性モーメントが，通常の相と超流動の相から成る2流体模型で定性的に記述できることを見た.

原子核の性質のうちのいくつかは集団的励起として理解できる．重い原子核においてはこのような効果は特に顕著に観察される．例えば巨大双極子共鳴は密度の振動であると解釈できる．原子核は大きさを持っている系なので形の振動も可能である．4重極励起は固体物理の類推でフォノンとして記述される．変形した原子核の回転バンドは集団的な性質を特に強く持っている.

より高いエネルギーになると励起の準粒子的性質や集団的性質は失われる．これは状態の配位混合が起こる領域の始まりであり，状態は粒子–空孔の波動関数や集団的波動関数の重ね合わせによってつくられる．更に高い励起エネルギーでは原子核の準位密度が励起エネルギーとともに指数関数的に増え，個々の準位を定量的に記述することは不可能になる．準位がたいへん複雑になったために，逆に新しい記述法つまり統計的な方法を用いることが可能になる．

■おわりに　複合系を取り扱う際に，基本的な系について持っている知識に基づいて理解しようと努めてきた．この努力は複合系の階層を認識して理解するにはたいへん役立った．それでも複雑な現象を**定量的に**扱うには新しい**実効的な**構成要素やそれらの間に働く実効的な力を導入しなければならなかった．

ハドロンのスペクトロスコピーにおいては構成子クォークを用い，基本的なQCD理論のクォークを使わなかった．核子間の相互作用はグルーオンやクォークの交換ではなく中間子の交換によって最もよく記述される．原子核においては，核子–核子相互作用で知られている力ではなく実効的な力がたいてい使われる．原子核におけるたくさんの集団状態は，殻模型との関係に本書で言及したものの，1粒子励起としてよりは集団的な変数によって定量的によく記述できる．以上のすべてのことは，最もよい記述法は常に「実効的な理論」の枠の中に見つかる，ということを示唆している．この実効的な理論は我々の実験の分解能に対応して選ばれるものである．これは強い相互作用をする複合系に固有なことでは決してなく，多体系で一般に成り立つことである．

今日では，より深い理解のために物理の研究者によって2つの方向がとられている．1つは，素粒子物理の今日の標準模型が本当に基本的なものか，あるいは「単に」実効的な理論なのかを検証しようとする努力である．もう1つは強い相互作用をする複合系の規則性をよりよく理解しようという試みである．

本書を読み終えたら石を結わえつけ，ユーフラテス河に投げ入れよ．
エレミア書　51.63

付　録

本書では素粒子物理と原子核物理および両者の関係を記述してきた．こうした知識を我々にもたらした実験については一般的な原理と方法を随所で説明した．この付録では実験物理の個々の道具，すなわち粒子加速器と測定器について簡単に解説する．これらの道具の開発がなければ，本書に記述された発見の数々は実現しなかったであろう．更に詳しい解説は文献 [Kl92a, Le94, Wi93] を参照していただきたい．

A.1　加速器

粒子加速器は様々な種類の粒子ビームを実験のために供給する．最高エネルギーの粒子加速器は（現在のところ）7 TeV (7×10^6 MeV) である．粒子ビームは一方では原子核標的にぶつけて励起状態をつくったり新粒子を生成したりするための「エネルギー源」として用いられる．また一方では標的粒子の内部構造を調べるための「探子」としても使われる．

新粒子を生成したり系を高い状態へ励起したりするために最も重要な量は，反応の**重心系エネルギー** $\sqrt{s}$ である．全エネルギーが E_a のビーム粒子 a が，**静止標的** (target particle) b に衝突するときには重心系エネルギーは

$$\sqrt{s} = \sqrt{(p_\mathrm{a}+p_\mathrm{b})^2} = \sqrt{(E_\mathrm{a}+E_\mathrm{b})^2 - (\boldsymbol{p}_\mathrm{a}+\boldsymbol{p}_\mathrm{b})^2} = \sqrt{2E_\mathrm{a}m_\mathrm{b}c^2 + (m_\mathrm{a}^2+m_\mathrm{b}^2)c^4} \tag{A.1}$$

である．ビームエネルギーに比べて粒子の質量が無視できるほどの高エネルギー実験ではこの式は次のように近似できる：

$$\sqrt{s} = \sqrt{2E_\mathrm{a}m_\mathrm{b}c^2}. \tag{A.2}$$

この式からわかるように静止標的型の実験では重心系エネルギーはビーム粒子のエネルギーの平方根に比例して増加するだけである．

静止標的の内部構造を調べるために運動量が p のビーム粒子を用いると，**換算ド・ブロイ波長** (reduced de Broglie wavelength) $\lambda\!\!\!^{-} = \hbar/p$ で表される空間分解能に達

する．エネルギー E との関係は式 (4.1) で与えられている．

すべての加速器は基本的には粒子源，加速装置，高真空のビームパイプ，粒子ビームを集束させたり曲げたりする装置から成っている．加速の原理は常に同じで，荷電粒子が電場の中で加速度を得ることを用いる．電荷 Ze の粒子がポテンシャル差 U を通過したときに得るエネルギーは $E = ZeU$ である．以下では重要な 3 つの種類の加速器について簡潔に説明する．

■静電加速器　この種の加速器では関係式 $E = ZeU$ が直接に利用される．静電加速器の主要部分は高電圧発生装置，電極，高真空のビームパイプである．最もよく用いられるのは**ヴァン・デ・グラーフ加速器** (Van der Graaff accelerator) で，電極は通常は金属球である．これは容量 C を持つコンデンサーとして働く．強い電場をつくるために絶縁されたベルトが回転して電極を帯電させる．接地点でベルトに渡された正電荷が電極ではぎとられる．装置全体は放電を避けるため絶縁ガス（例えば SF_6）を満たしたタンクの中に入っている．タンクは接地されている．このようにして電圧 $U = Q/C$ は 15 MV にも達しうる．**イオン源** (ion source) でつくられた正イオンは電極のポテンシャルの位置にまずあり，電極とタンクとのポテンシャル差によって加速される．$U = 15$ MV の場合，陽子ならば運動エネルギーが 15 MeV に達する．

タンデムヴァン・デ・グラーフ加速器 (tandem Van der Graaff accelerator)（図 A.1）を用いると 2 倍のエネルギーの粒子が得られる．この加速器では電場のポテンシャルが粒子加速に 2 回使われる．まず負イオンが接地電極でつくられビームパイプを通って高圧電極まで加速される．そこで薄膜などによってイオンから電子がいくつかはぎとられ正イオンになる．そして電場を逆に使って更に加速される．このように

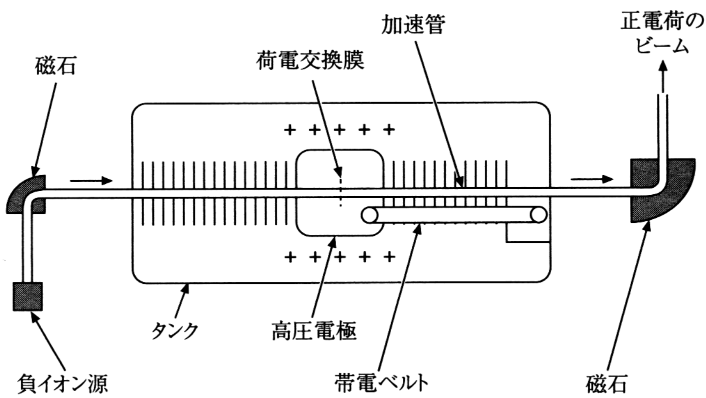


図 A.1　タンデムヴァン・デ・グラーフ加速器を図式的に示したもの．負イオンが左から電極まで加速され，そこで電子の一部がはぎとられて正イオンになり，電極とタンクのポテンシャル差によって更にもう一度加速される．このように 2 段階で加速されるのでタンデムと呼ばれる．

して陽子の場合は運動エネルギーが 30 MeV になる．重イオンの場合にはいくつかの電子がいっきにはぎとられるので更に高い運動エネルギーになる．

ヴァン・デ・グラーフ加速器は電流 100 μA までの安定した連続ビームを供給することができる．陽子，軽イオン，重イオンを，原子核反応や原子核スペクトロスコピーを系統的に研究することのできるエネルギーまで加速できるので，原子核物理にとって重要な実験装置である．

■**線形加速器** GeV 領域のエネルギーは粒子を繰り返し加速することによって初めて得られる．この原理に基づく線形加速器は 1 直線上に並べられた**加速管** (accelerating tube) から成り，粒子はその中心軸上を進行する．互いに隣接する加速管はポテンシャルが反対になるように配置してあるので粒子は加速管と加速管の間で加速される．加速管の内側では基本的には電場はない（ヴィデレー (Wideröe) 型）．粒子が加速管の間で常に加速されるように，**高周波発生装置** (high frequency generator) は周期を選んでポテンシャルを変化させる．n 個の加速管を通ると粒子は運動エネルギー $E = nZeU$ を得る．この種の加速器は**連続ビーム** (continuous beam) をつくることはできず，高周波と位相の合った粒子の集団を加速して**パルスビーム** (pulse beam) をつくる．

高周波発生器の周波数は固定されているので加速管の各段の長さはそこを通過する粒子の速さに合わせて調整しておかなければならない（図 A.2）．電子を加速する場合には質量が小さいために速度がすぐにほぼ光速に達するので，これは加速の最初の数段だけの問題である．これに対し陽子の線形加速器の場合には加速管の長さは一般に序々に長くなるようにしなければならない．線形加速器で得られる最終エネルギーは，加速管の数と加速管の間のポテンシャル差の最大値とによって決まる．

現在世界で最も大きな線形加速器はスタンフォード線形加速器センター (Stanford Linear Accelerator Center, SLAC) の約 3 km の長さの電子線形加速器である．こ

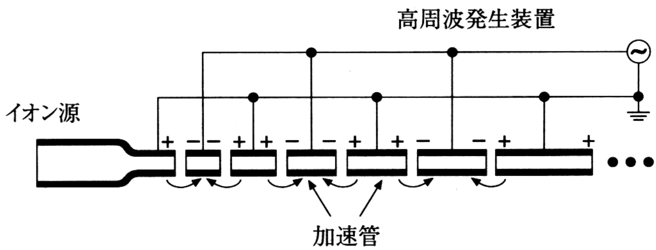


図 A.2 ヴィデレー型の線形加速器を図式的に示したもの．図にはある特定の時刻における加速管のポテンシャルが示されている．粒子はイオン源から最初の加速管へまず加速される．粒子が線形加速器を通り抜けるためには加速管の長さ L_i と高周波の周波数 ω が $L_i = v_i \pi/\omega$ という条件を満たすように調整しなければならない．ここで v_i は i 番目の加速管の位置における粒子の速度である．v_i は高周波発生装置の電圧と粒子の種類の両方に依存する．

こでは核子の深非弾性散乱など重要な実験が数多く行われた．この加速器では電子はおよそ 100,000 段の加速を経て約 50 GeV のエネルギーに達する．

■**シンクロトロン** 線形加速器では粒子が各段を 1 回しか通らないのに対し，シンクロトロンは環状の形をしているので粒子は同じ加速装置を何回も通って高いエネルギーまで加速されることが可能である．

粒子は磁場によって円軌道上に保たれる．円周上の 2, 3 の位置でのみ加速が行われる．シンクロトロンの原理は，加速装置の周波数 ω と磁場 B を同時に（シンクロさせて）変え，加速の結果粒子の回転周波数と運動量 p が増加するけれども粒子が常に加速される力を受け，粒子の回転半径が一定に保たれて真空パイプ内の軌道にとどまるようにすることである．そのためには次のような条件が同時に満たされなければならない：

$$\omega = n \cdot \frac{c}{R} \cdot \frac{pc}{E} \quad (n \text{ は自然数}), \tag{A.3}$$

$$B = \frac{p}{ZeR}. \tag{A.4}$$

ここで R はシンクロトロンのリングの曲率半径である．$pc/E = v/c$ である．技術的な理由により B と ω の変えられる範囲が限られているので，あらかじめ加速された粒子をシンクロトロンリングに入射して予定された最終エネルギーまで加速する必要がある．この前段加速器としては線形加速器や小型のシンクロトロンが用いられる．シンクロトロンもパルス状の粒子を加速する装置であって連続ビームを加速することはできない．

高いビーム強度を得るにはビームを理想的な軌道付近によく集束させることが重要である．前段加速器から主加速器へのビーム入射，そして主加速器から実験室へのビーム取り出しの際のビーム輸送においても，粒子を集束させるのは大切な技術である．高エネルギー加速器においてはビームを集束させるために **4 重極磁石**から成る磁気レンズが用いられる．荷電粒子は 4 重極磁石の磁場により 1 方向（例えば水平面）では中心軸に集束し，それに垂直な方向（鉛直面）では発散する．磁極（N と S）の位置が 90° だけ異なる 2 つの 4 重極磁石を前後に並べると荷電粒子が水平面，垂直面の両方向とも集束するようにすることができる．この**強集束** (strong focusing) の原理は，光学において薄い凹レンズと凸レンズを組み合わせて全体として集束の効果を得ることができるのと同様である．図 A.3 はシンクロトロンの基本的な構成要素と 4 重極磁石による集束作用を示す．

シンクロトロンで加速される粒子は**シンクロトロン放射** (synchrotron radiation) によってエネルギーの一部を失う．円運動を強いられると半径方向に加速度が生じるので荷電粒子は光子を放出する．シンクロトロン放射によって失われるエネルギーは加速装置によって補給されなければならない．光速に近い，高エネルギーの相対論的

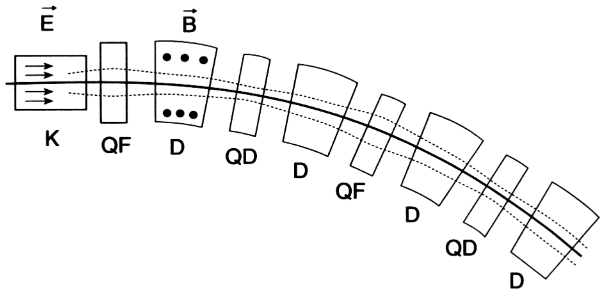


図 A.3　シンクロトロンの一部分を上から見たもの（正しい縮尺で描かれている）．加速装置と磁石がビームパイプ（実線）とともに示されている．高周波加速管 (K) は一般にシンクロトロンの何ヵ所かに置かれているだけである．2 重極磁石 (D) の磁場は粒子を円軌道上に保つためのものであるが，紙面に垂直な方向を向いている．4 重極磁石は常に 2 つで 1 組を成し，ビームを集束させる働きをする．点線はビームの束の縁を（拡大して）描いたもので集束の効果がわかる．4 重極磁石 QF は紙面内で集束作用があるのに対し 4 重極磁石 QD は発散作用がある．

な粒子にとって 1 周回あたりのエネルギー損失は

$$-\Delta E = \frac{4\pi\alpha\hbar c}{3R}\beta^3\gamma^4 \quad ただし \quad \beta = \frac{v}{c} \approx 1, \quad \gamma = \frac{E}{mc^2} \tag{A.5}$$

である．つまりエネルギー損失は粒子のエネルギー E の 4 乗に比例する．この式には質量依存性があるので，同じエネルギーでは電子は陽子より約 10^{13} 倍もエネルギー損失が大きい．そのために現在の電子シンクロトロンのエネルギーの上限は 100 GeV 程度である．陽子ビームにとってはシンクロトロン放射はあまり重要ではない．陽子の最高エネルギーは，陽子を一定の軌道に保つために必要な 2 重極磁石の磁場の強さによって決まっている．超伝導磁石を用いて 7 TeV のエネルギーまで達している．

シンクロトロンで加速された粒子を使う実験には 2 種類ある．最終エネルギーに達した後ビームをリングから取り出し外の標的へと導いて行う実験と，ビームをシンクロトロンの中に貯蔵したまま薄い内部標的 (internal target) または他のビームに衝突させて行う実験である．

■貯蔵リング　静止標的を用いる実験では重心系エネルギーはビームのエネルギーの平方根に比例して増加するだけである（式 (A.2)）．ビームエネルギーは同じでも**ビーム–ビーム衝突型の実験**をすればずっと大きな重心系エネルギーが得られる．エネルギーが E の粒子同士の正面衝突では重心系エネルギーは $\sqrt{s} = 2E$ であるからビームのエネルギーに比例して増加する．

粒子ビームの中の粒子密度はたいへん小さく，したがって 2 本のビームが衝突したときの反応率も小さい．そこで実験を十分な反応生成率で行うためにはビームの衝突の頻度を高くする必要がある．例えば 2 つの線形加速器を常時使って 2 本の粒子ビームをつくって衝突させれば高い反応率が得られるであろう．他の方法としては，シン

クロトロンで最終エネルギーまで加速した粒子ビームを貯蔵しておき，ビーム衝突型実験に使うことも可能である．貯蔵中には加速装置はシンクロトロン放射によるエネルギー損失を補うためだけに使う．

例としてはハンブルクの DESY にある HERA リングを取り上げよう．HERA は約 1 m の間隔を置いて平行に走る直径がほぼ等しい 2 つの貯蔵リングから成る．その一方で電子を約 30 GeV まで加速し，他方で陽子を約 920 GeV まで加速した後貯蔵する．円周上の 2ヵ所で電子のリングと陽子のリングが 1 点に交わるところがあり，ここで反対方向に周回する 2 本のビームが衝突する．測定器もこの点のまわりに配置されている．

粒子と反粒子（例えば電子と陽電子，陽子と反陽子）を衝突させようとする場合には加速器の構造はより簡単である．このような場合には貯蔵リングは 1 つだけあればよい．粒子は質量が同じで電荷が反対なのでリングを反対方向に同時に周回し，いくつかの衝突点をつくることができる．この例は 86 GeV の電子と陽電子の衝突が行われた LEP リング (Large Electron Position Ring) と，310 GeV の陽子と反陽子の衝突が行われた Sp$\bar{\text{p}}$S (Super Proton Antiproton Synchrotron) である．両方ともジュネーブ郊外の CERN に建設された．

素粒子物理の研究施設の例として DESY の加速器の複合体が図 A.4 に示されている．貯蔵リング DORIS と HERA での実験に電子，陽電子，陽子を供給するために全部で 7 つの前段加速器が使われている．電子と陽電子ビームの最高エネルギーがそれぞれ 5.6 GeV である電子–陽電子リング DORIS のために，前段加速器が 2 つ必要である．電子 30 GeV，陽子 920 GeV の電子–陽子リング HERA のためには 3 つの前段加速器が必要である．DORIS は高輝度のシンクロトロン放射光の発生装置としても使われており，表面物理，化学，生物，医学などのための研究装置として利用されている．

A.2　測定器

素粒子・原子核物理のための測定器の製作と開発は，加速器物理と同様にそれ自身がほぼ独立した科学の 1 分野となっている．ビームのエネルギーが上がり強度も増すにつれ性能の高い複雑な測定器が求められるようになった．その結果，測定器の機能は分化し，今では時間，粒子の位置，運動量，エネルギーの測定や粒子識別のための測定器がある．

測定器の原理は基本的には粒子と物質の電磁相互作用である．例としては電離過程などが挙げられる．そこでまずこれらの過程について概略を説明した後に，個々の測定器にどのようにそれが応用されているのかを述べる．

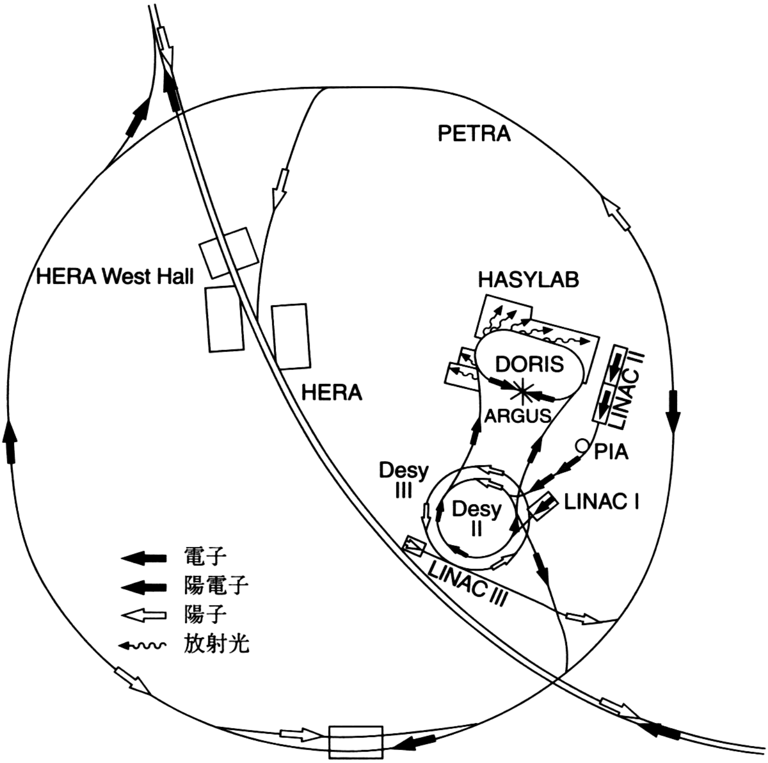


図 **A.4** ハンブルクのDESYにおける加速器の複合体．貯蔵リングDORISとHERAは一連の前段加速器からビームを供給される．電子は線形加速器（LINAC IないしLINAC II）によって450 MeVまで加速され，その後シンクロトロンDESY IIへ入射されて9 GeVまで加速される．そこからDORISかあるいはシンクロトロンPETRAへ入射される．PETRAはHERAのための最後の前段加速器の役割をし，電子のエネルギーは14 GeVに達する．HERAが始動する以前にはPETRAは最高ビームエネルギー23.5 GeVの電子–陽電子貯蔵リングとして使われていた．陽電子は，LINAC IIで加速された電子ビームを使って生成され，貯蔵リングPIAに蓄積された後DESY IIに入射されて加速され，DORISへ供給される．陽子はLINAC IIIにより50 MeVまで，続いて陽子シンクロトロンDESY IIIにより7.5 GeVまで加速された後，PETRAへ入射される．そこで40 GeVまで加速されてHERAへ入射される．HERAリングは大きいのでこの図には一部分しか描かれていないが，PETRAの周長が2,300 m，DESY II(III)の周長が約300 mであるのに対し，HERAの周長は6,336 mである.（この図はDESYの厚意による.）

■粒子と物質の相互作用　荷電粒子は物質中を通過すると媒質との衝突によってエネルギーを失う．その大部分は原子の電子の雲との相互作用によるものである．これにより原子は励起されるかイオン化される．**電離**（イオン化）によって失うエネルギーは**ベーテ–ブロッホの公式** (Bethe–Bloch formula) [Be30, Bl33] によって記述される．近似式は [PD94]：

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi}{m_e c^2} \frac{nz^2}{\beta^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \right)^2 \left[\ln \frac{2m_e c^2 \beta^2}{I \cdot (1-\beta^2)} - \beta^2 \right]. \tag{A.6}$$

ここで $\beta = v/c$, ze と v は粒子の電荷と速さ，n は電子密度，I は原子の平均イオン化ポテンシャル（物質の原子番号が $Z > 1$ の場合には典型的には $16\,\mathrm{eV}\cdot Z^{0.9}$）である．したがってエネルギー損失は粒子の電荷と速さに依存する（図 A.5）が，質量には依存しない．エネルギー損失は，速さが小さいときには速さとともに $1/v^2$ のように減少し，$p/m_0 c \approx 4$ 付近で最小値に達する．このときの粒子を**最小電離粒子** (MIP, minimum ionising particle) と呼ぶ．粒子の速さが更に大きく相対論的なときにはエネルギー損失は対数的にわずかに増加する．物質の密度 ϱ で規格化された単位長さ dx あたりの電離によるエネルギー損失 $-1/\varrho \cdot dE/dx$ は単位面積密度あたりのエネルギー損失を表す（図 A.5）．その値は最小値でも高い粒子エネルギーでも $1/\varrho \cdot dE/dx \approx 2\,\mathrm{MeV}/(\mathrm{g\,cm^{-2}})$ 程度である．

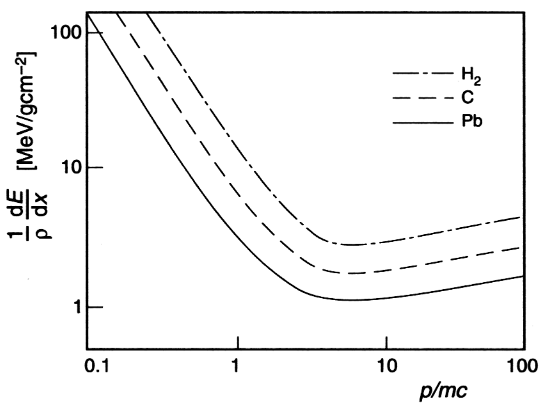


図 A.5　水素，炭素，鉛の電離による荷電粒子のエネルギー損失の平均値を図式的に示したもの．物質の密度で規格化した単位長さあたりのエネルギー損失を粒子の $p/mc = \beta\gamma$ の関数として両対数グラフに表している．エネルギー損失は重い元素よりも軽い元素による方が大きい．

電子や陽電子の物質中でのエネルギー損失においては電離ばかりでなく**制動放射** (bremsstrahlung) も重要な過程である．物質中の原子核の電場によって制動を受けた電子は光子の形でエネルギーを放出する．この過程は粒子のエネルギーと物質の種類に強く依存する．エネルギー損失は粒子のエネルギーにほぼ比例し媒質の電荷数 Z の 2 乗に比例する．$E_c \approx 600\,\mathrm{MeV}/Z$ とおおまかに表現される臨界エネルギー E_c を超えると電子にとっては電離よりも制動放射によるエネルギー損失の方が重要になる．そのような高エネルギーの電子にとって重要な物質のパラメーターは**放射長** (radiation length) X_0 である．放射長とは，制動放射によって電子のエネルギーが $1/e$ になる物質中の距離である．高エネルギーの電子は原子番号 Z の大きい物質によって最も減衰する．例えば鉛 $(Z = 82)$ では放射長はわずかに $0.56\,\mathrm{cm}$ である．

物質を通過する荷電粒子は電磁相互作用によって徐々にエネルギーを失った後に吸収されるのに対し，光子と物質の相互作用はただ 1 点で起こる．したがって光子ビームの強度（数）I は，通過する物質の厚さ ℓ の関数として指数関数的に減少する：

$$I = I_0 \cdot \mathrm{e}^{-\mu\ell}. \tag{A.7}$$

吸収係数 (absorption coefficient) μ は光子のエネルギーと物質の種類に依存する．

光子と物質の相互作用では基本的に以下の 3 つの過程のいずれかで起こる．**光電効果** (photoelectric effect)，**コンプトン効果** (Compton effect)，および**対生成** (pair production) である．これらの過程は光子のエネルギーと物質の種類に強く依存する．低エネルギーの keV の領域では光電効果が主な過程である．数 100 keV から数 MeV のエネルギー領域ではコンプトン効果が最も重要な過程である．高エネルギーになると対生成が 1 番重要である．対生成とは光子が原子核の場の中で電子–陽電子対に変換されることである．数 MeV を超えるとこれが主要な過程になる．このエネルギー領域では光子も放射長 X_0 を用いて記述できる．高エネルギーの光子の対生成による変換長 λ は $\lambda = 9/7 \cdot X_0$ である．鉛についての上記の 3 つの過程のエネルギー依存性が図 A.6 に示されている．

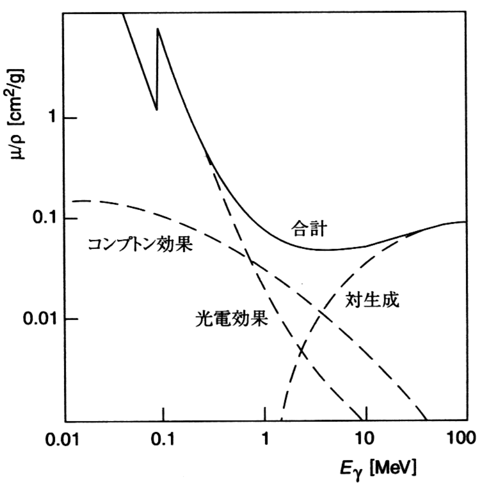


図 A.6　縦軸は鉛における光子の吸収係数 μ を鉛の密度 ϱ で割った量．横軸は光子のエネルギー．波線は光子が吸収される 3 つの過程，光電効果，コンプトン効果，対生成のそれぞれの寄与を示す．数 MeV 以上のエネルギーでは対生成の寄与が 1 番大きい．

粒子識別に役立つ他の 2 つの過程についても簡単に説明する．**チェレンコフ光の放射**と**原子核反応**である．**チェレンコフ放射** (Čerenkov radiation) とは荷電粒子が物質中の光の速さを超える速さで物質を通過するときに光子を放出することである．物質中の光の速さとは，物質の屈折率を n としたとき c/n である．

光子は荷電粒子の進行方向に対し

$$\theta = \arccos \frac{1}{\beta n} \tag{A.8}$$

という角度をなす方向に円錐状に放出される（n はその物質の屈折率である）．チェレンコフ放射によるエネルギー損失は電離と比べると小さい．

中性子のような電気的に中性なハドロンはこれまで述べたどの過程にも関与しないので，検出するためには**原子核反応** (nuclear reaction) を用いる．利用することのできる反応は原子核分裂や中性子吸収（eV–keV 領域），弾性および非弾性散乱（MeV 領域），ハドロン生成（高エネルギー）である．

■位置の測定　実験において反応の運動学的な量を再構成するには粒子の位置と運動量を測ることが重要である．粒子の飛跡を検出する測定器は，荷電粒子が電離によって失うエネルギーを利用するのが最も一般的である．

泡箱 (bubble chamber)，**スパークチェンバー** (spark chamber)，**ストリーマーチェンバー** (streamer chamber) では粒子の飛跡が目に見えるので写真に撮ることができる．写真上で反応の様子が一目でわかり美的にもすぐれたものである．特に 1950 年代と 1960 年代に泡箱で多くの新粒子が発見された．これらの測定器は現在では特殊な用途にのみ用いられている．

プロポーショナルチェンバー (proportional chamber) は平らな，ガスで満たされた空間に多くの細いワイヤー（直径は約 30 μm）を平行に張ったものである．ワイヤーは通常 2 mm くらいの間隔で並べられており，数 kV の正の電圧がかけられている．ガス中を通過した荷電粒子がその飛跡上にあるガスの原子を電離する．このときに放出された電子はアノードワイヤー（陽極のワイヤー）へ移動する（図 A.7）．細いワイヤーのまわりの電場はたいへん大きいので 1 次電子は加速されて運動エネルギーが増え，自らガスの原子を電離するようになる．電子なだれが起こりワイヤー上に測定可能な電気パルスが発生する．エレクトロニクスを用いてこのパルスを記録する．パルスが生じたワイヤーの位置から粒子の通った位置がわかる．ワイヤーと垂直方向の位置分解能は通常，ワイヤー間隔の半分くらいである．いくつかの層のプロポーショナルチェンバーを重ねてワイヤーが異なる方向を向くようにすると，空間分解能がよくなり飛跡を 3 次元的に再構成できるようになる．

ドリフトチェンバー (drift chamber) の機能は原理的にはプロポーショナルチェンバーと同じである．しかしワイヤーは数 cm の間隔で張られている．粒子の通過位置 x は，ワイヤー上に電気パルスが生じた時刻 t_{wire} を測り，他の測定器で測った粒子の通過時刻 t_0 と組み合わせて，理想的には線形関係

$$x = x_{\mathrm{wire}} + v_{\mathrm{drift}} \cdot (t_{\mathrm{wire}} - t_0) \tag{A.9}$$

として求められる．このような線形の関係はポテンシャルワイヤーをつけ加えて電場

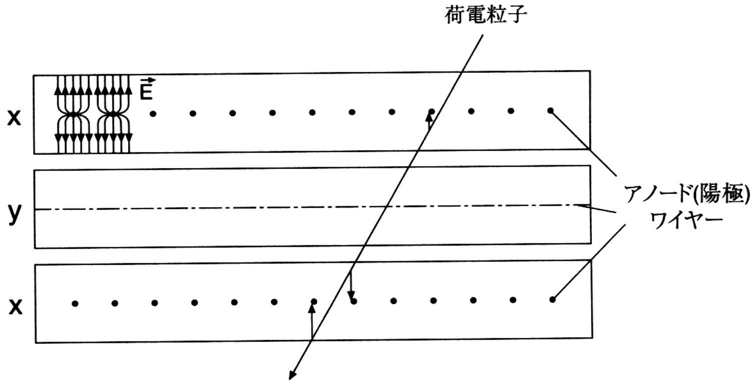


図 A.7 3面から成るプロポーショナルチェンバー．x と書かれた層のアノードワイヤーは紙面に垂直な方向を向いているが，y と書かれた層のアノードワイヤーは1点鎖線のように紙面に平行である．チェンバーの縁にはカソード面がある．アノードワイヤーに正の高電圧をかけると左上の端に図式的に示すような電場ができる．チェンバー中を荷電粒子が通過すると飛跡上のガスが電離し，電子が電気力線に沿ってアノードワイヤーまで移動する．この図の荷電粒子の例では上の x 層では1本のワイヤーに信号が生じ，下の x 層では2本のワイヤーに信号が生じる．

を均一に保ち，ガス中に放出された電子のドリフト速度 $v_{\rm drift}$ を一定にすることができた場合に得られる．ドリフトチェンバーの空間分解能は 50 μm にも達する．3次元的な飛跡の再構成には何層かのドリフトチェンバーを重ね合わせることが必要である．ドリフトチェンバーは広い面積をカバーして飛跡の再構成をするのにたいへん適している．数m四方を覆うことが可能である．

シリコンストリップ検出器 (silicon strip detector) はシリコン結晶の上にたいへん薄い読み出し用の電極が例えば 20 μm 間隔で取り付けられたものである．荷電粒子がシリコンを通過すると電子–空孔対が発生する．シリコン中では 3.6 eV あれば電子–空孔対を1つつくることができる．発生した電荷は電圧をかけることによって読み出し用の電極に集められ記録される．このようにして 10 μm よりもよい空間分解能が得られる．

■運動量の測定 荷電粒子の運動量は強い磁場を用いて決定される．磁場中では荷電粒子はローレンツ力により円軌道を描く．この飛跡は例えば泡箱で写真に撮るか何層かのワイヤーチェンバーで測定して再構成する．粒子の飛跡の曲率半径 R の測定値とわかっている一様な磁場 B の値とから，運動量の磁場に垂直な成分 $p_\perp$ の値が得られる：

$$p_\perp = 0.3 \cdot B \cdot R \left[\frac{\mathrm{GeV}/c}{\mathrm{T\,m}}\right]. \tag{A.10}$$

磁気スペクトロメータ (magnetic spectrometer) は磁石の前後で粒子の飛跡を測ることによって磁場中での粒子の進行方向の変化の角度を求め間接的に曲率半径を決

めるのに使われる．この運動量の測定法は，曲率半径を直接決定するよりも実際には誤差が小さい．相対的な測定精度は $\delta p/p \propto p$ という関係に従い運動量が大きくなると一般に精度が下がる．運動量が大きくなると粒子の飛行方向の変化が小さくなるからである．

■**エネルギーの測定**　一般に粒子のエネルギーを測るには物質中で粒子が完全に吸収されることが必要である．吸収されたエネルギーは原子の電離や励起，あるいは場合によってはチェレンコフ光などに変換される．これらの信号は適切な装置で変換して測ることができ，粒子の元のエネルギーに比例している．エネルギー分解能はこの変換の過程での統計的ゆらぎによって決まる．

半導体検出器 (semiconductor detector) は原子核物理にとってたいへん重要な検出器である．荷電粒子によって生成された電子–空孔対は検出器にかけられている電圧により分離され電気パルスとして検出される．電子–空孔対をつくるのに要するエネルギーはゲルマニウムではわずか 2.8 eV，シリコンでは 3.6 eV である．半導体検出器は通常数 mm の厚さがあり数 10 MeV までのエネルギーを持つ軽い原子核を吸収することができる．光子のエネルギーは，光電効果によって放出された電子が吸収されるときに出る信号によって測定される．生成される電子–空孔対の数 N が大きいので半導体のエネルギー分解能の相対値 $\delta E/E \propto \sqrt{N}/N$ はたいへんすぐれている．$\delta E/E$ の値は 1 MeV の粒子に対し 10^{-3} から 10^{-4} である．

電磁カロリメータ (electromagnetic calorimeter) は約 100 MeV 以上の電子，陽電子，光子のエネルギーを測定するのに使われる．これらの粒子がカロリメータの物質中で制動放射と電子–陽電子対生成を繰り返し，2 次粒子のカスケードを発生させることを利用する．2 次粒子により測定できる電離や光の信号が生成される様子が図 A.8 に示されている．このようなシャワーをカロリメータ中で完全に吸収するには，カロリメータの長さがエネルギーにより放射長 X_0 の約 15 倍から 25 倍なければならない．例として **NaI(Tl)** ないし**鉛ガラス** (lead glass) から成る一様なカロリメータを考察しよう．

わずかな量の Tl をドープ（添加）した NaI は無機**シンチレータ**であり，その中を粒子が通過すると可視光の領域の波長の光子が生成される．この光子は**光電子増倍管** (photomultiplier) を用いて電気パルスに変換される．カロリメータとしては大きな結晶の NaI(Tl) が使われ，その後ろ側に光電子増倍管が取り付けられる（図 13.4 参照）．エネルギー分解能の相対値の典型的な値は $\delta E/E \approx 1\text{–}2\%/\sqrt[4]{E\,[\mathrm{GeV}]}$ である．NaI(Tl) は特に光電効果による光子の吸収係数が大きいので，1 MeV 以下のエネルギーの原子核のガンマ線スペクトロスコピーにとっても重要である．

鉛ガラスの中で起きるカスケードの粒子によりチェレンコフ光が発生させられる．チェレンコフ光も光電子増倍管を用いて記録される．数千個の鉛ガラスのブロックか

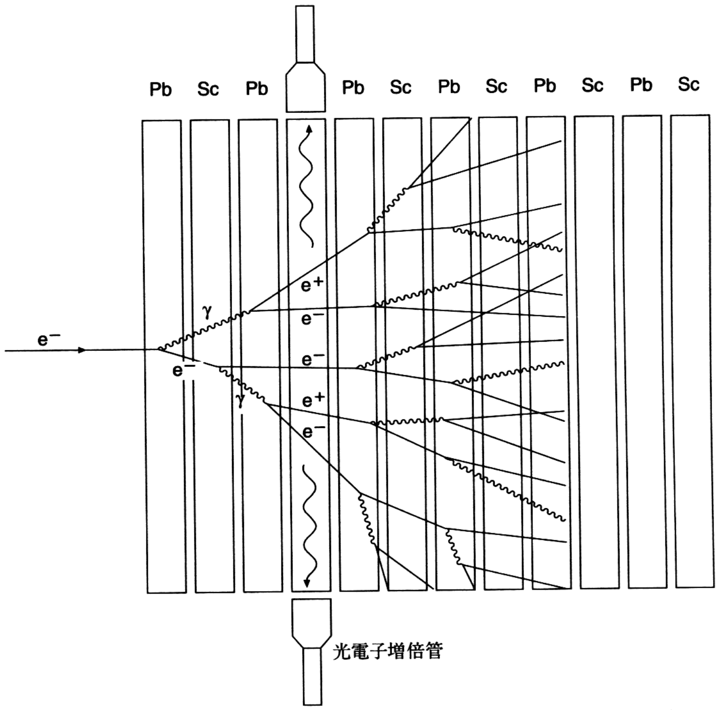


図 A.8 カロリメータの中に形成される粒子のカスケードを図式的に示したもの．鉛とシンチレータの層から成るサンプリングカロリメータの中の電磁気的なカスケードが描かれている．鉛は主として制動放射や対生成過程を起こさせる吸収物質として使われている．図をわかりやすくするための粒子の発生する角度は実際よりも大きくして描いている．同様の理由で粒子の飛跡は検出器の最後の層まで描いてない．シンチレータの中で電子と陽電子は可視光領域のシンチレータ光を発生させる．この光はシンチレータの内側で全反射をして端まで達し（矢印付きの波線），そこで光電子増倍管により検出される．測定されたシンチレーション光の総量は入射した電子のエネルギーに比例している．

ら成るカロリメータを組み立てると数 m 四方の面積を覆うことができる．鉛ガラスのブロックの横幅は電磁シャワーが横方向に数 cm 拡がるのを考慮に入れて決める．エネルギー分解能は典型的に約 $\delta E/E \approx 3\text{–}5\%/\sqrt{E\,[\mathrm{GeV}]}$ である．

ハドロンカロリメータ (hadronic calorimeter) はハドロンのエネルギーを測定するのに使われる．ハドロンはカロリメータの中で非弾性反応をして 2 次粒子（主にハドロン）のシャワーをつくる．このようなハドロンシャワーは電磁シャワーに比べ空間的に拡がっており，2 次粒子の数と種類の統計的ゆらぎが大きい．**サンプリングカロリメータ** (sampling calorimeter) は吸収物質（例えば鉄やウラン）と検出器物質（例えば有機シンチレータ）の層を交互に重ねてつくられている．もとの粒子のエネルギーのうちわずかな割合しか検出器物質の部分に与えられない．このことと，2 次粒子の数の統計的ゆらぎが大きいことによりハドロンカロリメータのエネルギー分

解能はあまり高くない．およそ $\delta E/E \approx 30$–$80\%/\sqrt{E\,[\mathrm{GeV}]}$ である．

高エネルギーの相対論的粒子ではエネルギーと運動量はどちらか片方を測ればよい（式 (5.6)）．磁気スペクトロメータによる運動量測定の精度は粒子の運動量に比例して下がる．一方，カロリメータによるエネルギー測定の精度はエネルギーとともに $1/\sqrt{E}$ で上昇する．粒子の種類と測定器の配置にもよるが，50–100 GeV/c 以上の粒子の運動量は，エネルギー分解能がよいカロリメータでエネルギーを測って間接的に決定した方がよい場合もある．

■**粒子識別**　粒子の種類を識別するには通常は粒子の質量と電荷を知ればよい．粒子の電荷の符号は磁場の中で粒子が曲がる向きから容易にわかるが，粒子の質量を直接測ることはたいてい不可能である．だから粒子識別の普遍的な方法はない．むしろ粒子の質量以外の性質を利用する方法がたくさんある．以下では運動量が約 100 MeV/c 以上の粒子のために素粒子物理で使われる方法を簡潔にいくつか挙げる．

- 短寿命の粒子は不変質量の方法を用いて崩壊生成物から識別できる（15.1 節参照）．
- ニュートリノが発生したことは通常，反応においてエネルギーや運動量の不足分があるか調べることによってのみ検出される．
- 電子や光子はカロリメータにおける特徴的な電磁シャワーによって検出される．電子と光子を区別するにはカロリメータの前に電離を測る検出器（例えばプラスチックシンチレータかワイヤーチェンバー）を置けばよい．電子は電離を起こさせ信号を残すが，光子からは信号が出ない．
- ミューオンは透過力が特に高いことを用いて識別する．ミューオンがエネルギーを失うのは主に電離によってである．厚い鉄の板によって他のすべての荷電粒子を吸収させた後に，電離を用いるチェンバーを置けばミューオンを識別できる．
- 電荷を持ったハドロン（パイ中間子，K 中間子，陽子など）は識別するのが最も難しい粒子である．運動量を測るだけでなく，何か別の独立な量を 1 つ測らなければならない．何が最も適しているかは粒子の運動量の領域による．
  - 運動量が 1 GeV/c 以下であれば 2 つの電離型測定器（プラスチックシンチレータ）の間の**飛行時間** (time of flight) を測ればよい．一定の運動量に対し，質量が大きければ速度が小さいからである．電離によるエネルギー損失を測る可能性もある．エネルギー損失は粒子の速度に依存し，この速度の領域では $1/v^2$ に従う．
  - 上で述べた電離によるエネルギー損失を測る方法を繰り返して行えば，$\beta = v/c$ に関して $-dE/dx$ が対数的に増加するだけの約 1.5–50 GeV/c の運動量領域にも拡張できる．
  - いろいろな種類の**チェレンコフ検出器**が 100 GeV/cまでの範囲で使える．し

きい値型の**チェレンコフ検出器**には，特定の運動量領域の特定の粒子のみがチェレンコフ光を出すような屈折率 n の物質を選んで使わなければならない（式 (A.8) 参照）．リングイメージチェレンコフ検出器 (RICH) ではチェレンコフ光の放出される角度を測るのでこれから粒子の速さがわかる．もし運動量がわかっていれば両者を組み合わせて質量がわかるので粒子が識別できる．

– **遷移放射検出器** (transition radiation detector) は $\gamma = E/mc^2 \gtrsim 100$ の粒子に対して用いることができる．遷移放射は荷電粒子が 1 つの物質から誘電率の異なる他の物質に移るときに発生する．放射の強度が γ に依存する．したがって同じ運動量を持つ異なるハドロンについて，放射の強度を測れば γ がわかり粒子が識別できる．この方法は，ハドロンのエネルギーが 100 GeV 以上のときには粒子識別の唯一の方法である．遷移放射は電子とパイ中間子を区別するのにも使うことができる．電子の質量は小さいので 1 GeV くらいでもすでに測定が可能である．

- 中性子の検出は特殊である．熱中性子や運動量が約 20 MeV/c までの中性子は，(n,α) や (n,p) という原子核反応によって検出される．電荷を持った反応生成物は運動エネルギーが決まっているのでシンチレーション測定器や気体の電離型測定器で測定することができる．20 MeV/c から 1 GeV/c の間の運動量では中性子–陽子弾性散乱を利用する．陽子は普通は測定器の物質（プラスチックシンチレータや測定器内の気体）の中に含まれる陽子を使う．1 GeV/c 以上の中性子にはハドロンカロリメータしか測定法がない．しかしこの場合，粒子識別には不確定さが伴う．

■測定器システム　測定器システムの例として貯蔵リング HERA の **ZEUS 測定器**を挙げる．この測定器は重心系エネルギー約 314 GeV までの高エネルギー電子–陽子衝突の反応生成物を測定する（図 A.9）．反応点のまわりはビームパイプを別にすれば全立体角が測定器で覆われるようになっている．反応生成物のエネルギーや運動量の測定および粒子識別を最適化するように多くの検出器が配置されている．重要な構成要素は反応点のすぐまわりにあるワイヤーチェンバーと，そのすぐ外側にあって電子とハドロンのエネルギーを高精度で測るウラン–シンチレータ・カロリメータである．

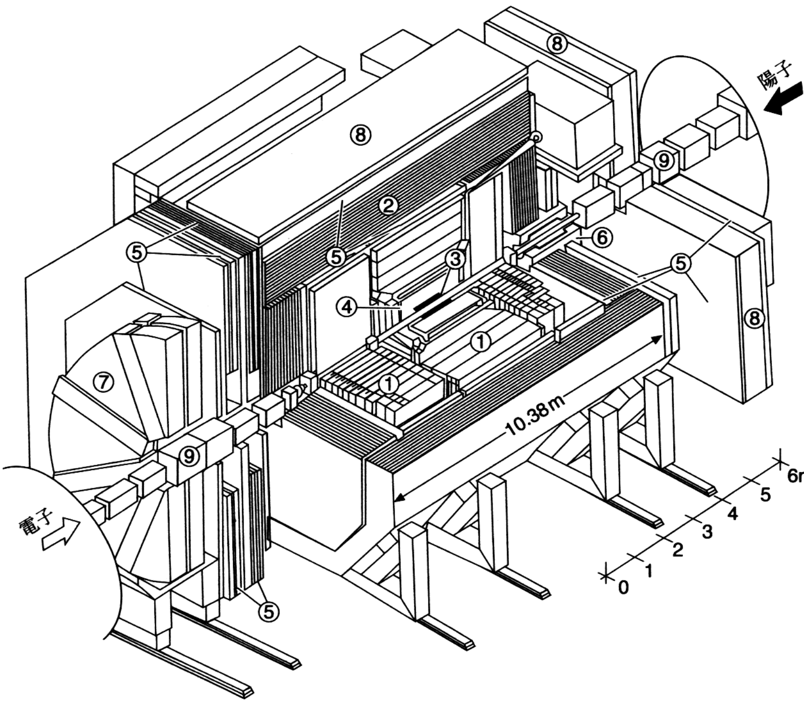


図 A.9 DESY の HERA 貯蔵リングにおける ZEUS 測定器．電子と陽子は磁石 (⑨) によって集束させられて測定器の中央で衝突する．電荷を持った反応生成物の飛跡は反応点を囲むヴァーテックス検出器 (③) と中央部のトラッキングチェンバー (④) によって測定される．これらのドリフトチェンバーの外側を，1.8 T までの磁場を発生することができる超伝導コイルが囲む．この磁場の電子ビームへの影響は補償用磁石 (⑥) によって補償される．超伝導コイルの外側にはウラン–シンチレータ・カロリメータ (①) があり，電子，光子，およびハドロンのエネルギーが高精度で測定できる．鉄の板 (②) は中央部のソレノイドの磁場の磁束を戻すためのものであるが，中央部のウラン・カロリメータで完全に吸収されなかった高エネルギーの粒子シャワーのエネルギーを測るカロリメータの吸収体としても同時に役立っている．鉄の板の内側および外側にミューオン測定用の大面積の飛跡検出器 (⑤) が置かれている．これは測定器全体を覆っている．ミューオンは磁化された鉄の板の中，ないしは 1.7 T のトロイダル磁場 (⑦) の中を通るので，ミューオンの運動量を測ることができる．強化コンクリートの壁 (⑧) は可能な限り実験室を反応で発生した放射線から防護するためのものである（この図は DESY の厚意による）．

A.3 角運動量の結合

2 つの角運動量 $|j_1 m_1\rangle$ と $|j_2 m_2\rangle$ を結合して全角運動量 $|JM\rangle$ をつくるときには次の選択則に従う必要がある：

$$|j_1 - j_2| \leq J \leq j_1 + j_2, \tag{A.11}$$

$$M = m_1 + m_2, \tag{A.12}$$

$$J \geq |M|. \tag{A.13}$$

結合した状態は**クレプシュ–ゴルダン係数** (CGC: Clebsch–Gordan coefficients) $(j_1 j_2 m_1 m_2 | JM)$ を用いて $|j_1 j_2 JM\rangle$ を基底として展開できる：

$$|j_1 m_1\rangle \otimes |j_2 m_2\rangle = \sum_{\substack{J=|j_1-j_2| \\ M=m_1+m_2}}^{J=j_1+j_2} (j_1 j_2 m_1 m_2 | JM) \cdot |j_1 j_2 JM\rangle. \tag{A.14}$$

したがって 2 つの角運動量 $|j_1 m_1\rangle$ と $|j_2 m_2\rangle$ を結合して全角運動量 $|JM\rangle$ の系ができる確率は，それに対応する CGC の自乗に等しい.

逆の展開

$$|j_1 j_2 JM\rangle = \sum_{\substack{m_1=-j_1 \\ m_2=M-m_1}}^{m_1=+j_1} (j_1 j_2 m_1 m_2 | JM) \cdot |j_1 m_1\rangle \otimes |j_2 m_2\rangle \tag{A.15}$$

も成り立つ. 2 つの角運動量 j_1 と j_2 の結合によってできた系 $|JM\rangle$ において，CGC の自乗はそれぞれの角運動量が状態 $|j_1 m_1\rangle$ および $|j_2 m_2\rangle$ である確率を表す.

式 (A.14) と (A.15) はアイソスピンにも適用できる. 例として Δ^+ バリオン $(I = 3/2, I_3 = +1/2)$ を取り上げよう. この粒子は $\mathrm{p} + \pi^0$ ないしは $\mathrm{n} + \pi^+$ に崩壊しうる. その分岐比は次のように求められる：

$$\frac{B(\Delta^+ \to \mathrm{p} + \pi^0)}{B(\Delta^+ \to \mathrm{n} + \pi^+)} = \frac{\left|\left(\ \tfrac{1}{2}\ 1\ +\tfrac{1}{2}\ \ 0\ \middle|\ \tfrac{3}{2}\ +\tfrac{1}{2}\ \right)\right|^2}{\left|\left(\ \tfrac{1}{2}\ 1\ -\tfrac{1}{2}\ +1\ \middle|\ \tfrac{3}{2}\ +\tfrac{1}{2}\ \right)\right|^2} = \frac{\left(\sqrt{\tfrac{2}{3}}\right)^2}{\left(\sqrt{\tfrac{1}{3}}\right)^2} = 2. \tag{A.16}$$

小さな角運動量の場合について CGC が表にまとめてある. $j_1 = 1/2, j_2 = 1$ の場合の値は一般的な位相の関係式

$$(j_2 j_1 m_2 m_1 | JM) = (-1)^{j_1+j_2-J} \cdot (j_1 j_2 m_1 m_2 | JM) \tag{A.17}$$

を用いて得られる.

$j_1=1/2$		$j_2=1/2$		
m_1	m_2	J	M	CGC
$1/2$	$1/2$	1	1	$+1$
$1/2$	$-1/2$	1	0	$+\sqrt{1/2}$
$1/2$	$-1/2$	0	0	$+\sqrt{1/2}$
$-1/2$	$1/2$	1	0	$+\sqrt{1/2}$
$-1/2$	$1/2$	0	0	$-\sqrt{1/2}$
$-1/2$	$-1/2$	1	-1	$+1$

$j_1=1$		$j_2=1/2$		
m_1	m_2	J	M	CGC
1	$1/2$	$3/2$	$3/2$	$+1$
1	$-1/2$	$3/2$	$1/2$	$+\sqrt{1/3}$
1	$-1/2$	$1/2$	$1/2$	$+\sqrt{2/3}$
0	$1/2$	$3/2$	$1/2$	$+\sqrt{2/3}$
0	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$-\sqrt{1/3}$
0	$-1/2$	$3/2$	$-1/2$	$+\sqrt{2/3}$
0	$-1/2$	$1/2$	$-1/2$	$+\sqrt{1/3}$
-1	$1/2$	$3/2$	$-1/2$	$+\sqrt{1/3}$
-1	$1/2$	$1/2$	$-1/2$	$-\sqrt{2/3}$
-1	$-1/2$	$3/2$	$-3/2$	$+1$

$j_1=1$		$j_2=1$		
m_1	m_2	J	M	CGC
1	1	2	2	$+1$
1	0	2	1	$+\sqrt{1/2}$
1	0	1	1	$+\sqrt{1/2}$
1	-1	2	0	$+\sqrt{1/6}$
1	-1	1	0	$+\sqrt{1/2}$
1	-1	0	0	$+\sqrt{1/3}$
0	1	2	1	$+\sqrt{1/2}$
0	1	1	1	$-\sqrt{1/2}$
0	0	2	0	$+\sqrt{2/3}$
0	0	1	0	0
0	0	0	0	$-\sqrt{1/3}$
0	-1	2	-1	$+\sqrt{1/2}$
0	-1	1	-1	$+\sqrt{1/2}$
-1	1	2	0	$+\sqrt{1/6}$
-1	1	1	0	$-\sqrt{1/2}$
-1	1	0	0	$-\sqrt{1/3}$
-1	0	2	-1	$+\sqrt{1/2}$
-1	0	1	-1	$-\sqrt{1/2}$
-1	-1	2	-2	$+1$

A.4 物理定数

表 A.1 物理定数 [Co87, La95, PD98]. 括弧の中の数字は，最後の桁の数字の誤差を示す．c, μ_0（および ε_0）の値は「メートル」と「アンペア」の単位の定義に使われている [Pe83]．したがってこれらの定数には誤差がない．

定数	記号	値
光速	c	$2.997\,924\,58 \times 10^{8}\ \mathrm{m\,s^{-1}}$
プランク定数	h	$6.626\,075\,5\,(40) \times 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}$
換算プランク定数	$\hbar = h/2\pi$	$1.054\,572\,66\,(63) \times 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}$
		$= 6.582\,122\,0\,(20) \times 10^{-22}\ \mathrm{MeV\,s}$
	$\hbar c$	$197.327\,053\,(59)\ \mathrm{MeV\,fm}$
	$(\hbar c)^2$	$0.389\,379\,66\,(23)\ \mathrm{GeV^2\,mbarn}$
原子質量単位	$u = M_{^{12}\mathrm{C}}/12$	$931.494\,32\,(28)\ \mathrm{MeV}/c^2$
陽子の質量	M_p	$938.272\,31\,(28)\ \mathrm{MeV}/c^2$
中性子の質量	M_n	$939.565\,63\,(28)\ \mathrm{MeV}/c^2$
電子の質量	m_e	$0.510\,999\,06\,(15)\ \mathrm{MeV}/c^2$
素電荷	e	$1.602\,177\,33\,(49) \times 10^{-19}\ \mathrm{A\,s}$
真空の誘電率	$\varepsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$	$8.854\,187\,817 \times 10^{-12}\ \mathrm{A\,s/V\,m}$
真空の透磁率	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{V\,s/A\,m}$
微細構造定数	$\alpha = e^2/(4\pi\varepsilon_0\hbar c)$	$1/137.035\,989\,5\,(61)$
古典電子半径	$r_\mathrm{e} = \alpha\hbar c/m_\mathrm{e}c^2$	$2.817\,940\,92\,(38) \times 10^{-15}\ \mathrm{m}$
コンプトン波長	$\lambda\!\!\!^{-}{}_\mathrm{e} = r_\mathrm{e}/\alpha$	$3.861\,593\,23\,(35) \times 10^{-13}\ \mathrm{m}$
ボーア半径	$a_0 = r_\mathrm{e}/\alpha^2$	$5.291\,772\,49\,(24) \times 10^{-11}\ \mathrm{m}$
ボーア磁子	$\mu_\mathrm{B} = e\hbar/2m_\mathrm{e}$	$5.788\,382\,63\,(52) \times 10^{-11}\ \mathrm{MeV\,T^{-1}}$
核磁子	$\mu_\mathrm{N} = e\hbar/2m_\mathrm{p}$	$3.152\,451\,66\,(28) \times 10^{-14}\ \mathrm{MeV\,T^{-1}}$
磁気モーメント	μ_e	$1.001\,159\,652\,193\,(10)\ \mu_\mathrm{B}$
	μ_p	$2.792\,847\,386\,(63)\ \mu_\mathrm{N}$
	μ_n	$-1.913\,042\,75\,(45)\ \mu_\mathrm{N}$
アボガドロ数	N_A	$6.022\,136\,7\,(36) \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$
ボルツマン定数	k	$1.380\,658\,(12) \times 10^{-23}\ \mathrm{J\,K^{-1}}$
		$= 8.617\,385\,(73) \times 10^{-5}\ \mathrm{eV\,K^{-1}}$
重力定数	G	$6.672\,59\,(85) \times 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$
	$G/\hbar c$	$6.707\,11\,(86) \times 10^{-39}\ (\mathrm{GeV}/c^2)^{-2}$
フェルミ定数	$G_\mathrm{F}/(\hbar c)^3$	$1.166\,39\,(1) \times 10^{-5}\ \mathrm{GeV^{-2}}$
ワインバーグ角	$\sin^2\theta_\mathrm{W}$	$0.23124\,(24)$
$\mathrm{W}^{\pm}$ の質量	M_W	$80.41\,(10)\ \mathrm{GeV}/c^2$
Z^0 の質量	M_Z	$91.187\,(7)\ \mathrm{GeV}/c^2$
強い相互作用の結合定数	$\alpha_\mathrm{s}(M_\mathrm{Z}^2 c^2)$	$0.119\,(2)$

問題の解答

第 2 章

1 ^{3}H 原子核の結合エネルギー $B_{^3\mathrm{H}}$ は ^{3}He 原子核の結合エネルギー $B_{^3\mathrm{He}}$ より大きい：$B_{^3\mathrm{H}} > B_{^3\mathrm{He}}$．その差は ^{3}He における陽子間のクーロン斥力のエネルギー V_C であると考えると

$$\begin{aligned} V_\mathrm{C} = \frac{\hbar c\alpha}{R} &= B_{^3\mathrm{H}} - B_{^3\mathrm{He}} \\ &= (M_{^1\mathrm{H}} + 2M_\mathrm{n} - M_{^3\mathrm{H}})\cdot c^2 - (2M_{^1\mathrm{H}} + M_\mathrm{n} - M_{^3\mathrm{He}})\cdot c^2 \\ &= (M_\mathrm{p} + 2M_\mathrm{n} + m_\mathrm{e} - M_{^3\mathrm{H}})\cdot c^2 - (2M_\mathrm{p} + M_\mathrm{n} + 2m_\mathrm{e} - M_{^3\mathrm{He}})\cdot c^2 \\ &= (M_{^3\mathrm{He}} - M_{^3\mathrm{H}} - M_\mathrm{p} + M_\mathrm{n} - m_\mathrm{e})\cdot c^2. \end{aligned}$$

$M_{^3\mathrm{H}}\cdot c^2 = M_{^3\mathrm{He}}\cdot c^2 + E_\beta^{\max}$ なので，

$$\begin{aligned} V_\mathrm{C} &= -E_\beta^{\max} + (M_\mathrm{n} - M_\mathrm{p} - m_\mathrm{e})\cdot c^2 \\ &= -0.0186 + (939.5656 - 938.2723 - 0.5110) \\ &= 0.7637\,\mathrm{MeV}. \end{aligned}$$

$M_{^3\mathrm{H}}$, $M_{^3\mathrm{He}}$, $M_{^1\mathrm{H}}$ はそれぞれ原子の質量である．
$\alpha = 1/137$, $\hbar c = 197\,\mathrm{MeV{\cdot}fm}$ なので，$R = 1.88\,\mathrm{fm}$ を得る．β 崩壊における反跳や原子の結合エネルギーの違いは無視できる．

第 3 章

1 **(a)** $t/\tau = 4\,\mathrm{y}/127\,\mathrm{y}$ なので，土星に達したときに

$$N_0\frac{1}{\tau}\mathrm{e}^{-t/\tau}\cdot 5.49\,\mathrm{MeV}\cdot 0.055 = 395\,\mathrm{W}$$

になるために必要な ^{238}Pu 原子核の数は $N_0 = 3.4\times 10^{25}$，質量にすると 13.4 kg である．

(b) 海王星は 12 年後なので 371 W.

(c) 太陽光線から得られる電力は $1/r^2$ に比例して減少する．だから土星で 395 W の電力を得るには $2.5\times 10^3\,\mathrm{m}^2$，海王星で 371 W を得るには $2.3\times 10^4\,\mathrm{m}^2$ の面積が必要である．構造上の問題，および打ち上げの際の質量問題に直面するであろう．

2 **(a)** $N = N_0\mathrm{e}^{-\lambda t}$ という公式を両方のウランの同位体に使い，

$$\frac{99.28}{0.72} = \frac{\mathrm{e}^{-\lambda_{238}t}}{\mathrm{e}^{-\lambda_{235}t}} \quad \text{から} \quad t = 5.9\times 10^9\,\mathrm{y}$$

を得る．ウランの同位体は，他のすべての重い ($A \gtrsim 56$) 元素と同様に超新星爆発でつくられ，宇宙空間に放出され，次の世代の星がつくられるときに使われた．隕石の同位体分析によると太陽系の年齢は 4.55×10^9 y である．

(b) 2.5×10^9 y までに原子核のうち $(1-\exp(-\lambda t))$ だけが崩壊した．これは 32%である．

(c) 式 (2.8) によれば，$^{238}U \to {}^{206}Pb$ の崩壊チェインによって合計 51 MeV のエネルギーが放出される．自発核分裂では 190 MeV が得られる．

3 **(a)**

$$A_2(t) = N_{0,1} \cdot \lambda_1 \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}(\mathrm{e}^{-\lambda_1 t} - \mathrm{e}^{-\lambda_2 t}).$$

$\lambda_1 \ll \lambda_2$ なので，t がたいへん大きな場合

$$A_2(t) = N_{0,1} \cdot \lambda_1.$$

(b) コンクリートの中の ^{238}U の密度は

部屋の体積 V：$400\,\mathrm{m}^3$，コンクリートの実質的な体積 V_B：$5.4\,\mathrm{m}^3$

$$\Longrightarrow \varrho_U = \frac{V \cdot A}{V_B \cdot \lambda_{238}} = 1.5 \times 10^{21}\ \text{原子}/\mathrm{m}^3$$

A は測定された放射能を表す．

4 質量数 A が固定されているとき原子核の質量は Z の自乗に依存する．式 (3.6) の定義により放物線は $Z_0 = \beta/2\gamma$ で最小になる．β と γ の中の定数 a_a は質量公式 (2.8) の非対称項の一部であり，式 (17.12) によれば電磁相互作用の結合定数 α に依存しない．一方，「定数」a_c はクーロン斥力を記述するもので γ の定義に入っているが，これは α に比例する．そこで $a_c = \kappa\alpha$ と書いて $Z_0 = \beta/2\gamma$ に代入すると

$$Z_0 = \frac{\beta}{2\left(a_a/A + \kappa\alpha/A^{1/3}\right)} \Longrightarrow \frac{1}{\alpha} = \frac{2\kappa A Z_0}{A^{1/3}\left(A\beta - 2a_a Z_0\right)}$$

となる．質量公式の最小値がちょうどある Z にあたるとすれば，核種 $^{186}_{74}W$, $^{186}_{82}Pb$, $^{186}_{88}Ra$ に対して $1/\alpha$ の値は 128, 238, 522 である．α を「調整」することによって安定な $^{186}_{94}Pu$ を得ることはできない．

5 反応 $^{A}_{Z}X \to {}^{A-4}_{Z-2}Y + \alpha$ によって解放されるエネルギー E は

$$E = B(\alpha) - \delta B \quad \text{ただし} \quad \delta B = B(X) - B(Y)$$

である．ここで原子の結合エネルギーの違いは無視した．更に対エネルギーはわずかな影響しかないので無視することにすれば，

$$\begin{aligned} E &= B(\alpha) - \frac{\partial B}{\partial Z}\delta Z - \frac{\partial B}{\partial A}\delta A = B(\alpha) - 2\frac{\partial B}{\partial Z} - 4\frac{\partial B}{\partial A} \\ &= B(\alpha) - 4a_v + \frac{8}{3}a_s\frac{1}{3A^{1/3}} + 4a_c\frac{Z}{A^{1/3}}\left(1 - \frac{Z}{3A}\right) - a_a\left(1 - \frac{2Z}{A}\right)^2 \end{aligned}$$

となる．パラメータに数値を入れると $A \gtrsim 150$ ならば $E > 0$ となる．天然の α 放射能は $A \gtrsim 200$ においてのみ意味がある．それより軽い原子核では寿命が極端に長いからである．

6 親核は 0^+ の系である．α 粒子も 0^+ の系である．娘核のスピンを J，パリティを P とする．α 粒子と娘核の相対運動の軌道角運動量を L，空間の波動関数のパリティを $(-1)^L$ とすると，これと娘核のスピン，パリティを組み合わせて全系のスピンパリティが 0^+ でなければならない．これは，許されるのが $J^P = 0^+, 1^-, 2^+, 3^-, \ldots$ であることを意味する．

第 4 章

1 **(a)** 式 (4.5) と同様に反応率は $\dot{N} = \sigma \dot{N}_\mathrm{d} n_\mathrm{t}$ に従う．ここで $\dot{N}_\mathrm{d}$ は重陽子の粒子フラックス，n_t はトリチウム標的の面積密度である．任意の立体角要素 $d\Omega$ の中に検出される中性子の計数率は

$$d\dot{N} = \frac{d\sigma}{d\Omega}\, d\Omega\, \dot{N}_\mathrm{d} n_\mathrm{t} = \frac{d\sigma}{d\Omega} \frac{A}{R^2} \frac{I_\mathrm{d}}{e} \frac{\mu_\mathrm{t}}{m_t} N_\mathrm{A}.$$

ここで e は素電荷，m_t はトリチウムのモル質量，N_A はアボガドロ数である．

数値を代入すると $d\dot{N} = 1444$ 中性子/s となる．

(b) 標的をビームに垂直な向きから回転するとビームが「見る」実質的な標的粒子の面積密度が $1/\cos\theta$ だけ増加する．10° の回転により反応率は 1.5% 増加する．

2 ビーム粒子の数 N は式 (4.5) により飛行距離 x のとき $\mathrm{e}^{-x/\lambda}$ になる．ここで $\lambda = 1/\sigma n$ は吸収長である．n は吸収に関与する標的粒子の単位体積あたりの数である．

(a) カドミウムの熱中性子の場合

$$n_\mathrm{Cd} = \varrho_\mathrm{Cd} \frac{N_\mathrm{A}}{A_\mathrm{Cd}}.$$

ここで $A_\mathrm{Cd} = 112.40\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$ はカドミウム原子の質量，N_A はアボガドロ数である．これにより

$$\lambda_\mathrm{n,Cd} = 9\,\mu\mathrm{m}$$

となる．

(b) $A_\mathrm{Pb} = 207.19\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$ により，鉛中の高エネルギー光子については同様にして

$$\lambda_{\gamma,\mathrm{Pb}} = 2.0\,\mathrm{cm}.$$

(c) 反ニュートリノは地球内の電子と主に反応する．その密度は

$$n_{\mathrm{e,\ 地球}} = \varrho_{地球} \cdot \left(\frac{Z}{A}\right)_{地球} \cdot N_\mathrm{A}.$$

これにより

$$\lambda_{\bar{\nu},\ 地球} = 6.7 \times 10^{16}\,\mathrm{m}.$$

これは地球の直径の約 5×10^9 倍である．

注意：1 回反応が起きるとビーム粒子が吸収される場合にのみ，ビーム粒子が飛行する長さによってビーム粒子の数が指数関数的に減少する．この基準は上に挙げた例では満たされている．一方，k 回 $(k \gg 1)$ の反応が必要な場合（例えば空気中の α 粒子）には指数関数的な減少ではなく，ほぼ一定の**飛程** $L = k/\sigma n$ になる．この距離に達するとほぼすべての α 粒子の運動エネルギーがゼロになる（静止する）．

第 5 章

1 **(a)** $Q^2 = -(p-p')^2$ と式 (5.13) により

$$Q^2 = 2M(E-E').$$

ここで M は重い原子核の質量である．この式より E' が最小のとき，つまり $\theta = 180^\circ$ のとき Q^2 は最大になる．式 (5.15) により運動量移行の最大値が得られる：

$$Q^2_{\max} = \frac{4E^2M}{Mc^2+2E}.$$

(b) $\theta = 180^\circ$ のとき式 (5.15) によりエネルギー移行 $\nu = E-E'$ は

$$\nu = E\Big(1-\frac{1}{1+2\frac{E}{Mc^2}}\Big) = \frac{2E^2}{Mc^2+2E}.$$

反跳した原子核の全エネルギーは

$$E'_{原子核} = Mc^2+\nu = Mc^2+\frac{2E^2}{Mc^2+2E}.$$

その運動量は，4 元運動量移行 $-Q^2$ が $-Q^2 = \left(\frac{\nu}{c}\right)^2 - |\boldsymbol{P}'|^2$ であることを用いて

$$\left|\boldsymbol{P}'\right| = \sqrt{Q^2_{\max}+\frac{\nu^2}{c^2}} = \sqrt{\frac{4ME^2}{Mc^2+2E}+\frac{4E^4}{c^2(Mc^2+2E)^2}}.$$

これは $(Mc^2)^2 = (E'_{原子核})^2 - |\boldsymbol{P}'c|^2$ であることを用いて求めても同じ結果が得られる．

(c) 原子核によるコンプトン効果は $\Delta\lambda = \frac{h}{Mc}(1-\cos\theta)$ を用いて計算できる．(a) と (b) で電子の静止質量を無視したので光子の散乱の場合も (a), (b) と同じである．

2 ^{56}Fe 原子核に直接ぶつかった α 粒子は吸収される．弾性散乱をした α 粒子は，円盤によるフラウンホーファー回折として記述される「影散乱」に対応する．円盤の直径 D は

$$D = 2(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{56})\cdot 0.94\,\mathrm{fm} \approx 10\,\mathrm{fm}$$

と考えればよい．他の文献では D としてたいてい $D = 2\sqrt[3]{A}\cdot 1.3\,\mathrm{fm}$ という公式が用いられている．これは上記の値と同等である．α 粒子の波長は $\lambda = h/p$ である．ここで p は反応の重心系での値を使うべきである．$pc = 840\,\mathrm{MeV}$ を用いると $\lambda = 1.5\,\mathrm{fm}$ となる．第 1 極小値は $\theta = 1.22\lambda/D \approx 0.18 \approx 10.2^\circ$ に現れる．回折の強度分布はベッセル (Bessel) 関数 j_0 により与えられる．他の極小値はベッセル関数のノードに対応する．しかし，散乱角は実験室系で与えられるべきであり，$\theta_{\mathrm{lab}} \approx 9.6^\circ$ となる．

3 散乱角が θ ならば α 粒子が標的原子核に最も近づいたときの距離は $s(\theta) = a+\frac{a}{\sin\theta/2}$ である．180° 散乱のときには $s(\theta = 180^\circ) = 2a$ において運動エネルギーとポテンシャルエネルギーが等しくなるのでパラメータ a は以下の式から求められる：

$$E_{\mathrm{kin}} = \left|\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{zZe^2}{2a}\right| = \left|\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}\cdot zZ\cdot\frac{\hbar c}{2a}\right|.$$

6 MeV の α 粒子の金による散乱では $a = 19\,\mathrm{fm}$, $s = 2a = 38\,\mathrm{fm}$ となる．ラザフォード散乱からのずれが起こるためには，α 粒子は核力の到達距離に近づかなければならない．これは距離 $R = R_\alpha + R_{\mathrm{Au}} \approx 9\,\mathrm{fm}$ で起こりうる．詳細な議論は 18.4 節で与えられている．

$s \gg R$ なので 6 MeV の α 粒子では金と原子核反応をすることは不可能で，ラザフォードの断面積からのずれは観測されない．もっとずっと軽い原子核を標的にしたときには可能であろう．

4 電子の運動エネルギーは次のように求められる：

$$\frac{\hbar}{\sqrt{2M_\alpha E_\alpha^{\text{kin}}}} \approx \lambda\!\!\!^{-}_\alpha \stackrel{!}{=} \lambda\!\!\!^{-}_{\text{e}} \approx \frac{\hbar c}{E_{\text{e}}^{\text{kin}}} \Longrightarrow E_{\text{e}}^{\text{kin}} \approx \sqrt{2M_\alpha c^2 E_\alpha^{\text{kin}}} = 211\,\text{MeV}.$$

運動量移行が最大になるのは 180° 散乱の場合である．反跳を無視すると

$$|\boldsymbol{q}|_{\max} = 2|\boldsymbol{p}_{\text{e}}| = \frac{2\hbar}{\lambda\!\!\!^{-}_{\text{e}}} \approx 2\sqrt{2M_\alpha E_\alpha^{\text{kin}}} = 423\,\text{MeV}/c$$

となり式 (5.56) によって変数 α の値が表 5.1 から得られる：

$$\alpha_{\max} = \frac{|\boldsymbol{q}|_{\max} R}{\hbar} = \frac{423\,\text{MeV} \cdot 1.21 \cdot \sqrt[3]{197}\,\text{fm}}{197\,\text{MeV fm}} = 15.1.$$

表 5.1 の $3\alpha^{-3}(\sin\alpha - \alpha\cos\alpha)$ という関数の振舞いを検討すると $0 < \alpha \le 15.1$ の範囲に 4 つのゼロ点がある．

5 $M_{\text{原子核}} \gg m_{\text{e}}$ なので X 線の場の中で主に電子が振動する．H 原子と同じように He 原子でも電子の波動関数の動径部分は指数関数的に減少する．したがって核子による電子の電磁散乱の場合と同様に双極子型の形状因子が観測される．

6 511 keV の光子が静止している電子にコンプトン散乱をして 30° の方向に散乱されるとき電子は運動量 $p_{\text{e}} = 0.255\,\text{MeV}/c$ を得る．He 原子に束縛された電子はビリアル定理により運動エネルギーが $E_{\text{kin}} = -E_{\text{pot}}/2 = -E_{\text{tot}} = 24\,\text{eV}$ でなければならず，これがコンプトン散乱で反跳し，電子の運動量を $\Delta p_{\text{e}} \approx \pm 5 \times 10^{-3}\,\text{MeV}/c$ だけぼかすことを意味する．これは角度分布が $\Delta\theta_{\text{e}} \approx \Delta p_{\text{e}}/p_{\text{e}} = \pm 20\,\text{mrad} \approx \pm 1°$ だけぼけることに対応する．

第 6 章

1 電子の形状因子を $|\boldsymbol{q}| \approx \hbar/r_0 = 200\,\text{GeV}/c$ まで測らなければならない．したがって $\sqrt{s} = 200\,\text{GeV}$，つまり 100 GeV の電子ビーム同士の衝突が必要である．静止している標的を使う場合には $2m_{\text{e}}c^2 E = s$ なので 4×10^7 GeV (!) のエネルギーが必要である．

2 パイ中間子のスピンはゼロなので、磁気形状因子はない．式 (6.10)，式 (6.23) により

$$\frac{d\sigma(\text{e}\pi \to \text{e}\pi)}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} G_{E,\pi}^2(Q^2)$$

$$G_{E,\pi}^2(Q^2) \approx \left(1 - \frac{Q^2\langle r^2\rangle_\pi}{6\hbar^2}\right)^2 = 1 - 3.7\frac{Q^2}{\text{GeV}^2/c^2}$$

となる．

第 7 章

1 **(a)** 電子の静止系での光子のエネルギー E_i は $\gamma = 26.67\,\text{GeV}/m_{\text{e}}c^2$ のローレンツ変換によって得られる．光子の進行方向を x 軸の正の向きとすれば光子の 4 元運動量は $(E_\gamma/c, E_\gamma/c, 0, 0)$ である．電子の速度 $-v$ は $-v/c \approx -1$ である．$E_\gamma = 2\pi\hbar c/\lambda = 2.41\,\text{eV}$ のとき $E_i = 2\gamma E_\gamma = 251.6\,\text{keV}$ になる．

(b) 静止している電子による光子の散乱はコンプトン散乱の公式により与えられている：

$$E_f(\theta) = \left(\frac{1-\cos\theta}{mc^2} + \frac{1}{E_i}\right)^{-1}.$$

ここで $E_f(\theta)$ は散乱後の光子のエネルギー，θ は散乱角である．90°, 180° への散乱では E_f はそれぞれ 168.8, 126.8 keV となる．

電子が静止している系での光子の散乱後の 4 元運動量は $(E_f/c, E_f\cos\theta/c, E_f\sin\theta/c, 0)$. 実験室系へ変換し直すとエネルギー E'_γ が得られる：

$$E'_\gamma(\theta) = \gamma E_f(\theta)(1-\cos\theta) = \gamma\left(\frac{1}{mc^2} + \frac{1}{E_i(1-\cos\theta)}\right)^{-1}.$$

我々が扱っている 2 つの例では E'_γ は 8.80, 13.24 GeV となる．実験室系での散乱角 $\theta_{\rm lab}$ は 180° 散乱の場合は 180° である．つまり光子はちょうど電子ビームの方向に散乱される．一般に，

$$\theta_{\rm lab} = \pi - \frac{1}{\gamma\tan\frac{\theta}{2}}.$$

(c) $\theta = 90°$ のときは $\theta_{\rm lab} = \pi - 1/\gamma = \pi - 19.16\,\mu{\rm rad}$ である．したがってカロリメータの位置分解能は 1.22 mm よりよくなければならない．

2　式 (6.5) と (7.6) の係数を比べると，

$$\frac{2W_1}{W_2} = 2\tau \quad ただし \quad \tau = \frac{Q^2}{4m^2c^2}$$

という関係式が得られる．ここで m は散乱中心の質量である．W_1 に F_1/Mc^2 を代入し，W_2 に F_2/ν を代入すると関係式は

$$\frac{\nu}{Mc^2}\cdot\frac{F_1}{F_2} = \frac{Q^2}{4m^2c^2}$$

と書ける．質量 m の粒子による弾性散乱を仮定しているので $Q^2 = 2m\nu$ である．そこで $x = Q^2/(2M\nu)$ であるから

$$m = \frac{Q^2}{2\nu} = x\cdot M.$$

この質量を上の式に代入すると

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{Mc^2}{\nu}\cdot\frac{Q^2}{4m^2c^2} = \frac{Mc^2}{\nu}\cdot\frac{Q^2}{4(xM)^2c^2} = \frac{Q^2}{2M\nu}\cdot\frac{1}{2x^2} = \frac{1}{2x}$$

となり式 (7.13) を得る．

3　**(a)** 電子–陽子衝突の重心系エネルギーは

$$s = (p_{\rm p}c + p_{\rm e}c)^2 = m_{\rm p}^2c^4 + m_{\rm e}^2c^4 + 2(E_{\rm p}E_{\rm e} - \boldsymbol{p}_{\rm p}\cdot\boldsymbol{p}_{\rm e}c^2) \approx 4E_{\rm p}E_{\rm e}$$

なので

$$\sqrt{s} = 314\,{\rm GeV}$$

と計算される．陽子と電子の質量は無視した．これに対し，陽子の静止標的を使う場合 ($E_{\rm p} = m_{\rm p}c^2$, $\boldsymbol{p}_{\rm p} = \boldsymbol{0}$) には，$s \approx 2E_{\rm e}m_{\rm p}c^2$ である．重心系エネルギーが $\sqrt{s} = 314\,{\rm GeV}$ となるためには電子ビームのエネルギーは

$$E_{\rm e} = \frac{s}{2m_{\rm p}c^2} = 52.5\,{\rm TeV}$$

とならなければならない．

(b) 基礎的な反応である電子–クォーク散乱 $\mathrm{e}(E_\mathrm{e}) + \mathrm{q}(xE_\mathrm{p}) \to \mathrm{e}(E'_\mathrm{e}) + \mathrm{q}(E'_\mathrm{q})$ を考える．括弧の中の量はそれぞれの粒子のエネルギーである．エネルギーと運動量の保存から次のような 3 つの関係式が得られる：

(1)	$E_\mathrm{e} + xE_\mathrm{p} = E'_\mathrm{e} + E'_\mathrm{q}$	全エネルギー
(2)	$E'_\mathrm{e} \sin\theta/c = E'_\mathrm{q} \sin\gamma/c$	運動量の横方向成分
(3)	$(xE_\mathrm{p} - E_\mathrm{e})/c = (E'_\mathrm{q}\cos\gamma - E'_\mathrm{e}\cos\theta)/c$	運動量の縦方向成分

Q^2 は式 (6.2) のように電子に関するパラメータ E_e, E'_e, θ を用いて

$$Q^2 = 2E_\mathrm{e}E'_\mathrm{e}(1-\cos\theta)/c^2.$$

次に式 (1)–(3) を用いて E'_e を $E_\mathrm{e}, \theta, \gamma$ によって表現する．若干の計算の後

$$E'_\mathrm{e} = \frac{2E_\mathrm{e}\sin\gamma}{\sin\theta + \sin\gamma - \sin(\theta-\gamma)}$$

となる．これを用いると

$$Q^2 = \frac{4E_\mathrm{e}^2 \sin\gamma(1-\cos\theta)}{[\sin\theta + \sin\gamma - \sin(\theta-\gamma)]\, c^2}.$$

散乱されたクォークの散乱角 γ は実験においては発生したハドロンのエネルギーの重みをかけた角度の平均から決めることができる：

$$\cos\gamma = \frac{\sum_i E_i \cos\gamma_i}{\sum_i E_i}.$$

(c) Q^2 の最大値は $Q^2_\mathrm{max} = s/c^2$ である．これは電子が $\theta = 180°$ に弾性散乱（後方散乱）されたときに実現する．このとき陽子のエネルギーが完全に電子に移行する ($E'_\mathrm{e} = E_\mathrm{p}$)．陽子と電子で運動量を交換した関係になっている ($E'_\mathrm{p} = E_\mathrm{e}$)．HERA では $Q^2_\mathrm{max} = 98420\,\mathrm{GeV}^2/c^2$ である．静止標的とビームエネルギー $E_\mathrm{e} = 300\,\mathrm{GeV}$ の実験では $Q^2_\mathrm{max} = 2E_\mathrm{e}m_\mathrm{p} \approx 600\,\mathrm{GeV}^2/c^2$ である．空間分解能は $\Delta x \simeq \hbar/Q$ で与えられ，それぞれ $0.63 \times 10^{-3}\,\mathrm{fm}$, $7.9 \times 10^{-3}\,\mathrm{fm}$ である．つまり陽子の半径の 1/1000 ないし 1/100 である．実際には断面積が Q^2 とともに急激に減少するので一般にはほぼ $Q^2_\mathrm{max}/2$ までしか測定できない．

(d) Q^2 が最小値になるのは，散乱角が最少 (7°) で散乱後の電子のエネルギーが最少 (5 GeV) の場合である．式 (6.2) から $Q^2_\mathrm{min} \approx 2.2\,\mathrm{GeV}^2/c^2$ が得られる．Q^2 が最大値になるのは，散乱角が最大 (178°) で散乱後の電子のエネルギーが最大 (820 GeV) の場合である．この場合，$Q^2_\mathrm{max} \approx 98000\,\mathrm{GeV}^2/c^2$ となる．これに対応して，x の値は式 $x = Q^2/2Pq$ から得られる．その際，4 元運動量移行 q は，入射電子および散乱後の電子の 4 元運動量を用いて代入する必要がある．その結果，$x_\mathrm{min} \approx 2.7 \times 10^{-5}$ および $x_\mathrm{max} \approx 1$ が得られる．

(e) 反応の遷移行列要素および断面積は基本的に結合定数と伝播関数に依存する（式 (4.23), (10.3) 参照)：

$$\sigma_{\text{電磁}} \propto \frac{e^4}{Q^4}, \quad \sigma_{\text{弱}} \propto \frac{g^4}{(Q^2 + M_\mathrm{W}^2c^2)^2}.$$

両者を等しいとして $e = g\sin\theta_\mathrm{W}$（式 (11.14)）を用いると $Q^2 \approx M_\mathrm{W}^2c^2 \approx 10^4\,\mathrm{GeV}^2/c^2$ となる．この値のときには電磁相互作用と弱い相互作用が同じくらいの強さになる．

4 **(a)** パイ中間子の重心系での変数を屋根型の記号 “ˆ” で示すことにすると，この系では崩

壊は等方的であり，また $\hat{\boldsymbol{p}}_\mu = -\hat{\boldsymbol{p}}_\nu$ を満たす．4 元運動量の保存 $p_\pi^2 = (p_\mu + p_\nu)^2$ により

$$|\hat{\boldsymbol{p}}_\mu| = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi} c \approx 30\,\mathrm{MeV}/c,\ \text{したがって}$$

$$\hat{E}_\mu = \sqrt{\hat{\boldsymbol{p}}_\mu^2 c^2 + m_\mu^2 c^4} \approx 110\,\mathrm{MeV}.$$

$\beta \approx 1$ のとき $\gamma = E_\pi / m_\pi c^2$ を用いて $\hat{E}_\mu$ を実験室系へローレンツ変換すると

$$E_\mu = \gamma\left(\hat{E}_\mu \pm \beta |\hat{\boldsymbol{p}}_\mu| c\right) \Longrightarrow \begin{cases} E_{\mu,\mathrm{min}} \approx E_\pi (m_\mu/m_\pi)^2 \\ E_{\mu,\mathrm{max}} \approx E_\pi \end{cases}$$

となる．上の行はミューオンがパイ中間子の飛行方向（前方）へ放出された場合，下の行は飛行方向と反対方向（後方）へ放出された場合である．したがってミューオンのエネルギーは $200\,\mathrm{GeV} \lesssim E_\mu \lesssim 350\,\mathrm{GeV}$ である．

(b) パイ中間子の重心系では，パリティを破る崩壊のためにミューオンは 100% 縦偏極している．(偏極の向きは $\pi^+ \to \mu^+ \nu$ のときはミューオンの飛行方向と反対向き，$\pi^- \to \mu^- \bar{\nu}$ のときはミューオンの飛行方向と同じ向き（10.7 節）.）この偏極を実験室系へ変換しなければならない．まず「前方」崩壊という特別な場合を考察しよう．パイ中間子とミューオンの運動量は平行なので，ミューオンのスピンもローレンツ変換はスピンに影響を与えないため，実験室系でもミューオンは 100% 縦偏極している．つまり $P_{縦} = 1.0$ であることがわかる.「後方」崩壊も同様で，$P_{縦} = -1.0$.（これらは μ^- の場合.）このようにミューオンエネルギーが極限値をとるとき，偏極もそれぞれ極限値をとる．選択するミューオンのエネルギーを両極端の間で変えるとミューオンビームの縦偏極はそれに伴って自動的に変わる．例えば 260 GeV のミューオンビームでは $P_{縦} = 0$ になる．一般の場合については [Le68] に与えられている．$P_{縦}$ のミューオンエネルギー依存性は

$$P_{縦} = \frac{u - \left[(m_\mu^2/m_\pi^2)(1-u)\right]}{u + \left[(m_\mu^2/m_\pi^2)(1-u)\right]} \quad \text{ただし} \quad u = \frac{E_\mu - E_{\mu,\mathrm{min}}}{E_{\mu,\mathrm{max}} - E_{\mu,\mathrm{min}}}.$$

5 散乱されたパートンの 4 元運動量の自乗は $(q + \xi P)^2 = m^2 c^2$ である．ここで m はパートンの質量である．展開し，x^2/Q^2 を掛けると

$$\frac{x^2 M^2 c^2}{Q^2}\xi^2 + x\xi - x^2\left(1 + \frac{m^2 c^2}{Q^2}\right) = 0$$

となる．ξ についての 2 次方程式を解き，設問で与えられている近似式を使えば，求めようとしている結果が得られる．$m = xM$ の場合，$x = \xi$ となる．速く動いている座標系においても，質量 m と M は無視できるので $x = \xi$ となる．

第 8 章

1 **(a)** $x = Q^2/2M\nu$ であるから，$x \gtrsim 0.003$.

(b) 分解して検出されたパートンの平均の数は，パートン分布を x_{min} から 1 まで積分することによって得られる．規格化定数 A はバレンスクォークの数がちょうど 3 になるように選ばなければならない．積分の結果は以下のようになる：

	海クォーク	グルーオン
$x > 0.3$	0.005	0.12
$x > 0.03$	0.4	4.9

第 9 章

1 **(a)** 反応の事象の発生率 $\dot{N}$，断面積 σ とルミノシティ $\mathcal{L}$ の関係は，式 (4.13) から $\dot{N} = \sigma \cdot \mathcal{L}$ である．したがって，式 (9.5) を用いると

$$\dot{N}_{\mu^+\mu^-} = \frac{4\pi\alpha^2\hbar^2c^2}{3 \cdot 4E^2} \cdot \mathcal{L} = 0.14/\mathrm{s}.$$

重心エネルギー $\sqrt{s} = 8\,\mathrm{GeV}$ では，u クォーク対や，d, s, c クォーク対を生成することが可能である．式 (9.10) で定義されている比 R は，式 (9.11) を用いて計算でき，$R = 10/3$ という値になる．このことは，

$$\dot{N}_{\mathrm{hadrons}} = \frac{10}{3} \cdot \dot{N}_{\mu^+\mu^-} = 0.46/\mathrm{s}$$

を意味する．

(b) $\sqrt{s} = 500\,\mathrm{GeV}$ では 6 種類のクォークの対のいずれも生成可能である．したがって，比は $R = 5$ である．統計誤差 10% に達するにはハドロンの終状態の事象を 100 個測定する必要がある．$N_{\mathrm{hadrons}} = 5 \cdot \sigma_{\mu^+\mu^-} \cdot \mathcal{L} \cdot t$ なので，$\mathcal{L} = 8 \times 10^{33}\,\mathrm{cm^{-2}s^{-1}}$ ということになる．重心系のエネルギーが上がると断面積が急激に減少するので，将来の $\mathrm{e^+e^-}$ 加速器は現在の貯蔵リングよりも 100 倍大きなルミノシティが必要となるであろう．

2 **(a)** 与えられたパラメータから $\delta E = 1.9\,\mathrm{MeV}$ が得られる．したがって $\delta W = \sqrt{2}\delta E = 2.7\,\mathrm{MeV}$ である．Υ の自然崩壊幅が δW より小さいと仮定すると，測定された崩壊幅，つまり断面積のエネルギー依存性は主にビームエネルギーの不確定さ（および測定器の分解能）を反映する．実際，Υ の場合はこれに該当する．

(b) $\lambda\!\!\!^{-} = \hbar/|\boldsymbol{p}| \approx (\hbar c)/E$ を用いると，式 (9.8) は

$$\sigma_f(W) = \frac{3\pi\hbar^2c^2\Gamma_{\mathrm{e^+e^-}}\Gamma_f}{4E^2[(W - M_\Upsilon c^2)^2 + \Gamma^2/4]}$$

と書き直すことができる．(狭い) 共鳴の近傍では，$4E^2 \approx M_\Upsilon^2c^4$ である．それにより

$$\int \sigma_f(W)dW = \frac{6\pi\hbar^2c^2\Gamma_{\mathrm{e^+e^-}}\Gamma_f}{M_\Upsilon^2c^4\Gamma}$$

が得られる．測定された量は，$\Gamma_f = \Gamma_{\mathrm{had}}$ に対する $\int \sigma_f(W)dW$ で，これが $300\,\mathrm{nb\,MeV}$ である．$\Gamma_{\mathrm{had}} = \Gamma - 3\Gamma_{\ell^+\ell^-} = 0.925\Gamma$ を用いると，Υ の全自然崩壊幅は $\Gamma = 0.051\,\mathrm{MeV}$ となる．したがって，共鳴の断面積の真の高さは，$\Gamma_f = \Gamma$ の場合，$\sigma(W = M_\Upsilon) \approx 4100\,\mathrm{nb}$ となるはずである．実験で測定された共鳴のピークの値は，ビームエネルギーの不確定さのために，これよりも 100 倍以上小さい（(a) を参照）．

第 10 章

1 $\mathrm{p} + \bar{\mathrm{p}} \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0 + \pi^+ + \pi^-$ 強い相互作用，クォークの構成は $|\mathrm{p}\rangle = |\mathrm{uud}\rangle$, $|\bar{\mathrm{p}}\rangle = |\bar{\mathrm{u}}\bar{\mathrm{u}}\bar{\mathrm{d}}\rangle$
$\mathrm{p} + \mathrm{K}^- \to \Sigma^+ + \pi^- + \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ 強い相互作用，$|\mathrm{K}^-\rangle = |\bar{\mathrm{u}}\mathrm{s}\rangle$, $|\Sigma^+\rangle = |\mathrm{uus}\rangle$
$\mathrm{p} + \pi^- \to \Lambda^0 + \bar{\Sigma}^0$ バリオン数が保存しないので，この反応は不可能，$|\pi^-\rangle = |\bar{\mathrm{u}}\mathrm{d}\rangle$, $|\Lambda^0\rangle = |\mathrm{uds}\rangle$, $|\bar{\Sigma}^0\rangle = |\bar{\mathrm{u}}\bar{\mathrm{d}}\bar{\mathrm{s}}\rangle$
$\bar{\nu}_\mu + \mathrm{p} \to \mu^+ + \mathrm{n}$ ニュートリノが関与しているので弱い相互作用
$\nu_\mathrm{e} + \mathrm{p} \to \mathrm{e}^+ + \Lambda^0 + \mathrm{K}^0$ 電子レプトン数 L_e が保存していないので，この反応は不可能，

$|\mathrm{K}^0\rangle = |\mathrm{d\bar{s}}\rangle$

$\Sigma^0 \to \Lambda^0 + \gamma$ 光子が放射されているので電磁相互作用，$|\Sigma^0\rangle = |\mathrm{uds}\rangle$

2 (a)

- $\mathcal{C}|\gamma\rangle = -1|\gamma\rangle$．光子は自分自身が反粒子である．光子は電荷に結合するが電荷は C-パリティ変換で符号を変えるので，光子の C-パリティは -1 である．
- $\mathcal{C}|\pi^0\rangle = +1|\pi^0\rangle$．$\pi^0 \to 2\gamma$ という崩壊をし，C-パリティは電磁相互作用で保存されるため．
- $\mathcal{C}|\pi^+\rangle = |\pi^-\rangle$．C-パリティの固有状態ではない．
- $\mathcal{C}|\pi^-\rangle = |\pi^+\rangle$．C-パリティの固有状態ではない．
- $\mathcal{C}(|\pi^+\rangle - |\pi^-\rangle) = (|\pi^-\rangle - |\pi^+\rangle) = -1(|\pi^+\rangle - |\pi^-\rangle)$．C-パリティの固有状態である．
- $\mathcal{C}|\nu_\mathrm{e}\rangle = |\bar{\nu}_\mathrm{e}\rangle$．C-パリティの固有状態ではない．
- $\mathcal{C}|\Sigma^0\rangle = |\bar{\Sigma}^0\rangle$．C-パリティの固有状態ではない．

(b)

- $\mathcal{P}\boldsymbol{r} = -\boldsymbol{r}$.
- $\mathcal{P}\boldsymbol{p} = -\boldsymbol{p}$.
- $\mathcal{P}\boldsymbol{L} = \boldsymbol{L}$．$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$ なので．
- $\mathcal{P}\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}$．$\boldsymbol{\sigma}$ も角運動量なので．
- $\mathcal{P}\boldsymbol{E} = -\boldsymbol{E}$．パリティ変換により正と負の電荷が空間的にフリップするので場のベクトルの向きが変わる．
- $\mathcal{P}\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}$．磁場は運動する電荷によってつくられる．パリティ変換により運動の向きと位置ベクトルは，ともにフリップする（ビオ–サバール (Biot–Savart) の法則：$B \propto q\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{v}/|\boldsymbol{r}|^3$ を参照）．
- $\mathcal{P}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{E}) = -\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{E}$.
- $\mathcal{P}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{B}) = \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{B}$.
- $\mathcal{P}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p}) = -\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p}$.
- $\mathcal{P}(\boldsymbol{\sigma} \cdot (\boldsymbol{p_1} \times \boldsymbol{p_2})) = \boldsymbol{\sigma} \cdot (\boldsymbol{p_1} \times \boldsymbol{p_2})$.

3 (a) パイ中間子のスピンは 0 なので，$\mathrm{f_2}$ 中間子のスピンはパイ中間子の軌道角運動量に移行しなければならない．つまり，$\ell = 2$ である．$P = (-1)^\ell$ なので，$\mathrm{f_2}$ 中間子のパリティは $P = (-1)^2 * P_\pi^2 = +1$．$\mathrm{f_2}$ 中間子の崩壊のパリティ変換と C-パリティ変換の結果は同じ状態になる（π^+/π^- の空間的な交換，ないしパイ中間子の電荷の交換）ので，$\mathrm{f_2}$ 中間子は $C = P = +1$ である．

(b) P と C が保存する場合にのみ，崩壊が可能である．$\mathcal{C}|\pi^0\rangle|\pi^0\rangle = +1|\pi^0\rangle|\pi^0\rangle$ なので，(a) の角運動量の議論はここでも成り立つ ($\ell = 2 \to P = +1$)．$\mathrm{f_2} \to \pi^0\pi^0$ という崩壊は可能である．2 つの光子への崩壊は，$\mathcal{C}|\gamma\rangle|\gamma\rangle = +1$ である．2 つの光子の合成スピンは $2\hbar$ でなければならず，z 成分は $S_z = \pm 2$ である．したがって，片方の光子は左巻きで，他方は右巻きでなければならない．(重心系で崩壊のスケッチをし，光子の運動量とスピンを描け！）$S_z = +2$ と $S_z = -2$ の線形結合だけがパリティ保存の要求を満たすことができる．すなわち $|S_z = +2\rangle + |S_z = -2\rangle$ という状態である．この状態にパリティ演算子を作用させると固有値は $+1$ である．したがって，2 つの光子への崩壊は可能である．

4 **(a)** パイ中間子は重心系では運動量が $\boldsymbol{p}$ の荷電レプトンと運動量が $-\boldsymbol{p}$ のニュートリノに崩壊する．エネルギー保存からは $m_\pi c^2 = \sqrt{m_\ell^2 c^4 + |\boldsymbol{p}|^2 c^2} + |\boldsymbol{p}|c$ という関係が得られる．荷電レプトンについては $E_\ell^2 = m_\ell^2 c^4 + |\boldsymbol{p}|^2 c^2$ という関係がある．これらの関係式により $|\boldsymbol{p}|c = \dfrac{(m_\pi^2 - m_\ell^2)c^2}{2m_\pi}$, $E_\ell = \dfrac{(m_\pi^2 + m_\ell^2)c^2}{2m_\pi}$ である．$v/c = |\boldsymbol{p}|c/E_\ell$ であることを用いると，

$$1 - \frac{v}{c} = \frac{2m_\ell^2}{m_\pi^2 + m_\ell^2} = \begin{cases} 0.73 & (\mu^+ \text{ のとき}) \\ 0.27 \times 10^{-4} & (\mathrm{e}^+ \text{ のとき}) \end{cases}$$

(b) 行列要素の自乗の比は

$$\frac{|\mathcal{M}_{\pi\mathrm{e}}|^2}{|\mathcal{M}_{\pi\mu}|^2} = \frac{1 - v_\mathrm{e}/c}{1 - v_\mu/c} = \frac{m_\mathrm{e}^2}{m_\mu^2}\frac{m_\pi^2 + m_\mu^2}{m_\pi^2 + m_\mathrm{e}^2} = 0.37 \times 10^{-4}.$$

(c) $\varrho(E_0) = dn/dE_0 = dn/d|\boldsymbol{p}| \cdot d|\boldsymbol{p}|/dE_0 \propto |\boldsymbol{p}|^2 d|\boldsymbol{p}|/dE_0$ を計算する必要がある．エネルギーの保存の式（(a) 参照）より $d|\boldsymbol{p}|/dE_0 = 1 + v/c = 2m_\pi^2/(m_\pi^2 + m_\ell^2)$ および $|\boldsymbol{p}_\ell| = c(m_\pi^2 - m_\ell^2)/(2m_\pi)$ となる．これらから

$$\frac{\varrho_\mathrm{e}(E_0)}{\varrho_\mu(E_0)} = \frac{(m_\pi^2 - m_\mathrm{e}^2)^2}{(m_\pi^2 - m_\mu^2)^2} \cdot \frac{m_\pi^2 + m_\mathrm{e}^2}{m_\pi^2 + m_\mu^2} = 3.49.$$

したがって，陽電子への崩壊の方が位相空間因子が大きい．

(d) 部分崩壊幅の比は，関与する粒子の質量にのみ依存する：

$$\frac{\Gamma(\pi^+ \to \mathrm{e}^+\nu)}{\Gamma(\pi^+ \to \mu^+\nu)} = \frac{m_\mathrm{e}^2}{m_\mu^2}\frac{(m_\pi^2 - m_\mathrm{e}^2)^2}{(m_\pi^2 - m_\mu^2)^2} = 1.28 \times 10^{-4}.$$

これは実験の結果とよく一致している．

第 11 章

1 Z^0 の全幅 Γ_tot は以下のように書くことができる：

$$\Gamma_\mathrm{tot} = \Gamma_\mathrm{had} + 3\Gamma_\ell + N_\nu \Gamma_\nu.$$

そして本文に記述してあるように，$\Gamma_\nu/\Gamma_\ell = 1.99$ である．式 (11.9) により

$$\sigma_\mathrm{had}^\mathrm{max} = \frac{12\pi(\hbar c)^2}{M_\mathrm{Z}^2 c^4}\frac{\Gamma_\mathrm{e}\Gamma_\mathrm{had}}{\Gamma_\mathrm{tot}^2}.$$

この式から Γ_tot の値を導出し，それを上の式に代入することによって実験結果から $N_\nu = 2.96$ が得られる．誤差の範囲内で実験値を変動させても，N_ν の値は約 ± 0.1 しか変わらない．

第 13 章

1 ポジトロニウムの換算質量は $m_\mathrm{e}/2$ である．式 (13.4) により基底状態 $(n = 1)$ の半径は

$$a_0 = \frac{2\hbar}{\alpha m_\mathrm{e} c} = 1.1 \times 10^{-10}\,\mathrm{m}$$

である．弱い相互作用の到達距離はハイゼンベルクの不確定性原理から概算することができ，

$$R \approx \frac{\hbar}{M_\mathrm{W} c} = 2.5 \times 10^{-3}\,\mathrm{fm}$$

である．この距離では弱い相互作用と電磁相互作用の結合定数は同じくらいの大きさである．ボーア半径がこの R になるような束縛系をつくる 2 つの粒子の質量は

$$M \approx \frac{2\hbar}{\alpha Rc} \approx 2 \times 10^4\,\mathrm{GeV}/c^2.$$

これは電子の質量の 4×10^7 倍，陽子の質量の 2×10^4 倍である．弱い相互作用がいかに弱いかということがこのことからもわかる．

2 式 (18.1) により遷移確率は $1/\tau \propto E_\gamma^3 |\langle r_{fi}\rangle|^2$ となる．原子の系の換算質量を m とすると，$|\langle r_{fi}\rangle| \propto 1/m$, $E_\gamma \propto m$ となる．$1/\tau = m/m_\mathrm{e} \cdot 1/\tau_\mathrm{H}$ によりプロトニウムの 2p 状態の寿命は $\tau = \tau_\mathrm{H}/940$.

3 ポジトロニウムの遷移の周波数 $f_{\mathrm{e^+e^-}}$ は

$$\frac{f_{\mathrm{e^+e^-}}}{f_\mathrm{H}} = \frac{7}{4}\frac{g_\mathrm{e}}{g_\mathrm{p}}\frac{m_\mathrm{p}}{m_\mathrm{e}}\frac{|\psi(0)|^2_{\mathrm{e^+e^-}}}{|\psi(0)|^2_\mathrm{H}}$$

で与えられる．式 (13.4) を用いると，$|\psi(0)|^2 \propto m_\mathrm{red}^3 = [(m_1 \cdot m_2)/(m_1 + m_2)]^3$ となる．したがって，$f_{\mathrm{e^+e^-}} = 204.5\,\mathrm{GHz}$ を得る．同様に $f_{\mu^+\mathrm{e}^-} = 4.579\,\mathrm{GHz}$. この値は測定値からそれぞれ 0.5% および 2.6% ずれている．それは準位の分離に対する QED の高次の補正のせいである．高次の効果なので，これらの補正はおよそ $\alpha = \dfrac{1}{137} \approx 0.007$ の程度，小さくなっている．

4 **(a)** 崩壊長の平均値は $s = v\tau_\mathrm{lab} = c\beta \cdot \gamma\tau$ である．τ_lab は実験室系での寿命，τ は静止系での寿命である．ここで $\gamma = E_\mathrm{B}/m_\mathrm{B}c^2 = 0.5m_\Upsilon/m_\mathrm{B}$, $\beta\gamma = \sqrt{\gamma^2 - 1}$ である．これから $s = 0.028\,\mathrm{mm}$ が得られる．

(b) $0.2\,\mathrm{mm} = c\beta\gamma\tau = \tau \cdot |\boldsymbol{p}_\mathrm{B}|/m_\mathrm{B}$ なので，$|\boldsymbol{p}_\mathrm{B}| = 2.3\,\mathrm{GeV}/c$ が得られる．

(c) $m_\mathrm{B} = 5.29\,\mathrm{GeV}/c^2 = m_\Upsilon/2$ という仮定により，重心系では B 中間子は運動量を持たない．実験室系では $|\boldsymbol{p}_\mathrm{B}| = 2.3\,\mathrm{GeV}/c$ なので，$|\boldsymbol{p}_\Upsilon| = 2|\boldsymbol{p}_\mathrm{B}|$ が得られる．これから $E_\Upsilon = \sqrt{m_\Upsilon^2 c^4 + \boldsymbol{p}_\Upsilon^2 c^4} = 11.6\,\mathrm{GeV}$.

(d) 4 元運動量の保存 $p_\Upsilon = p_{\mathrm{e}^+} + p_{\mathrm{e}^-}$ から，$m_\mathrm{e} = 0$ とおけば，$E_\Upsilon = E_{\mathrm{e}^+} + E_{\mathrm{e}^-}$ と $\boldsymbol{p}_\Upsilon c = E_{\mathrm{e}^+} + E_{\mathrm{e}^-}$ が得られる．これから $E_{\mathrm{e}^+} = 8.12\,\mathrm{GeV}$ と $E_{\mathrm{e}^-} = 3.44\,\mathrm{GeV}$（あるいはその逆）となる．

第 14 章

1 パイ中間子のスピンは 0 なので，角運動量の保存から $\ell = 1$ でなければならない．$\ell = 1$ の状態では波動関数は反対称である．しかし，2 つの同種のボソンは全体として対称の波動関数でなければならない．

2 分母の分岐はカビボ抑制されていて，式 (10.21) から $R \approx 20$ が予測される．

3 **(a)** 崩壊の法則 $N(t) = N_0 \mathrm{e}^{-t/\tau}$ から崩壊する粒子の割合は $F = (N_0 - N)/N_0 = 1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}$ になる．実験室系では $t_\mathrm{lab} = d/(\beta c)$ および $\tau_\mathrm{lab} = \gamma\tau^*$ である．ここで τ^* は粒子の静止系での通常の寿命である．t_lab, τ_lab を代入すると

$$F = 1 - \exp\left(-\frac{d}{\beta c\gamma\tau^*}\right) = 1 - \exp\left(-\frac{d}{\sqrt{1 - \frac{m^2c^4}{E^2}}\,c\,\frac{E}{mc^2}\,\tau^*}\right)$$

が得られ，$F_\pi = 0.9\%$, $F_\mathrm{K} = 6.7\%$ となる．

(b) 4 元運動量の保存から，例えばパイ中間子の崩壊の場合 $p_\mu^2 = (p_\pi - p_\nu)^2$ が得られる．これをニュートリノのエネルギーについて解くと

$$E_\nu = \frac{m_\pi^2 c^4 - m_\mu^2 c^4}{2(E_\pi - |\boldsymbol{p}_\pi| c \cos\theta)}.$$

E_ν は $\cos\theta = 1$ の場合に最大になり，$\cos\theta = -1$ の場合に最小になる．パイ中間子の崩壊の場合には，$E_\nu^{\max} \approx 87.5\,\mathrm{GeV}$ と $E_\nu^{\min} \approx 0\,\mathrm{GeV}$ （より正確には 11 keV) となる．K 中間子崩壊の場合には，$E_\nu^{\max} \approx 191\,\mathrm{GeV}$ と $E_\nu^{\min} \approx 0\,\mathrm{GeV}$ （より正確には 291 keV) となる．

第 15 章

1 **(b)** u と d クォークから成るすべての中性中間子（および $\mathrm{s\bar{s}}$ による中間子 (ϕ)）はたいへん短寿命 ($c\tau < 100\,\mathrm{nm}$) である．崩壊するまでの実験室系での飛行距離 $\ell = \gamma c\tau$ が数 cm になるためには，今考察しているビームエネルギーでは得られないような大きい γ 因子を持っていなければならない．したがってこれらの中間子の中に該当するものはない．一方，重いクォーク (c,d) を含む中間子はエネルギーが足りないために生成されない．そこで中間子の崩壊の候補となりうるのは $\mathrm{K_S^0}$ だけである．それに対応してバリオンとしては Λ^0 と $\overline{\Lambda}{}^0$ のみが今考察している崩壊に関与しうる．これらの粒子の主な崩壊モードは $\mathrm{K_S^0} \to \pi^+\pi^-$, $\Lambda^0 \to \mathrm{p}\pi^-$, $\overline{\Lambda}{}^0 \to \mathrm{\bar{p}}\pi^+$ である．

(c) 式 (15.1) から崩壊する粒子の質量 M_X は

$$M_\mathrm{X}^2 = m_+^2 + m_-^2 + 2\sqrt{\boldsymbol{p}_+^2/c^2 + m_+^2}\sqrt{\boldsymbol{p}_-^2/c^2 + m_-^2} - \frac{2}{c^2}|\boldsymbol{p}_+||\boldsymbol{p}_-|\cos\sphericalangle(\boldsymbol{p}_+, \boldsymbol{p}_-)$$

と書くことができる．ここで $m_\pm$ と $\boldsymbol{p}_\pm$ は崩壊生成物の質量と運動量である．

(1) の崩壊生成物の対について考えると，$\mathrm{K_S^0} \to \pi^+\pi^-$ ($m_\pm = m_{\pi^\pm}$) の崩壊の仮説をとると $M_\mathrm{X} = 0.32\,\mathrm{GeV}/c^2$となり $\mathrm{K^0}$ 質量の正しい値 ($0.498\,\mathrm{GeV}/c^2$) に矛盾する．$\Lambda^0 \to \mathrm{p}\pi^-$ ($m_+ = m_\mathrm{p}, m_- = m_{\pi^-}$) の仮説では，$M_\mathrm{X} = 1.11\,\mathrm{GeV}/c^2$となり Λ^0 の質量とたいへんよく一致する．$\overline{\Lambda}{}^0$ の仮説は $\mathrm{K^0}$ の仮説と同様にして排除される．

(2) の崩壊生成物の対についても同様に検証できる．$\mathrm{K^0}$ の仮説では $M_\mathrm{X} = 0.49\,\mathrm{GeV}/c^2$ となり正しい質量と一致する．Λ^0 の仮説では $M_\mathrm{X} = 2.016\,\mathrm{GeV}/c^2$となり矛盾する．$\overline{\Lambda}{}^0$ の仮説も同じく矛盾する．このようにして崩壊する粒子は $\mathrm{K^0}$ であることがわかる．

(d) 強い相互作用においてはストレンジネスが保存するので uds をクォークの成分として持つ Λ^0 と同時に $\mathrm{\bar{s}}$ クォークを持つ別の粒子が発生しなければならない．観測されたのは $\mathrm{K_S^0}$ の崩壊であるがこれは $\mathrm{K^0}$ ($\mathrm{\bar{s}d}$) でなければならない[注1]．

電荷とバリオン数の保存も考慮に入れると，全体の反応として最も可能性が高いのは

$$\mathrm{p} + \mathrm{p} \longrightarrow \mathrm{K^0} + \Lambda^0 + \mathrm{p} + \pi^+$$

である．しかしその他に観測されない中性粒子があるかもしれない．非常に短寿命の中間状態（例えば Δ^{++}）も排除できない．

2 正の電荷を持つ Σ 粒子 $|\Sigma^+\rangle = |\mathrm{u^\uparrow u^\uparrow s^\downarrow}\rangle$, $|\Sigma^{+*}\rangle = |\mathrm{u^\uparrow u^\uparrow s^\uparrow}\rangle$ を考察する．2 つの u クォー

[注1] $\mathrm{K^0(\bar{s}d)}$ と $\mathrm{\overline{K}{}^0(s\bar{d})}$ はどちらも $\mathrm{K_S^0}$ として崩壊しうる（14.4 節参照）．

クのスピンが平行なので

$$\sum_{\substack{i,j=1\\ i<j}}^{3} \frac{\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j}{m_i m_j} = \frac{\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{u} \cdot \boldsymbol{\sigma}_\mathrm{u}}{m_\mathrm{u}^2} + 2\frac{\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{u} \cdot \boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s}}{m_\mathrm{u} m_\mathrm{s}}.$$

まず

$$2\boldsymbol{\sigma}_\mathrm{u} \cdot \boldsymbol{\sigma}_\mathrm{s} = \sum_{\substack{i,j=1\\ i<j}}^{3} \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j - \boldsymbol{\sigma}_\mathrm{u} \cdot \boldsymbol{\sigma}_\mathrm{u}$$

を考察する．右辺の第 1 項は式 (15.10) によりすでにわかっている．$S = 1/2$ のバリオンについては -3, $S = 3/2$ のバリオンについては $+3$ である．第 2 項は $+1$ である．これらにより

$$\Delta M_\mathrm{ss} = \begin{cases} \dfrac{4}{9}\dfrac{\hbar^3}{c^3}\pi\alpha_\mathrm{s}|\psi(0)|^2\left(\dfrac{1}{m_\mathrm{u,d}^2} - \dfrac{4}{m_\mathrm{u,d} m_\mathrm{s}}\right) & (\Sigma \text{ 状態のとき}) \\[2ex] \dfrac{4}{9}\dfrac{\hbar^3}{c^3}\pi\alpha_\mathrm{s}|\psi(0)|^2\left(\dfrac{1}{m_\mathrm{u,d}^2} + \dfrac{2}{m_\mathrm{u,d} m_\mathrm{s}}\right) & (\Sigma^* \text{ 状態のとき}) \end{cases}.$$

Σ と Σ^* バリオンの質量差の平均は約 $200\,\mathrm{MeV}/c^2$ である．質量公式 (15.12) により

$$M_{\Sigma^*} - M_\Sigma = \Delta M_\mathrm{ss}(\Sigma^*) - \Delta M_\mathrm{ss}(\Sigma) = \frac{4}{9}\frac{\hbar^3}{c^3}\pi\alpha_\mathrm{s}|\psi(0)|^2 \frac{6}{m_\mathrm{u,d} m_\mathrm{s}} \approx 200\,\mathrm{MeV}/c^2.$$

ここで $\psi(0)$ は両方の状態で同じであると仮定する．そうすると（$m_\mathrm{u,d} = 363\,\mathrm{MeV}/c^2$, $m_\mathrm{s} = 538\,\mathrm{MeV}/c^2$ を用いて）

$$\alpha_\mathrm{s}|\psi(0)|^2 = 0.61\,\mathrm{fm}^{-3}.$$

水素と同様の波動関数 $|\psi(0)|^2 = 3/4\pi r^3$ および $\alpha_\mathrm{s} \approx 1$ を代入するとバリオンの中でのクォークの平均距離の概算は $r \approx 0.8\,\mathrm{fm}$ となる．

3　Λ はアイソスピン 1 重項 ($I = 0$) の粒子である．第 1 近似としては Λ の崩壊はクォークレベルでは $\mathrm{s} \to \mathrm{u}$ の遷移にほかならないのでアイソスピンが 0 の粒子から 1/2 の粒子に遷移する．つまりアイソスピンが 1/2 だけ変わる．したがって終状態のパイ中間子–核子の系は $I = 1/2$ の状態でなければならない．第 3 成分は電荷の保存により $I_3^\mathrm{N} + I_3^\pi = -1/2$. Λ^0 の崩壊の行列要素はクレプシュ–ゴルダン係数の自乗に比例する：

$$\frac{\sigma(\Lambda^0 \to \pi^- + \mathrm{p})}{\sigma(\Lambda^0 \to \pi^0 + \mathrm{n})} = \frac{(1\ \frac{1}{2}\ \ -1\ \ +\frac{1}{2}\ |\ \frac{1}{2}\ \ -\frac{1}{2})^2}{(1\ \frac{1}{2}\ 0\ \ -\frac{1}{2}\ |\ \frac{1}{2}\ \ -\frac{1}{2})^2} = \frac{(-\sqrt{2/3})^2}{(\sqrt{1/3})^2} = 2.$$

4　ミューオンが 1s 状態からの $^{12}\mathrm{C}$ 原子核へ吸収される確率は

$$\frac{1}{\tau_{\mu\mathrm{C}}} = \frac{2\pi}{\hbar}\left|\left\langle {}^{12}\mathrm{B}e^{ip_\nu r}\right|\sum_i g_\mathrm{A}\boldsymbol{\sigma}_i I_-\left|{}^{12}\mathrm{C}\psi_\mu(r)\right\rangle_{(r=0)}\right|^2 \int \frac{p_\nu^2\,dp_\nu\,d\Omega}{(2\pi\hbar)^3\,dE_\nu}.$$

$^{12}\mathrm{C}$ は $J^P = 0^+$, $^{12}\mathrm{B}$ は $J^P = 1^+$ であるからこの遷移には軸性ベクトル部分のみが寄与する．更に，$dp_\nu/dE_\nu = 1/c$, $\int d\Omega = 4\pi$, $|\psi_\mu(r=0)|^2 = 3/(4\pi r_\mu^3)$ である．$^{12}\mathrm{C}$ のミューオン原子の半径は

$$r_\mu = \frac{a_\mathrm{Bohr} m_\mathrm{e}}{Z m_\mu} = 42.3\,\mathrm{fm}.$$

エネルギーは

$$E_\nu = m_\mu c^2 - 13.3\,\mathrm{MeV} \approx 90\,\mathrm{MeV}.$$

これにより吸収確率は

$$\frac{1}{\tau_{\mu \mathrm{C}}} = \frac{2\pi}{\hbar c}\frac{4\pi c E_\nu^2}{(2\pi)^3(\hbar c)^3}\left|\left\langle {}^{12}\mathrm{B}\right| \sum_i g_\mathrm{A}\boldsymbol{\sigma}_i I_- \left|{}^{12}\mathrm{C}\right\rangle\right|^2 |\psi(0)|^2.$$

この式において行列要素以外のすべての量がわかっている．行列要素は ${}^{12}\mathrm{B} \to {}^{12}\mathrm{C} + \mathrm{e}^- + \overline{\nu}_\mathrm{e}$ という崩壊の寿命が測られているのでそれから求めることができる：

$$\frac{1}{\tau_{^{12}\mathrm{B}}} = \frac{1}{2\pi^3\hbar^7 c^6}\left|\left\langle {}^{12}\mathrm{C}\right| \sum_i g_\mathrm{A}\boldsymbol{\sigma}_i I_+ \left|{}^{12}\mathrm{B}\right\rangle\right|^2 E_\mathrm{max}^5.$$

結局

$$\frac{1}{\tau_{\mu \mathrm{C}}} \approx 1.5 \times 10^4\,\mathrm{s}^{-1}.$$

この部分寿命は 7×10^{-5} 秒であり，自由なミューオンの寿命 2×10^{-6} 秒よりずっと長い．${}^{12}\mathrm{C}$ におけるミューオン崩壊の全崩壊確率は自由なミューオンの崩壊確率と原子核による吸収確率の和である：

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_\mu} + \frac{1}{\tau_{\mu \mathrm{C}}}.$$

5 崩壊の分岐比には主に 2 つのことが影響を与える．(a) 位相空間，(b) 第 1 の崩壊ではストレンジネスが変わる（カビボ抑制）が，第 2 の崩壊ではストレンジネスが変わらない．概算をするためにカビボ抑制を別とすれば行列要素は等しいと仮定する．式 (10.21) と (15.49) により

$$\frac{W(\Sigma^- \to \mathrm{n})}{W(\Sigma^- \to \Lambda^0)} \approx \frac{\sin^2\theta_\mathrm{C}}{\cos^2\theta_\mathrm{C}}\cdot\left(\frac{E_1}{E_2}\right)^5 = \frac{1}{20}\cdot\left(\frac{257\,\mathrm{MeV}}{81\,\mathrm{MeV}}\right)^5 \approx 16.$$

おおまかな計算であることを考えればこの一致はかなりよいと言える．
$\Sigma^+ \to \mathrm{n} + \mathrm{e}^+ + \nu_\mathrm{e}$ の崩壊では (suu) → (ddu) の遷移であるから 2 つのクォークが同時に遷移しなければならない．

6 **(a)** バリオン数の保存により，バリオンはつくられたり消滅したりはせず 1 つのバリオンから他のバリオンへ遷移するだけである．だから物理的な意味を持っているのは相対的なバリオンのパリティだけである．

(b) 重陽子は p–n 系の基底状態である．だから $\ell = 0$ である．したがってパリティは $\eta_\mathrm{p}\eta_\mathrm{n}(-1)^0 = +1$ である．核子の中のクォークは軌道角運動量がゼロなので，クォークの内部パリティは正でなければならない．

(c) 基底状態へのパイ中間子のカスケードは特性 X 線によって観察することができる．

(d) 重陽子のスピンは 1 なので d–π 系は全角運動量 $J = 1$ の状態にある．終状態の 2 つの中性子は同種のフェルミオンなので波動関数のスピン–軌道部分が反対称でなければならない．$J = 1$ の 4 つの状態 ${}^3\mathrm{S}_1$, ${}^1\mathrm{P}_1$, ${}^3\mathrm{P}_1$, ${}^3\mathrm{D}_1$ のうち ${}^3\mathrm{P}_1$ のみがこの条件を満たす．

(e) $\ell_{nn} = 1$ より，パイ中間子のパリティは $\eta_\pi = \eta_\mathrm{n}^2(-1)^1/\eta_\mathrm{d} = -1$ でなければならない．

(f) パリティを保存するすべての相互作用において，クォークの数 N_q–$N_{\overline{\mathrm{q}}}$ はクォークの香りそれぞれについて独立に保存する．だからクォークの種類によりパリティを別々に選ぶこともできる．例えば $\eta_\mathrm{u} = -1, \eta_\mathrm{d} = +1$ と選ぶこともできるが，そうすると陽子のパリティは正，中性子のパリティは負になる．このとき重陽子のパリティは負，荷電パイ中間子のパリティは正になる．π^0 は $\mathrm{u\overline{u}}$ と $\mathrm{d\overline{d}}$ の混合状態なのでパリティが負である．アイ

ソスピン多重項 (π^+,π^0,π^-), (p,n) の中でパリティが様々になるのでよい決め方ではない．一方，$\eta_\mathrm{n}=\eta_\mathrm{p}=-1$ とするとアイソスピンの対称性は保たれる．核子と奇核のパリティは負となり通常の定義とは逆になる．中間子のパリティは負，偶核のパリティは正となって，これらは通常の定義と変わらない．

Λ と Λ_c のパリティは s ないし c クォークのパリティによるものであり，正に選ぶことができる．

第 16 章

1 到達距離は $\lambda\approx\hbar c/mc^2$ で与えられるが，1.4 fm (1π), 0.7 fm (2π), 0.3 fm (ϱ,ω) である．2 パイオン交換は真空の量子数 $J^P=0^+, I=0$ を持ち，スカラーポテンシャルをつくって原子核の結合エネルギーに寄与する．パイ中間子はパリティが負なので角運動量 $\ell=1$ を伴って放出される．このことにより核力のこの成分のスピン依存性が決定される．同様な性質は ϱ 中間子や ω 中間子についてもあてはまる．アイソスピン依存性は交換される粒子のアイソスピンによって決定される：パイ中間子と ϱ は $I=1$ であり，ω 中間子は $I=0$ である．強い相互作用ではアイソスピンは保存するので角運動量の場合と同じように，相互作用する粒子のアイソスピンは結合する．

2 式 (16.1), (16.2), (16.6) を考慮に入れると

$$\sigma=4\pi\left(\frac{\sin kb}{k}\right)^2.$$

$\ell=0$ が主要な部分であるような低エネルギーでは，$k\to 0$ の極限では全断面積は $\sigma=4\pi b^2$ になる．

第 17 章

1 エントロピー S が一定のとき気圧は以下の式に従う：

$$p=-\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S.$$

ここで V は体積，U は系の内部エネルギーである．フェルミ気体模型では式 (17.9) により

$$U=\frac{3}{5}AE_\mathrm{F}\quad そして\quad p=-\frac{3}{5}A\frac{\partial E_\mathrm{F}}{\partial V}.$$

式 (17.3) より $N=Z=A/2$ のときには

$$A=2\frac{Vp_\mathrm{F}^3}{3\pi^2\hbar^3}=2\frac{V(2ME_\mathrm{F})^{3/2}}{3\pi^2\hbar^3}\Longrightarrow\frac{\partial E_\mathrm{F}}{\partial V}=-\frac{2E_\mathrm{F}}{3V}.$$

そうするとフェルミ気圧は

$$p=\frac{2A}{5V}E_\mathrm{F}=\frac{2}{5}\varrho_\mathrm{N}E_\mathrm{F}.$$

ここで ϱ_N は核子密度である．$\varrho_\mathrm{N}=0.17$ 核子/fm^3, $E_\mathrm{F}\approx 33\,\mathrm{MeV}$ を代入すると

$$p=2.2\,\mathrm{MeV/fm^3}=3.6\times10^{27}\,\mathrm{bar}.$$

2 **(a)** 奇数の核子のみを考える．偶数の核子は基底状態では対を成している．第 1 励起状態は対を成していない核子がすぐ上の副殻に励起した（場合 I）か，あるいはすぐ下の副殻から励起されてきた核子と対を成した（場合 II）か，によってつくられる．

	$^7_3$Li	$^{23}_{11}$Na	$^{33}_{16}$S	$^{41}_{21}$Sc	$^{83}_{36}$Kr	$^{93}_{41}$Nb
基底状態	$1p^1_{3/2}$	$1d^3_{5/2}$	$1d^1_{3/2}$	$1f^1_{7/2}$	$1g^{-3}_{9/2}$	$1g^1_{9/2}$
励起状態 (I)	$1p^1_{1/2}$	$2s^1_{1/2}$	$(1f^1_{7/2})$	$(2p^1_{3/2})$	$(1g^1_{7/2})$	$(1g^1_{7/2})$
励起状態 (II)	$(1s^{-1}_{1/2})$	$1p^{-1}_{1/2}$	$2s^{-1}_{1/2}$	$1d^{-1}_{3/2}$	$2p^{-1}_{1/2}$	$2p^{-1}_{1/2}$
J^P_0 実験値	$3/2^-$	$3/2^+$	$3/2^+$	$7/2^-$	$9/2^+$	$9/2^+$
J^P_0 模型	$3/2^-$	$5/2^+$	$3/2^+$	$7/2^-$	$9/2^+$	$9/2^+$
J^P_1 実験値	$1/2^-$	$5/2^+$	$1/2^+$	$3/2^+$	$7/2^+$	$1/2^-$
J^P_1 場合 I	$1/2^-$	$1/2^+$	$(7/2^-)$	$(3/2^-)$	$(7/2^+)$	$(7/2^+)$
J^P_1 場合 II	$(1/2^+)$	$1/2^-$	$1/2^+$	$3/2^+$	$1/2^-$	$1/2^-$

括弧に入っているのは，1 つの殻の「魔法数の」境界を超えて励起されなければならない状態である．このためには特に大きなエネルギーが必要で，いずれも高い励起になる．表でわかるように殻模型は閉殻になっていない殻に 1 個の核子しか入っていない原子核ではよい予言力を持っている．

(b) $^6_3$Li は $(\text{p-}1p^1_{3/2};\ \text{n-}1p^1_{3/2})$ なので $J^P = 0^+, 1^+, 2^+, 3^+$．$^{40}_{19}$K は $(\text{p-}1d^{-1}_{3/2};\ \text{n-}1f^1_{7/2})$ なので $J^P = 2^-, 3^-, 4^-, 5^-$．

3 **(a)** ^{17}O の原子核は ^{16}O の原子核に $1d_{5/2}$ 殻の中性子がつけ加わったものと考えられる．この準位のエネルギーは $B(^{16}\text{O}) - B(^{17}\text{O})$ に等しい．同様に $1p_{1/2}$ 殻のエネルギーは $B(^{15}\text{O}) - B(^{16}\text{O})$ である．したがって殻の間のギャップは

$$E(1d_{5/2}) - E(1p_{1/2}) = 2B(^{16}\text{O}) - B(^{15}\text{O}) - B(^{17}\text{O}) = 11.5\,\text{MeV}.$$

(b) 「正常な」量子数を持つ最も低い励起準位は，核子が入っている 1 番上の殻からすぐ上の殻への 1 つの核子の励起によるものだと考えられる．^{16}O においては，これは 6.13 MeV の $J^P = 3^-$ であろう．この状態は $(1p^{-1}_{1/2}, 1d_{5/2})$ と解釈できるであろう．しかし理論による計算値 11.5 MeV よりもこの励起エネルギーはずっと小さい．集団的な効果（状態の混合）が働いているに違いない．8 重極放射の遷移確率を測定すると 1 粒子励起の場合に期待される値より 10 倍大きいので，このことが確認される．

(c) 量子数が $1/2^+$ なので，^{17}O の第 1 励起状態を $2s_{1/2}$ と解釈するのが自然である．そうすると励起エネルギーは殻の間のギャップに対応する．

(d) これらの原子核は一様な球で，同じ半径を持っているとごく単純に仮定すれば，式 (2.11) により結合エネルギーの差から半径として $(3/5) \cdot 16\hbar\alpha c/3.54\,\text{MeV} = 3.90\,\text{fm}$ を得る．これは式 (5.56) から得られる値 3.1 fm よりもずっと大きい．

殻模型に基づいて考えると，両方の原子核とも ^{16}O 原子核の外に核子がついたものと解釈できる．だから $d_{5/2}$ 殻のバレンス核子の半径は，殻の効果が考慮に入っていない上記の単純な公式から得られる値よりも大きい．

(e) ^{17}F の陽子と ^{17}O の中性子を比べると前者ではクーロン斥力が強いためにポテンシャルが浅い．^{17}F の中の励起した「余計な」陽子の波動関数は ^{17}O の中の励起した「余計な」中性子の波動関数より拡がりが大きい．そこで核力が陽子よりも中性子に強く働く．基底状態では核子は強く束縛されているのでこの違いは無視できる．

4 魔法数 50 ないし 82 に対応する閉殻の 1 番上の付近には $2p_{1/2}$ と $1g_{9/2}$，ないしは $2d_{3/2}, 1h_{11/2}$ と $3s_{1/2}$ が狭い間隔で存在する．核子数が 50 ないし 82 からちょっと少ない原子核では基底状態と第 1 励起状態の間の遷移は $(g_{9/2} \leftrightarrow p_{1/2}$ ないしは $h_{11/2} \leftrightarrow d_{3/2}, s_{1/2}$

の）1 粒子遷移に対応すると考えるのが自然である．この過程は 5 次の遷移（M4 ないし E5）なので確率がたいへん低い [Go51].

5 **(a)** この状態のスピンは $(\mathrm{p\text{-}1f_{7/2}}, \mathrm{n\text{-}1f_{7/2}})$ 状態にある対を成していない核子の結合によって決まる．

(b) この原子核の磁気モーメントは $\mathrm{f_{7/2}}$ 殻の中性子の磁気モーメント $-1.91\,\mu_\mathrm{N}$ と $\mathrm{f_{7/2}}$ 殻の陽子の磁気モーメント $+5.58\,\mu_\mathrm{N}$ の和である．

6 **(a)** はじめ静止していた Sm 原子核が $i \to f$ へ γ 崩壊により脱励起すると，原子は $\boldsymbol{p}_\mathrm{Sm}^2/2M$ だけの反跳エネルギーを得る．エネルギーの保存により $\boldsymbol{p}_\mathrm{Sm}^2/2M + |\boldsymbol{p}_\gamma|c = E_i - E_f$ であるが，$|\boldsymbol{p}_\mathrm{Sm}| = |\boldsymbol{p}_\gamma| \approx (E_i - E_f)/c$．今の例では 3.3 eV である．光子が他の Sm 原子核に吸収される際にはまた同じだけのエネルギーが失われる．

(b) 式 (18.1) の行列要素を 1 とおくと，寿命は $\tau = 0.008\,\mathrm{ps}$，幅は $\Gamma = 80\,\mathrm{meV}$ となる．実際の測定値は $\tau = 0.03\,\mathrm{ps}$, $\Gamma = 20\,\mathrm{meV}$ [Le78] であって，上述の計算値とだいたい同じ大きさである．状態の幅がエネルギーのずれ $2 \times 3.3\,\mathrm{eV}$ よりずっと小さいので吸収は全く起こらない．熱運動によって $|\boldsymbol{p}_\mathrm{Sm}|$ はおおよそ $\pm\sqrt{M \cdot kT}$ だけ変動する．室温では，これは $\pm 0.35\,\mathrm{eV}$ のエネルギーのずれに相等する．これではやはり不十分である．

(c) Sm 原子が γ 崩壊の直前にニュートリノを 1 つ放出したときに，もともとの熱運動に加えて $|\boldsymbol{p}_\mathrm{Sm}|$ は $|\boldsymbol{p}_\nu| = E_\nu/c$ だけ変わる．ニュートリノと光子の放出方向が逆向き，すなわち Sm 原子の飛行方向と光子の放出方向が同じであったならば放出される光子は，励起エネルギー $E_i - E_f$ より 3.12 eV だけ高くなる．これはドップラー効果によるものである．この場合には γ 線により共鳴発光が可能である．このようにしてニュートリノの運動量の方向を決めることができる（詳細は [Bo72] 参照）．

7 $^{14}\mathrm{O}$ 原子核では下から 3 番目までの陽子の殻 $1\mathrm{s}_{1/2}, 1\mathrm{p}_{3/2}, 1\mathrm{p}_{1/2}$ はすべて占められている．中性子の殻は下から 2 番目までの殻が占められていて，$1\mathrm{p}_{1/2}$ は空いている（17.6 節参照）．だから 2 つのバレンス核子のうちの 1 つ（$1\mathrm{p}_{1/2}$ 殻の 2 つの陽子のうちの 1 つ）が同じ殻で同じ波動関数を持つ中性子に変化する（超許容 β 崩壊）．それ故 $\int \psi_\mathrm{n}^* \psi_\mathrm{p} = 1$ である．これは $0^+ \to 0^+$ 遷移であり，純粋なフェルミ崩壊である．2 つの陽子は行列要素に対しそれぞれ式 (15.39) のベクトル部分の項に等しく寄与する．全体としては $|\mathcal{M}_{fi}|^2 = 2g_\mathrm{V}^2/V^2$ になる．方程式 (15.47) は

$$\frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{1}{\tau} = \frac{m_\mathrm{e}^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} \cdot 2g_\mathrm{V}^2 \cdot f(E_0)$$

となる．ベクトルの結合強度 (15.56) により半減期 70.373 s を得る．これは実験値とたいへんよく一致している．

注意：これは量子数とはっきりした殻構造のために，原子核の β 崩壊が精密に計算できる数少ない例の 1 つである．実際，この崩壊はベクトル結合の強度を決定するために使われている．

第 18 章

1 **(a)** 巨大共鳴の集団的な模型では，Z 個の陽子と N 個の中性子の反対方向への振動を，調和振動として考察する．ハミルトニアンは

$$\mathcal{H} = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}x^2 \quad ただし \quad \hbar\omega = 80\,A^{-1/3}\,\mathrm{MeV}$$

と書ける．ここで $m = A/2M_{\rm N}$ は換算質量である．シュレーディンガー方程式を解くと調和振動の低い状態は

$$\psi_0 = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}\sqrt{x_0}} \cdot {\rm e}^{-(x/x_0)^2/2} \quad ただし \quad x_0 = \sqrt{\hbar/m\omega},$$
$$\psi_1 = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}\sqrt{x_0}} \cdot \sqrt{2}\left(\frac{x}{x_0}\right){\rm e}^{-(x/x_0)^2/2}.$$

陽子の重心と中性子の重心の平均のずれは

$$x_{01} \equiv \langle\psi_0|x|\psi_1\rangle = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}x_0 \int \left(\frac{x}{x_0}\right)^2 {\rm e}^{-(x/x_0)^2}\, d\frac{x}{x_0} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}x_0.$$

^{40}Ca については $x_0 = 0.3\,{\rm fm}$ なので $x_{01} = 0.24\,{\rm fm}$ となる．

(b) 行列要素は Zx_{01}．その自乗は $23\,{\rm fm}^2$.

(c) 1 粒子励起は巨大共鳴のエネルギーのほぼ半分，つまり $\hbar\omega \approx 40A^{-1/3}\,{\rm MeV}$ である．この場合には核子が重い原子核の平均場の中を動いているのであるから換算質量は近似的に核子の質量である．したがって m は (a) の場合より 20 倍小さい．ω は (a) の場合より 2 倍小さい．だから x_0 および x_{01} は $\sqrt{40}$ 倍される．最外殻の核子 24 個が有効的な電荷 $e/2$ でそれぞれ行列要素の自乗に寄与する．そのようにして行列要素の自乗は $27.6\,{\rm fm}^2$ になり，(b) の結果とたいへんよく一致する．このことは陽子と中性子が集団的に振動する模型がよいことを示唆している．

2 17.4 節の式 (17.38) 以降と式 (18.49) 参照．

$$\delta = \frac{a-b}{\langle R\rangle}, \quad \langle R\rangle = \left(ab^2\right)^{1/3}$$

と，原子核における核子密度がおよそ $\varrho_N \approx 0.17$ 核子$/{\rm fm}^3$ であることから，$a \approx 8\,{\rm fm}$, $b \approx 6\,{\rm fm}$ となる．

3 フェルミ速度は $v_{\rm F} = p_{\rm F}/\sqrt{M_{\rm N}^2 + p_{\rm F}^2/c^2} = 0.26\,c$ である．角速度は

$$\omega = \frac{|\boldsymbol{L}|}{\Theta} \approx \frac{60\hbar}{AM_{\rm N}(a^2+b^2)/5} = 0.95 \times 10^{21}\,{\rm s}^{-1}.$$

ここで $a = 2b = \sqrt[3]{4}R$. R には式 (5.56) からの値を代入した．速さは $v = a\cdot\omega$ であり約 $0.03\,c$ つまりフェルミ速度の 12% 程度である．回転速度が高いので**コリオリ** (Coriolis) **力**が働き，核子の対が壊れる．

第 19 章

1 **(a)** 反応 $4{\rm p} \to \alpha + 2{\rm e}^+ + 2\nu_{\rm e}$ では，26.72 MeV のエネルギーが解放される．ニュートリノが 0.52 MeV を持ち出すので，残りの 26.2 MeV が太陽にエネルギーとして供給される．ヘリウムに変換される水素原子の数は毎秒

$$\dot{N}_{\rm p} = 4 \cdot \frac{4 \cdot 10^{26}\,{\rm W}}{26.2 \times 1.6 \cdot 10^{-13}\,{\rm Ws}} \approx 0.4 \times 10^{39}\text{原子}/{\rm s}$$

である．

(b) $4 \cdot 10^{26}\,{\rm W} = 4 \cdot 10^{26}\,{\rm J/s}$ を $E = mc^2$ によって質量に換算すると $0.4 \times 10^{10}\,{\rm kg/s}$.

(c) 1 年は 3.15×10^7 秒，50 億年は 1.6×10^{17} 秒なので，この間にヘリウムに変換された水素原子の数は 0.63×10^{56} 個．一方，太陽の中の水素原子の数は 9×10^{56} 個．したがって約 7%.

(d) 50 億年間に失われた太陽の質量は 0.7×10^{27} kg．これは $\approx 120 \times$ 地球質量.

(e) 原子核反応は太陽の内部で，主として半径が $r < R_\odot/4$ の領域で起こる．水素の 7%が燃焼すると太陽の内部でのヘリウムの密度が約 50% 増加する．この密度がさらに倍になると，水素の燃焼はもはや有効ではない．ヘリウムの燃焼が始まり，太陽は赤色巨星へと膨張する.

2 **(a)** ^{4}He 原子核が 1 つ生成されるごとにニュートリノが 2 つ発生する．問 1 を参照して

$$\Phi_\nu = \frac{\dot{N}_\nu}{4\pi a^2} = \frac{2 \cdot \dot{E}_\odot}{B_{\mathrm{He}} \cdot 4\pi a^2} = 6.7 \times 10^{10}\,\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}.$$

(b) ^{71}Ga 原子核の数は

$$\begin{aligned} N_{^{71}\mathrm{Ga}} &= \frac{\text{ガリウムの全質量}}{\text{ガリウム原子の平均質量}} \cdot {}^{71}\mathrm{Ga}\ \text{の割合} \\ &= \frac{3 \times 10^4\,\mathrm{kg}}{(0.40 \cdot 71 + 0.60 \cdot 69) \cdot 931.5 \cdot 1.6 \times 10^{-13}\mathrm{J}/c^2} \cdot 0.40 = 1.0 \times 10^{29}. \end{aligned}$$

これから反応率を計算することができる：

$$\begin{aligned} \dot{N}_{\text{反応}} &= N_{^{71}\mathrm{Ga}} \cdot \sigma_{\nu\mathrm{Ge}} \cdot \Phi_\nu \cdot \varepsilon \\ &= 1.0 \times 10^{29} \cdot 2.5 \times 10^{-45}\mathrm{cm}^2 \cdot 6.7 \times 10^{10}\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1} \cdot 0.5 = 0.7/\mathrm{d}. \end{aligned}$$

$N(t) = \dot{N}_{\text{反応}}\tau(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau})$ なので 3 週間後には 8 つの Ge 原子，ずっと長く待てば 11 個の Ge 原子が期待される.

注意：断面積はエネルギーに強く依存する．ここに与えた値は太陽ニュートリノのエネルギースペクトルを考慮に入れた平均値である.

3 **(a)** 中性子星の中の中性子の数は $N_\mathrm{n} = 1.8 \times 10^{57}$ である．N_n 個の陽子が核融合して ^{56}Fe になったことによって解放されたエネルギーは 2.6×10^{45} J である.

(b) もともとの星の鉄のコアの重力エネルギーは，半径が $R \gg 10\,\mathrm{km}$ なので無視することにする．したがって，爆縮の際に解放されたエネルギーは，中性子星の重力エネルギーから，鉄が自由な中性子になるのに要したエネルギーを引いた量である.（鉄が自由な中性子になるのに要したエネルギーは，水素が核融合して鉄になったときに解放されたエネルギーに等しい）

$$E_{\text{爆縮}} \approx \frac{3GM^2}{5R} - 2.6 \times 10^{45}\,\mathrm{J} = 3.3 \times 10^{46}\,\mathrm{J}.$$

超新星爆発の際も爆縮で解放されたエネルギーは核融合によるエネルギーより 10 倍以上大きい．もともとの星の物質の 20–50% のみが中性子星を形成するにもかかわらず，星の全寿命の間に解放されたエネルギーは超新星爆発で解放されるエネルギーよりも少し小さい.

(c) エネルギーのほとんどはニュートリノ放出によって持ち出される：

$$\mathrm{e}^+ + \mathrm{e}^- \longrightarrow \bar{\nu}_\mathrm{e} + \nu_\mathrm{e}, \bar{\nu}_\mu + \nu_\mu, \bar{\nu}_\tau + \nu_\tau$$

この過程の陽電子は次のような反応で生成される：

$$\mathrm{p} + \bar{\nu}_\mathrm{e} \longrightarrow \mathrm{e}^+ + \mathrm{n}$$

しかし，ニュートリノは直接的にも生成され得る：

$$p + e^- \longrightarrow n + \nu_e$$

最後の 2 つの過程は，^{56}Fe の中の陽子を中性子に変換するのに寄与する過程である．

参考文献

[Ab95a] S. Abachi et al.: Phys. Rev. Lett. **74** (1995) 2632

[Ab95b] F. Abe et al.: Phys. Rev. Lett. **74** (1995) 2626
First evidence for the top quark: F. Abe et al.: Phys. Rev. Lett. **73** (1994) 225

[Ab97] H. Abele et al.: Phys. Lett. **B407** (1997) 212

[Ah01] Q.R. Ahmad et al.: Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 071301

[Al60] M. Alston et al.: Phys. Rev. Lett. **5** (1960) 520

[Al77] G. Altarelli, G. Parisi: Nucl. Phys. **B126** (1977) 298

[Al87a] C. Albajar et al.: Phys. Lett. **B186** (1987) 247

[Al87b] H. Albrecht et al.: Phys. Lett. **B192** (1987) 245

[Al90] H. Albrecht et al.: Phys. Lett. **B234** (1990) 409

[Al91] H. Albrecht et al.: Phys. Lett. **B255** (1991) 297

[Al92a] H. Albrecht et al.: Z. Phys **C55** (1992) 357

[Al92b] J. Alitti et al.: Phys. Lett. **B276** (1992) 354

[Am84] S.R. Amendolia et al.: Phys. Lett. **B146** (1984) 116

[Am86] S.R. Amendolia et al.: Phys. Lett. **B178** (1986) 435

[Am87] U. Amaldi et al.: Phys. Rev. **D36** (1987) 1385

[Am92a] P. Amaudruz et al.: Phys. Lett. **B295** (1992) 159

[Am92b] P. Amaudruz et al.: Nucl. Phys. **B371** (1992) 3

[AM93] *The 1993 Atomic Mass Evaluation*
G. Andi, A.H. Wapstra: Nucl. Phys. **A565** (1993) 1

[Am95] P. Amaudruz et al.: Z. Phys. **C51** (1991) 387;
korrigierte Daten: P. Amaudruz et al.: Nucl. Phys. **B441** (1995) 3

[An87] R. Ansari et al.: Phys. Lett. **B186** (1987) 440

[An92] P. Anselmann et al.: Phys. Lett. **B285** (1992) 376;
Phys. Lett. **B314** (1993) 445; Phys. Lett. **B327** (1994) 377

[Ar54] A. Arima, H. Horie: Progr. Theor. Phys. **11** (1954) 509;
A. Arima, H. Horie: Progr. Theor. Phys. **12** (1954) 623

[Ar83] G. Arnison et al.: Phys. Lett. **B122** (1983) 103;
Phys. Lett. **B126** (1983) 398; Phys. Lett. **B166** (1986) 484

[Ar88] M. Arneodo et al.: Phys. Lett. **B211** (1988) 493

[Ar93] M. Arneodo et al.: Phys. Lett. **B309** (1993) 222
[Ar94] M. Arneodo: Phys. Rep. **240** (1994) 301
[At82] W.B. Atwood: *Lectures on Lepton Nucleon Scattering and Quantum Chromodynamics*, Progress in Physics Vol. 4 (Birkhäuser, Boston, Basel, Stuttgart 1982)
[Au74a] J.J. Aubert et al.: Phys. Rev. Lett. **33** (1974) 1404
[Au74b] J.-E. Augustin et al.: Phys. Rev. Lett. **33** (1974) 1406
[Ba57] J. Bardeen, L.N. Cooper, J.R. Schrieffer: Phys. Rev. **108** (1957) 1157
[Ba68] W. Bartel et al.: Phys. Lett. **B28** (1968) 148
[Ba78] W. Bacino et al.: Phys. Rev. Lett. **41** (1978) 13
[Ba80] J.D. Barrow, J. Silk: Scientific American **242** (April 1980) 98
[Ba83a] M. Banner et al.: Phys. Lett. **B122** (1983) 476
[Ba83b] P. Bagnaia et al.: Phys. Lett. **B129** (1983) 130
[Ba85] J.W. Bartel et al.: Phys. Lett. **B161** (1985) 188
[Ba88] B.C. Barish, R. Stroynowski: Phys. Rep. **157** (1988) 1
[Ba89] J.N. Bahcall: *Neutrino Astrophysics* (Cambridge University Press, Cambridge 1989)
[Be30] H.A. Bethe: Ann. Physik **5** (1930) 325
[Be36] H.A. Bethe: Rev. Mod. Phys. **8** (1936) 139
[Be67] J.B. Bellicard et al.: Phys. Rev. Lett. **19** (1967) 527
[Be69] H. Behrens, J. Jänecke: *Numerical Tables for Beta-Decay and Electron Capture*, Landolt-Börnstein, New Series, Vol. I/4, (Springer, Berlin, Heidelberg 1969)
[Be75] B.L. Berman, S.C. Fultz: Rev. Mod. Phys. **47** (1975) 713
[Be77] V. Bechtold et al.: Phys. Lett. **B72** (1977) 169
[Be85] H.A. Bethe, G. Brown: Scientific American **252** (Mai 1985) 40
[Be87] H.-J. Behrend et al.: Phys. Lett. **B191** (1987) 209
[Be90a] R. Becker-Szendy et al.: Phys. Rev. **D42** (1990) 2974
[Be90b] A. C. Benvenuti et al.: Phys. Lett. **B237** (1990) 592
[Bi92] I.G. Bird: Dissertation, Vrije Universiteit te Amsterdam (1992)
[Bl33] F. Bloch: Ann. Physik **16** (1933) 285
[Bl69] E.D. Bloom et al.: Phys. Rev. Lett. **23** (1969) 930
[Bo53] A. Bohr, B.R. Mottelson: Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **27** Nr. 16 (1953)
[Bo69] A. Bohr, B.R. Mottelson: *Nuclear Structure* (Benjamin, New York 1969)
[Bo72] E. Bodenstedt: *Experimente der Kernphysik und ihre Deutung*, Teil 1 (Bibliographisches Institut, Mannheim 1972)
[Bo75] F. Borkowski et al.: Nucl. Phys. **B93** (1975) 461
[Bo92] F. Boehm, P. Vogel: *Physics of Massive Neutrinos*, 2nd ed. (Cambridge University Press, Cambridge 1992)
[Br64] C. Brunnée, H. Voshage: *Massenspektroskopie* (Karl-Thiemig, Munich 1964)
[Br65] D.M. Brink: *Nuclear Forces* (Pergamon Press, Oxford 1965)
[Br67] G.E. Brown: *Unified Theory of NuclearModels and Forces* (North Holland, Amsterdam 1967)

[Br69] M. Breidenbach et al.: Phys. Rev. Lett. **23** (1969) 935
[Br92] D.I. Britton et al.: Phys. Rev. Lett. **68** (1992) 3000
[Bu57] E.M. Burbidge et al.: Rev. Mod. Phys. **29** (1957) 547
[Bu85] H. Burkard et al.: Phys. Lett. **B160** (1985) 343
[Bu88] C. Budtz-Jørgensen, H.-H. Knitter: Nucl. Phys. **A490** (1988) 307
[Bu91] H. Burkhardt, J. Steinberger: Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **41** (1991) 55
[Ca35] H. Casimir: Physica **2** (1935) 719
[Ca63] N. Cabibbo: Phys. Rev. Lett. **10** (1963) 531
[Ca69] C.G. Callan Jr., D.J. Gross: Phys. Rev. Lett. **22** (1969) 156
[Ch64] J.H. Christenson, J.W. Cronin, V.L. Fitch, R.Turlay: Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 138
[Ch73] P.R. Christensen et al.: Nucl. Phys. **A207** (1973) 33
[Ch89] R.E. Chrien, C.B. Dover: Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **39** (1989) 113
[Cl79] F. Close: *An Introduction to Quarks and Partons* (Academic Press, London, New York, San Francisco 1979)
[Co56a] C.L. Cowan Jr, F. Reines et al.: Science **124** (1956) 103
[Co56b] L.N. Cooper: Phys. Rev. **104** (1956) 1186
[Co57] C.W. Cook et al.: Phys. Rev. **107** (1957) 508
[Co73] E.D. Commins: *Weak Interactions* (McGraw-Hill, New York 1973)
[Co74] M.D. Cooper, W.F. Hornyak, P.G. Roos: Nucl. Phys. **A218** (1974) 249
[Co87] E.R. Cohen, B.N. Taylor: Rev. Mod. Phys. **59** (1987) 1121
[Co88] G. Costa et al.: Nucl. Phys. **297** (1988) 244
[Da62] G. Danby et al.: Phys. Rev. Lett. **9** (1962) 36
[Du91] D. Dubbers: Progr. in Part. and Nucl. Phys., Hrsg. A. Faessler (Pergamon Press) **26** (1991) 173
[Dy73] A.F. Dylla, J.G. King: Phys. Rev. **A7** (1973) 1224
[El61] R.P. Ely et al.: Phys. Rev. Lett. **7** (1961) 461
[El82] J. Ellis et al.: Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **32** (1982) 443
[EL92] *Energy Levels of Light Nuclei*
$A = 3$: D.R. Tilley, H.R. Weller, H. H. Hasan: Nucl. Phys. **A474** (1987) 1;
$A = 4$: D.R. Tilley, H.R. Weller, G.M. Hale: Nucl. Phys. **A541** (1992) 1;
$A = 5 - 10$: F. Ajzenberg-Selove: Nucl. Phys. **A490** (1988) 1;
$A = 11 - 12$: F. Ajzenberg-Selove: Nucl. Phys. **A506** (1990) 1;
$A = 13 - 15$: F. Ajzenberg-Selove: Nucl. Phys. **A523** (1991) 1;
$A = 16 - 17$: F. Ajzenberg-Selove: Nucl. Phys. **A460** (1986) 1;
$A = 18 - 20$: F. Ajzenberg-Selove: Nucl. Phys. **A475** (1987) 1;
$A = 21 - 44$: P.M. Endt: Nucl. Phys. **A521** (1990) 1
[En64] F. Englert, R. Brout: Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 321
[Er66] T. Ericson, T. Mayer-Kuckuk: Ann. Rev. Nucl. Sci. **16** (1966) 183
[Fa82] A. Faessler et al.: Nucl. Phys. **A402** (1982) 555
[Fa88] A. Faessler in: *Progress in Particle and Nuclear Physics,* ed. A. Faessler, **20** (1988) 151
[Fa90] S. Fanchiotti, A. Sirlin: Phys. Rev. **D41** (1990) 319

[Fe34] E. Fermi: Z. Phys. **88** (1934) 161

[Fe49] E. Feenberg, K.C. Hammack: Phys. Rev. **75** (1949) 1877

[Fe53] E. Fermi: *Nuclear Physics,* 5th ed. (University of Chicago Press, Chicago 1953)

[Fe75] G.J. Feldman, M.L. Perl: Phys. Rep. **19 C** (1975) 233

[Fe85] R.P. Feynman: *QED—The Strange Theory of Light and Matter* (Princeton University Press, Princeton 1985)

[Fo58] L.L. Foldy: Rev. Mod. Phys. **30** (1958) 471

[Fr82] J. Friedrich, N. Vögler: Nucl. Phys. **A373** (1982) 192

[Fu90] R. Fulton et al.: Phys. Rev. Lett. **64** (1990) 16

[Fu98] Y. Fukuda et al.: Phys. Lett. **B436** (1998) 33;
Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 1562

[Fu01] S. Fukuda et al.: Phys. Lett. **86** (2001) 5651;
Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 1562

[Ga66] S. Gasiorowicz: *Elementary Particle Physics* (John Wiley & Sons, New York 1966)

[Ga81] S. Gasiorowicz, J. L. Rosner: Am. J. Phys. **49** Nr. 10 (1981) 954

[Ge55] M. Gell-Mann, A. Pais: Phys. Rev. **97** (1955) 1387

[Ge80] M. Gell-Mann in: *The Nature of Matter*, Wolfson College Lectures 1980, ed. J.H. Mulvey (Clarendon Press, Oxford)

[Gi97] L.K. Gibbons et al.: Phys. Rev. **D55** (1997) 6625

[Gi03] Carlo Giunti:*Status of Neutrino Masses and Mixing*, arXiv:hep-ph/0309024 (Sep. 2003)

[Gl89] P. Glässel et al.: Nucl. Phys. **A502** (1989) 315c

[Go51] M. Goldhaber, A. W. Sunyar: Phys. Rev. **83** (1951) 906

[Go52] M. Goldhaber, R.D. Hill: Rev. Mod. Phys. **24** (1952) 179

[Gö55] M. Göppert-Mayer, J.H.D. Jensen: *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure* (John Wiley & Sons, New York 1955)

[Go58] M. Goldhaber et al.: Phys. Rev. **109** (1958) 1015

[Go79] R. Golub et al.: Scientific American **240** (Juni 1979) 106

[Go84] K. Gottfried, V.F. Weisskopf: *Concepts of Particle Physics,* Vol. 1, (Clarendon Press, Oxford, New York 1984)

[Go86] K. Gottfried, V.F. Weisskopf: *Concepts of Particle Physics,* Vol. 2, (Clarendon Press, Oxford, New York 1986)

[Go94a] R. Golub, K. Lamoreaux: Phys. Rep. **237** (1994) 1

[Go94b] SLAC E139, R.G. Arnold et al.: Phys. Rev. Lett. **52** (1984) 727;
korrigierte Daten: J. Gomez et al.: Phys. Rev. **D49** (1994) 4348

[Gr72] V.N. Gribov, L.N. Lipatov: Sov. J. Nucl. Phys. **15** (1972) 438

[Gr87] D.J. Griffiths: *Introduction to Elementary Particles*, (John Wiley & Sons, New York 1987)

[Gr91] P. Große-Wiesmann: Cern Courier **31** (April 1991) 15

[Gr93] C. Grupen: *Teilchendetektoren* (Bibliographisches Institut, Mannheim 1993)

[Ha48] O. Haxel, J.H.D. Jensen, H.E. Suess: Die Naturwissensch. **35** (1948) 376;
O. Haxel, J.H.D. Jensen, H.E. Suess: Z. Phys. **128** (1950) 295

[Ha49] O. Haxel, J.H.D. Jensen, H.E. Suess: Phys. Rev. **75** (1949) 1766

[Ha73] F.J. Hasert et al.: Phys. Lett. **B46** (1973) 138

[Ha94] O. Haxel: Physikalische Blätter **50** (April 1994) 339

[Ha96] W. Hampel et al.: Phys. Lett. **B388** (1996) 384

[He50] G. Herzberg: *Spectra of Diatomic Molecules* (Van Nostrand, New York 1950)

[He77] S.W. Herb et al.: Phys. Rev. Lett. **39** (1977) 252

[Hi64] P.W. Higgs: Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 508

[Hi06] G. Hinshaw et al.: arXiv:astro-ph/0603451

[Ho46] F. Hoyle: Mon. Not. Roy. Astr. Soc. **106** (1946) 343;
F. Hoyle: Astrophys. J. Suppl. **1** (1954) 121

[Ho55] F. Hoyle, M. Schwarzschild: Astrophys. J. Suppl. **2** (1955) 1

[Ho57] R. Hofstadter: Ann. Rev. Nucl. Sci. **7** (1957) 231

[Hu57] L. Hulthén, M. Sugawara: *Encyclopaedia of Physics,* **39** (Springer, Berlin 1957)

[Hu65] E.B. Hughes et al.: Phys. Rev. **B139** (1965) 458

[In77] W.R. Innes et al.: Phys. Rev. Lett. **39** (1977) 1240

[Ka05] B. Kayser: Particle Data Group (2005)

[Kl02] H.V. Klapdor-Kleingrothaus, A. Dietz, and I.V. Krivosheina: Foundations of Physics **32** (2002)

[Kl52] P.F.A. Klingenberg: Rev. Mod. Phys. **24** (1952) 63

[Kl92a] K. Kleinknecht: *Detektoren für Teilchenstrahlung*, 3rd ed. (Teubner, Stuttgart 1992)

[Kl92b] K. Kleinknecht: Comm. Nucl. Part. Sci. **20** (1992) 281

[Ko00] B.Z. Kopeliovich, J. Raufeisen, A.V. Tarasov, Phys. Rev. C62,035204 (2000)

[Ko56] H. Kopfermann: *Kernmomente* (Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt a. M. 1956)

[Ko73] M. Kobayashi, T. Maskawa: Prog. Theor. Phys. **49** (1973) 652

[Kö86] K. Königsmann: Phys. Rep. **139** (1986) 243

[Ko88] W. Korten: Dissertation, Heidelberg (1988)

[Kö89] L. Köpke, N. Wermes: Phys. Rep. **174** (1989) 67

[Ko93] W. Kossel, G. Möllenstedt: Physikalische Blätter **49** (Jan. 1993) 50

[Ko95] S. Kopecky et al.: Phys. Rev. Lett. **74** (1995) 2427

[Kü88] J.H. Kühn, P. M. Zerwas: Phys. Rep. **167** (1988) 321

[Ku89] T.K. Kuo, J. Pantaleone: Rev. Mod. Phys. **61** (1989) 937

[Kw87] W. Kwong, J.L. Rosner, C. Quigg:Ann. Rev. Part. Nucl. Sci. **37** (1987) 325

[La91] J. Lach: Fermilab-Conf. (1991) 200;
J. Lach: Fermilab-Conf. (1990) 238

[La95] P. Langacker in: *Precision Tests of the Standard Electroweak Model,* ed. P. Langacker (World Scientific, Singapur 1995)

[Le68] L.M. Lederman, M.J. Tannenbaum in: *Advances in Particle Physics*, eds. R.L. Cool, R.E. Marshak, Vol. 1 (Interscience, New York 1968)

[Le78] C.M. Lederer, V.S. Shirley: *Table of Isotopes,* 7th ed. (John Wiley & Sons, New York 1978)

[Le94] W.R. Leo: *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*, 2nd ed. (Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1994)

[Li75] L.N. Lipatov: Sov. J. Nucl. Phys. **20** (1975) 94

[Li97] P. Liaud et al.: Nucl. Phys. **A612** (1997) 53

[Lo92] E. Lohrmann: *Hochenergiephysik,* 4. Aufl. (Teubner, Stuttgart 1992)

[Ma63] E. Marshalek, L. Person, R. Sheline: Rev. Mod. Phys. **35** (1963) 108

[Ma73] G. Mairle, G.J. Wagner: Z. Phys. **258** (1973) 321

[Ma76] R.D. Mattuck: *A guide to Feynman diagrams in the many-body problem*, 2nd ed. (McGraw-Hill, New York 1976)

[Ma62] Z. Maki, M. Nagakawa, and S. Sakata: Prog. Part. Nucl. Phys. **28** (1962) 870

[Ma89] W. Mampe et al.: Phys. Rev. Lett. **63** (1989) 593

[Ma91] W.J. Marciano: Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **41** (1991) 469

[Me33] W. Meissner, R. Ochsenfeld: Die Naturwissensch. **21** Heft 44 (1933) 787

[Mo71] E.J. Moniz et al.: Phys. Rev. Lett. **26** (1971) 445

[Na90] O. Nachtmann: *Elementary Particle Physics: Concepts and Phenomena* (Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1990)

[Ne91] B.M.K. Nefkens: *Proc. of the Workshop on Meson Production, Interaction and Decay*, Kraków/Poland (World Scientific, Singapur 1991)

[Ne97] B. Nemati et al.: Phys. Rev. **D55** (1997) 5273

[Ni55] S.G. Nilsson: Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **29** Nr. 16 (1955)

[No49] L.W. Nordheim: Phys. Rev. **76** (1949) 1894

[Pa89] A. Paschos, U. Türke: Phys. Rep. **178** (1989) 145

[PD92] *Review of Particle Properties*
Particle Data Group, K. Hikasa et al.: Phys. Rev. **D45** (1992) S1

[PD94] *Review of Particle Properties*
Particle Data Group, L. Montanet et al.: Phys. Rev. **D50** (1994) 1173

[PD98] *Review of Particle Properties*
Particle Data Group, C. Caso et al.: Eur. Phys. J. **C3** (1998) 1

[PD00] *Review of Particle Properties*
Particle Data Group, D.E. Groom et al.: Eur. Phys. J. **C15** (2000) 1

[Pe65] A.A. Penzias, R.W. Wilson: Astrophys. J. **142** (1965) 419

[Pe75] M.L. Perl et al.: Phys. Rev. Lett. **35** (1975) 1489

[Pe83] P.W. Petley: Nature **303** (1983) 373

[Pe87] D.H. Perkins: *Introduction to High Energy Physics*, 3rd ed. (Addison-Wesley, Wokingham 1987)

[Po81] B. Povh: Prog. Part. Nucl. Phys. **5** (1981) 245

[Po95] J. Pochodzalla et al.: Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 1040

[Po57] B. Pontecorvo Zh. Eksp. Teor. Fiz. **33** (1957) 549 and **34** (1958) 247

[Pr63] M.A. Preston: *Physics of the Nucleus*, 2nd ed. (Addison-Wesley, Wokingham 1963)

[Ra86] I. Ragnarsson, S. Åberg: Phys. Lett. **B180** (1986) 191

[Re59] F. Reines, C.L. Cowan: Phys. Rev. **113** (1959) 273

[Ro50] M.N. Rosenbluth: Phys. Rev. **79** (1950) 615

[Ro94] M. Rosina, B. Povh: Nucl. Phys. **A572** (1994) 48

[Sa52] E.E. Salpeter: Astrophys. J. **115** (1952) 326

[Sc35] H. Schüler, T. Schmidt: Z. Phys. **94** (1935) 457

[Sc37] T. Schmidt: Z. Phys. **106** (1937) 358

[Sc92] F. Schwabl: *Quantenmechanik*, 3. Aufl. (Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1992)

[Sc95] F. Schwabl: *Quantum Mechanics*, 3rd ed. (Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1995)

[Sc95] P. Schmüser: *Feynman-Graphen und Eichtheorien für Experimentalphysiker*, 2nd ed. (Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1995)

[Se77] E. Segrè: *Nuclei and Particles* (Benjamin, New York 1977)

[Se79] R. Sexl, H. Sexl: *Weiße Zwerge—Schwarze Löcher*, 2nd ed. (Friedrich Vieweg & Sohn, Braunschweig 1979)

[Sh90] J. Shapey-Schafer: Physics World **3** Nr. 9 (1990) 31

[Si79] I. Sick et al.: Phys. Lett. **B88** (1979) 245

[Sm89] J.M. Smith: *Did Darwin Get It Right?* (Chapman & Hall, New York, London 1989)

[So64] A.A. Sokolov, J.M. Ternov: Sov. Phys. Dokl. **8** (1964) 1203

[St75] SLAC E61, S. Stein et al.: Phys. Rev. **D12** (1975) 1884

[St88] U. Straub et al.: Nucl. Phys. **A483** (1988) 686

[SY78] *Symbols, Units and Nomenclature in Physics*
S.U.N. Commission: Physica **93A** (1978) 1

[Ta67] R.E. Taylor: *Proc. Int. Symp. on Electron and Photon Interactions at High Energies* (Stanford 1967)

[Te62] V.A. Telegdi: Scientific American **206** (Jan. 1962) 50

[Tr92] A. Trombini: Dissertation, Univ. Heidelberg (1992)

[Tw86] P.J. Twin et al.: Phys. Rev. Lett. **57** (1986) 811

[We35] C.F. von Weizsäcker: Z. Phys **96** (1935) 431

[Wh74] R.R. Whitney et al.: Phys. Rev. **C9** (1974) 2230

[Wh92] L. Whitlow et al.: Phys. Lett. **B282** (1992) 475

[Wi38] G.C. Wick: Nature **142** (1938) 994 (abgedruckt in [Br65])

[Wi74] D.H. Wilkinson, B.E.F. Macefield: Nucl. Phys. **A232** (1974) 58

[Wi78] D.H. Wilkinson, A. Gallmann, D.E. Alburger: Phys. Rev. **C18** (1978) 401

[Wi92] K. Wille: *Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen* (Teubner, Stuttgart 1992)

[Wi93] H. Wiedemann: *Particle Accelerator Physics I+II*, 2nd ed. (Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1999)

[Wu57] C.S. Wu et al.: Phys. Rev. **105** (1957) 1413.

[Yu35] H. Yukawa: Proc. Phys. Math. Soc. Japan **17** (1935) 48

さらに勉強する人のために

[訳者による補足]

本書では原子，原子核，素粒子の類似性がしばしば議論されているが，原子と原子核の問題を学ぶため，および量子力学を学ぶ（復習する）ためには

■有馬朗人『原子と原子核』朝倉書店

を挙げることができる．

素粒子物理と原子核物理の教科書は例えば

■長島順清『素粒子物理学の基礎 I, II』『素粒子標準理論と実験的基礎』朝倉書店

■南部陽一郎・木下東一郎・牧二郎・中西襄・政池明『大学院素粒子物理 I』講談社

■坂井典佑『素粒子物理学』培風館

■戸塚洋二『素粒子物理』岩波書店

■原康夫『素粒子』朝倉書店

■牧二郎・林浩一『素粒子物理』丸善

■真木晶弘『高エネルギー物理学実験』丸善

■渡邊靖志『素粒子物理入門』培風館

■八木浩輔『原子核物理学』朝倉書店

■鷲見義雄『原子核物理入門』裳華房

■永江知文・永宮正治『原子核物理学』裳華房

測定器に関しては，

■政池明『素粒子を探る粒子検出器』岩波書店

を挙げることができる．

訳者あとがき

本書は B. Povh, K. Rith, C. Scholz, F. Zetsche 著 *Particles and Nuclei—An Introduction to the Physical Concepts* 第 6 版およびその原版である *Teilchen und Kerne—Eine Einführung in die physikalischen Konzepte* 第 8 版の翻訳である．1997 年に出版した日本語の旧版はドイツ語版第 2 版（1996 年）に基づくものであったが，その後の改訂をすべてとり入れて日本語新版として出版することにした．これまでに独・英・日本語およびイタリア語版が出版されている．

原著者の「序」にもあるように，本書はもともとドイツ・ハイデルベルク大学の 6 学期（学部 3 年後期）の講義教科書として書かれたものである．量子力学の講義は 5 学期から始まるので，量子力学を学び始めて半年位の学生が十分理解できるように配慮して書かれている．

本書の第 1 の特徴は，素粒子・原子核物理の 1950 年以降の発展を生き生きとした筆致で読者に伝えていることであろう．ニュートリノ振動の発見や深非弾性散乱の最近の結果も記述されている．20 世紀初頭の量子力学の誕生を現代物理学の起点と考えるのは現在でも当然であるが，時代は進み，物理学の最前線では魅力に満ちた新しい研究が次々になされているので，学部の学生になるべく早い段階でこうした物理に接してもらうことが大切だと原著者らは考えている．実際，ドイツのいくつもの大学で原著者らが提案する形式の講義が始まっている．この教科書による講義と並行して，ないしはこの講義の後に，より厳密な理論的な取り扱いを学ぶことを想定している．1950 年代から 1970 年代に実験・理論における大きな進展があり，標準理論が確立した．

ドイツの大学は日本の学部専門科目課程と大学院修士課程を兼ねた性格を持っている．したがって本書を日本の大学院初年級の教科書に使うことも可能であろう．

さらに，すでに第一線にいる大学院上級生や研究者には，もう一度この分野を総合的に眺めてみるのに本書が役に立つのではないかと思われる．

本書の第 2 の特徴は原子，原子核，核子，クォークとグルーオン，レプトンという自然の階層の類似性 (Analogie) をていねいに説明していることである．人は，どう

解釈したらよいか全然わからない現象に出会ったときには，自分がすでに知っていること，経験したことと類似点がないかまず探すであろう．類似性は，そうと意識していない場合でも物理研究の指針になっていることが多い．もちろん，逆に類似性が全くないことが確認できれば，新しい分野を発見したことになる．本書ではここ数 10 年の間に明らかになった素粒子・原子核物理の現象が，類似性という観点からどう理解できるかを読者に示している．

現在では標準模型の確立によって，基本的相互作用とそれを媒介する粒子（光子，W, Z ボソン，グルーオン）が素粒子物理・原子核物理の共通言語になっている．こうした時期に原著者らの視点で見直した素粒子・原子核物理の体系を提示している．

本書の第 3 の特徴は，コンパクトながら実験の例を豊富に挙げていることである．自然科学としての物理は，基本的には，自然に対する好奇心と，自然を観察することの楽しさに支えられて発展するものであろう．原理を学ぶことと現象を学ぶことは車の両輪のようなものである．本書の書名『素粒子と原子核 —— その物理的概念への入門』はそのことを示している．

どういうアイデアで実験が行われたか，という具体的な解説もなされている．原著者らが広い研究分野にわたって長年楽しんで研究してきた軌跡が本書によく現れている．

大学の講義では，一般的に時間的な制約から，標準模型の説明に重点を置くことが多いと思うが，素粒子・原子核物理を樹に例えるならば標準模型は幹である．枝や葉や花について知ることも同じく大切である．本書は基本的な概念を示すとともに，素粒子・原子核物理の現象の多様さ・豊かさをよく提示している．

本書の構成について一言述べておきたい．本書は前半の「分析 (Analyse)」と後半の「合成 (Synthesis)」から構成されている．前半では自然を構成要素に分解し，その要素の性質を考察する．原子–原子核–核子–クォークとグルーオンという順に分析が進む．後半では，要素の性質を知った上で，中間子，核子，原子核などの複合系としての性質を議論する．本書の中で，自然をいったん最小の単位にまで分解した後にもう一度組み立ててみるという作業が読者によく見える形で進められている．これは講義や教科書の構成にとどまらず，原著者らの物理学研究の基本的な考え方，進め方を反映しているのであって，参考になる点があると思われる．

巻末には加速器と測定器についての解説と問題の解答が収めてある．

本書には取り上げられていない重要な分野もいくつかあるが，訳者により巻末に更に勉強する人のために教科書を挙げておいたので，それを手がかりにしていただきたい．

原著者と相談の上，日本語版のために訂正を加えた個所があることをおことわりしておく．この改訂新版の制作に際しポッフ教授に何度か会い，質問にもていねいに答えていただいた．

以上本書の概要について述べてきたが，本書には，現在までにわかったことばかりでなく，未だに解決されていない問題も多く提示されているので，読者が自分はこんな問題の研究で活躍してみよう，という展望を持つのに助けとなれば最も幸いである．

最後に企画編集を担当されたシュプリンガー・ジャパンのスタッフに深く感謝します．本書の編集に際して，東工大の米山茂信，原野環，藤沢栄二，小林慶鑑の 4 氏の協力を得ました．ここに感謝の意を表します．

2011 年 1 月 10 日　　柴田　利明

索　引

●ま行

●や行

●ら行

●わ行

著　者

B. ポッフ（Prof. Dr. Bogdan Povh）
Max-Planck-Institut für Kernphysik,
Postfach 10 39 80, D-69029 Heidelberg, Germany
K. リーツ（Prof. Dr. Klaus Rith）
Physikalisches Institut der Universität Erlangen-Nürnberg,
Erwin-Rommel-Straße 1, D-91058 Erlangen, Germany
C. ショルツ（Dr. Christoph Scholz）
SAP AG
Postfach 14 61, D-69185 Walldorf, Germany
F. サッチャ（Dr. Frank Zetsche）
II. Institut für Experimentalphysik, Universität Hamburg,
Luruper Chaussee 149, D-22761 Hamburg, Germany

訳　者

柴田　利明（しばた　としあき）
1976 年　東京大学理学部物理学科卒業
1981 年　同大学院博士課程退学
1982 年　理学博士．同年より約 10 年間，ハイデルベルク大学およびマインツ大学に勤務．主として CERN（ジュネーブ）で物理学研究に従事．
1993 年　東京工業大学理学部物理学科助教授
2001 年　ドイツ政府からフィリップ・フランツ・フォン・ジーボルト賞を受賞．
現　在　東京工業大学大学院基礎物理学専攻教授

素粒子・原子核物理入門　改訂新版

平成 24 年 1 月 20 日　発　　行
平成 24 年 3 月 20 日　第 2 刷発行

訳　者　柴　田　利　明

編　集　シュプリンガー・ジャパン株式会社

発行者　池　田　和　博

発行所　丸善出版株式会社
〒101-0051　東京都千代田区神田神保町二丁目17番
編集：電話(03)3512-3263／FAX(03)3512-3272
営業：電話(03)3512-3256／FAX(03)3512-3270
http://pub.maruzen.co.jp/

印刷・シナノ印刷株式会社／製本・株式会社 松岳社

ISBN 978-4-621-06134-3 C 3042　　Printed in Japan

本書は，2011 年 7 月にシュプリンガー・ジャパン株式会社より出版された同名書籍を再出版したものです．